BIBLIOTECA VIRTUAL
MIGUEL DE CERVANTES

Universidad de Alicante

Procesamiento morfológico de imágenes en color. Aplicación a la reconstrucción geodésica

Francisco Gabriel Ortiz Zamora

Tesis de Doctorado

Facultad: Escuela Politécnica Superior

Director: Dr. Fernando Torres Medina

2002

Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal

Procesamiento Morfológico de Imágenes en Color. Aplicación a la Reconstrucción Geodésica.

Tesis Doctoral

Autor
Francisco Gabriel Ortiz Zamora

Alicante, mayo 2002

Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal

Procesamiento Morfológico de Imágenes en Color. Aplicación a la Reconstrucción Geodésica.

Tesis Doctoral

Autor
Francisco Gabriel Ortiz Zamora

Director
Fernando Torres Medina

Alicante, mayo 2002

No quiero dejar pasar la oportunidad que se me ofrece en estas hojas para agradecer a todos los que han confiado en mí para la realización de este trabajo, en especial al director de esta Tesis, Fernando Torres Medina y al director del Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal de la Universidad de Alicante, Augusto Beléndez Vázquez.

Nunca dejaré de expresar mi gratitud a los miembros del *Centre de Morphologie Mathématique* (CMM) de Fontainebleau, en Francia, por toda la ayuda prestada en la parte final de esta Tesis. Especialmente quiero destacar la contribución de Jesús Angulo, en numerosas aclaraciones sobre conceptos morfológicos, y de Jean Serra que, en su visita a Alicante me ofreció la posibilidad de acudir a la Escuela de Minas de París para profundizar en mis investigaciones sobre Morfología Matemática y que me facilitó, en Fontainebleau, todo el material técnico y bibliográfico que necesité.

Por otro lado, no puedo olvidarme de los amigos que allí hice y que, al igual que yo, proceden de diferentes países. Allan Hanbury o Thomas Walter. Especialmente numerosa es la colonia española, encabezada por Jesús, Cristina, Beatriz, Francisca... A todos los *thésards* doy desde aquí mucho ánimo y espero volver a verles en un futuro.

Agradezco también a José María Sebastián de la Universidad Politécnica de Madrid sus enriquecedores comentarios sobre procesamiento de imágenes en color y Morfología Matemática. Asimismo, quiero dar las gracias a Nicolás Cuenca del Departamento de Fisiología, Genética y Microbiología de la Universidad de Alicante, y a su grupo de investigación, por facilitarme bastante material científico, parte del cual he empleado en esta Tesis Doctoral. No quiero olvidarme tampoco de todos los miembros del Grupo de Automática, Robótica y Visión Artificial al que pertenezco por proporcionarme apoyo técnico y humano en todo momento, Santiago, Jorge, Pablo, Amador, Miguel Ángel y en especial Paco, creador de la primera versión del software con el que he desarrollado las nuevas operaciones morfológicas.

Asimismo, quiero citar aquí el apoyo de las personas e instituciones que han financiado tanto mi estancia en la Escuela de Minas de París, como el resto de la actividad investigadora origen de este trabajo: el Grupo de Automática, Robótica y Visión Artificial, el departamento en el que trabajo, la Universidad de Alicante y el Ministerio de Asuntos Exteriores de Francia.

Por último, destaco el apoyo recibido del resto de miembros del departamento, Lina, Josep, de mi familia y amigos, y en especial de Alfredo, Vicen, y tantos otros, no sólo en este trabajo, sino también, en el resto de mi formación.

Muchas gracias.

A mi familia

BIBLIOTECA VIRTUAL
MIGUEL DE CERVANTES

Resumen

La presente Tesis Doctoral se orienta en el estudio e investigación de la extensión de las operaciones morfológicas a imágenes en color. El campo de aplicación concreto se centra en las transformaciones geodésicas vectoriales.

Para la extensión del procesamiento morfológico a imágenes en color se realiza un estudio de las diferentes estrategias de ordenación vectorial y su interacción con la familia de espacios HSI. Se presentan diferentes métodos de orden y se muestra como la ordenación lexicográfica se adapta perfectamente al mapa de valores HSI. Se desarrolla un nuevo método de ordenación vectorial, basado en el concepto lexicográfico, que permite flexibilizar la rigidez del método de orden anterior y lograr así una transición entre diferentes orientaciones del retículo (intensidad o matiz).

En la adecuación de la familia de espacios cromáticos HSI para procesamiento de imágenes se trata la indefinición del matiz. En particular, se desarrolla un algoritmo que, en base a un umbral de saturaciones, decide el cambio de prioridades en la ordenación lexicográfica cuando el matiz no sea significativo.

En relación a las transformaciones geodésicas, se analizan minuciosamente los aspectos teóricos de las operaciones geodésicas implementadas en mapas cromáticos vectoriales. Asimismo, se comprueba el cumplimento de sus propiedades gracias al mantenimiento de un mismo criterio de orden vectorial en todas las operaciones, tanto morfológicas, como de minimización o maximización de funciones. La eficiencia de estas operaciones se ha comprobado en aplicaciones de segmentación, eliminación de brillos o atenuación de ruido.

Abstract

This Doctoral Thesis focuses on the research and study of the extention of morphological operations to colour images. The field of its precise application is vectorial geodesic transformations.

For the extension of morphological processing to colour images, a study of the vectorial ordering of strategies and their interaction with the HSI family spaces is carried out. Different methods of ordering are presented and the way the lexicogrpahical ordering is adapted perfectly to the map of HSI values is shown. A new method of vectorial ordering is developed, based on the lexicographical concept, which affords a flexibility of this rigid method of ordering, thus acheiving a transition between different orientations of the lattice (intensity or hue).

In the adaptation of the family of HSI chromatic spaces for the processing of images, the undefined hue is studied. In particular, we develop un algorithm which, based on a saturation threshold, decides on the change in priority in the lexicographical ordering when the hue is not significant.

Regarding the geodesic transformations, the theoretical aspects of the geodesic operations implemented in vectorial chromatic maps are analized in detail. Likewise, the goodness of their properties is proven, thanks to the maintaining of a single vectorial order criterion in all of the operations, not only morphological, but the minimization or maximization of functions as well. The efficiency of these operations has been proven in segmentation applications, the elimination of brigthness or the reduction of noise.

Contenido

BIBLIOTECA VIRTUAL
MIGUEL DE CERVANTES

Índice general

Capítulo 1. Introducción **1**

1.1 Motivación 2

1.2 Estructura 3

1.3 Aportaciones de la Tesis 4

Capítulo 2. Fundamentos del Color **7**

2.1 Introducción 8

2.2 La luz 8

2.2.1 Teorías sobre la naturaleza de la luz 8

2.2.2 Fuentes de luz 11

2.3 Interacción de la luz con la materia 12

2.4 Sistema visual humano 13

2.4.1 Teorías sobre el proceso de la visión 15

2.5 Especificación del color 17

2.5.1 Especificación del color percibido 17

2.5.2 Especificación del color psicofísico 18

2.5.3 Ecuación tricromática del color 20

2.6 Espacios de color 23

2.6.1 Introducción 23

2.6.2 Modelo RGB 23

2.6.3 Modelo CMY 26

2.6.4 Modelo XYZ 26

2.6.5 CIELAB, CIELUV 29

2.6.6 YIQ,YUV 32

2.6.7 Modelos de color HSI 35

2.6.8 Conclusiones finales sobre los modelos cromáticos 39

Capítulo 3. Fundamentos de Morfología Matemática **41**

3.1 Introducción 42

3.2 Nociones sobre teoría de conjuntos 42

3.2.1 Propiedades de base de las transformaciones morfológicas 44

3.3 Transformaciones morfológicas elementales 45
3.3.1 Erosión 45
3.3.2 Dilatación 49
3.3.3 Propiedades de las operaciones básicas de erosión y dilatación 52
3.3.4 Residuo de transformaciones elementales: gradiente morfológico 54
3.4 Apertura y cierre 56
3.4.1 Apertura morfológica 57
3.4.2 Cierre morfológico 58
3.4.3 Propiedades de la apertura y del cierre morfológico 59
3.4.4 Top-hat 61
3.5 Filtrado morfológico 63
3.5.1 Filtros alternos 63
Capítulo 4. Morfología Matemática en Color 69
4.1 Introducción 70
4.2 Consideraciones sobre los modelos intuitivos en morfología matemática 72
4.2.1 Ordenación del matiz 72
4.2.2 Inestabilidad de la saturación 75
4.3 Aproximación marginal 77
4.4 Aproximación vectorial 81
4.4.1 Nociones básicas 81
4.4.2 Métodos de ordenación vectorial 83
4.4.3 Propiedades de las operaciones básicas de erosión y dilatación vectorial 113
4.4.4 Residuo de transformaciones básicas: gradiente vectorial 112
4.4.5 Filtrado morfológico vectorial 117
4.5 Conclusiones 119
Capítulo 5. Transformaciones Geodésicas 121
5.1 Introducción 122
5.2 Distancia geodésica 124
5.3 Dilataciones y erosiones geodésicas 125
5.4 Reconstrucción geodésica 127
5.5 Aplicaciones de la reconstrucción geodésica 130

5.5.1 Introducción....130
5.5.2 Eliminación de estructuras que tocan el borde....131
5.5.3 Relleno de agujeros y eliminación de brillos....132
5.5.4 Esqueleto geodésico por zonas de influencia....133
5.5.5 Watershed....134
5.6 Operaciones geodésicas para imágenes en color....136
5.6.1 Dilatación vectorial geodésica....136
5.6.2 Erosión vectorial geodésica....139
5.6.3 Reconstrucción geodésica vectorial....140
5.6.4 Watershed en color....156
Capítulo 6. Aplicaciones....159
6.1 Introducción....160
6.2 Morfología matemática en color para el análisis de imágenes neuronales....160
6.2.1 Introducción....160
6.2.2 Algoritmo....161
6.2.3 Conclusiones....169
6.3 Geodesia en color para la segmentación de imágenes aéreas....169
6.3.1 Introducción....169
6.3.2 Procedimiento....172
6.3.3 Conclusiones....175
6.4 Eliminación de brillos en imágenes cromáticas....175
6.4.1 Introducción....175
6.4.2 Procedimiento....176
6.4.3 Conclusiones....181
6.5 Eliminación de brillos evitando sobresimplificación....181
6.5.1 Introducción....181
6.5.2 Algoritmo para evitar la sobresimplificación....182
6.5.3 Conclusiones....186
6.6 Eliminación de ruido gausiano....186
6.6.1 Introducción....186
6.6.2 Procedimiento de filtrado....187

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

6.6.3 Conclusiones 192
Capítulo 7. Conclusiones 193
7.1 Introducción 194
7.2 Resultados y conclusiones 194
7.3 Trabajos futuros 196
Apéndice A. Contenido del CD 197
A.1 Introducción 198
A.2 Software 'Visual' 198
A.3. Imágenes cromáticas 198
A.3.1 Figuras del capítulo 4. Morfología Matemática en color 198
A.3.2 Figuras del capítulo 5. Transformaciones geodésicas 199
A.3.3 Figuras del capítulo 6. Aplicaciones 199
Apéndice B. Recursos en la red 201
B.1 Introducción 202
B.2 Índice de recursos en la red 202
Bibliografía 205

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

Índice de figuras

2.1. En la percepción del color intervienen tres elementos: las fuentes de luz, los objetos y el sistema visual humano. 8

2.2. Radiación electromagnética. 9

2.3. Dispersión cromática de la luz 10

2.4. Espectro electromagnético. 10

2.5. Dispersión cromática. 10

2.6. Temperaturas de color según el calentamiento del 'cuerpo negro'. 11

2.7. Absortancia, reflectancia y transmitancia de un objeto opaco rojo. 13

2.8. Anatomía del ojo humano. 14

2.9. Anatomía de Conos y Bastones de la retina [Rodieck, 1973]. 14

2.10. Respuesta espectral de los conos S (a), M (b) y L (c) en función de la longitud de onda (400-700nm). 14

2.11. Refracción desigual de la luz roja, verde y azul en la retina. 15

2.12. Representación de la teoría de los colores opuestos para clasificar un color. 16

2.13. Respuesta de los conos y procesamiento de señales según la teoría de Hering. 17

2.14. Atributos perceptuales para especificar el color percibido. 18

2.15. Síntesis aditiva (a) y sustractiva del color (b). 19

2.16. Flujo radiante de un estímulo compuesto. 21

2.17. Flujo radiante del estímulo de igual energía. 21

2.19. Curva de los colores espectrales en el sistema de coordenadas (r-g). 23

2.20. Representación espacial del modelo de color RGB. 24

2.21. Imagen en color de 'Lenna'. 24

2.22. Representación de 'Lenna' en canales *R* (a), *G* (b) y *B* (c). 25

2.23. Histogramas de los mapas rojo (a), verde (b) y azul (c) de la imagen cromática 'Lenna'. 25

2.24. Representación gráfica de las funciones colorimétricas CIE 1.931. 27

2.25. Diagrama cromático (x,y) según el estándar de la CIE. 28

2.26. Representación espacial del modelo CIELAB. 29

2.27. Representación de 'Lenna' en canales L^* (a), a^* (b) y b^* (c). 30

2.28. Histogramas de señales L^* (a) a^* normalizada (b) y b^* normalizada (c) de la imagen en color de 'Lenna'. 31

2.29. Vista superior del sistema polar L*C*H* 32

2.30. Descomposición de la imagen 'Lenna' en canales *Y* (a), *I* (b) y *Q* (c). 34

2.31. Histogramas de los mapas *Y* (a), *I* (b) y *Q* (c) de la imagen cromática 'Lenna'. 34

2.32. Representación del espacio HSI. 35

2.33. Variaciones del modelo general HSI. (a) Espacio HLS. (b) Espacio HSV 37

2.34. Canales de matiz (a), saturación (b) e intensidad (c) de HSI para la imagen de 'Lenna'. 38

2.35. Histograma de señales *H* (a), *S* (b) y *L* (c) para la imagen cromática de 'Lenna'. 39

2.36. Espacios de color y su obtención a partir del RGB. 40

3.1. Ejemplo de formas básicas de elementos estructurantes. 45

3.2. Erosión de *X* por el elemento estructurante *Y*. Los elementos conectados del conjunto *X* más pequeños que *Y* son eliminados. 46

3.3. Elemento estructurante plano de tamaño 3x3. El origen del elemento se sitúa en su centro. 46

3.4. Erosión de una imagen binaria mediante un elemento estructurante cuadrado de tamaño 3x3. 47

3.5. Erosión de una señal unidimensional definida por la función *f*. Elemento estructurante de tamaño 3. El resultado es el mínimo de todos los valores presentes bajo la definición del elemento estructurante. 47

3.6. Representación de un conjunto de pixels de una imagen en escala de grises. 48

3.7. Erosión de una imagen de escala de grises por un elemento estructurante plano bidimensional de tamaño 3x3 48

3.8. Erosión de una señal bidimensional (imagen) definida por la función *f*. Elemento estructurante de tamaño 3x3. El resultado en cada punto de la imagen es el mínimo de todos los valores presentes bajo la definición del elemento estructurante. 49

3.9. Elemento estructurante de volumen de tamaño 1x3. El origen del elemento se sitúa en su centro en donde el elemento posee un valor de n+1, frente al valor n presente en los demás puntos 49

3.10. Dilatación de *X* por el elemento estructurante *Y*. El conjunto *X* aumenta su definición. 50

3.11. Dilatación de una imagen binaria mediante un elemento estructurante de tamaño 3x3. 51

3.12. Dilatación de una señal unidimensional definida por la función *f*. Elemento estructurante de tamaño 3. El resultado es el máximo de todos los valores presentes bajo la definición del elemento estructurante. 51

3.13. Dilatación de una imagen de escala de grises por un elemento estructurante plano bidimensional de tamaño 3x3 51

3.14. Dilatación de una señal bidimensional (imagen) definida por la función *f*. Elemento estructurante de tamaño 3x3. El resultado en cada punto de la imagen es el máximo de todos los valores presentes bajo la definición del elemento estructurante. 52

3.15. Dilatación y erosión de una señal unidimensional definida por la función *f*. Elemento estructurante de tamaño 3. 53

3.16. Gradiente de una señal unidimensional definida por la función *f* (a). Elemento estructurante de tamaño 3. Gradiente por erosión (b). Gradiente por dilatación (c). Gradiente simétrico (d). 55

3.17. Gradientes morfológicos de una imagen. Elemento estructurante de tamaño 3x3. Imagen original (a). Gradiente por erosión (b). Gradiente por dilatación (c). Gradiente simétrico (d). 56

3.18. Apertura morfológica del conjunto *X* por el elemento estructurante *Y*. Eliminación de objetos menores en tamaño al elemento estructurante. La apertura redondea las convexidades importantes. 57

3.19. Apertura morfológica de una señal unidimensional. (a) Señal original *f*. (b) Erosión de la señal *f* por elemento estructurante Y. (c) Dilatación de la erosión $\varepsilon(f)$ por elemento estructurante *Y*. 57

3.20. Filtrado de imagen. Eliminación de objetos claros mediante apertura morfológica. (a) Imagen original. (b) Apertura morfológica. 58

3.21. Apertura morfológica del conjunto *X* por el elemento estructurante *Y*. El cierre redondea las concavidades importantes. 59

3.22. Cierre morfológico de una señal unidimensional. (a) Señal original *f*. (b) Dilatación de la señal f por elemento estructurante *Y*. (c) Erosión de la dilatación δ(f) por elemento estructurante *Y*: cierre morfológico. 59

3.23. Filtrado de imagen. Eliminación de objetos oscuros mediante cierre morfológico. (a) Imagen original. (b) Cierre morfológico. 59

3.24. Top-hat por apertura para una señal unidimensional. (a) Señal original. (b) Top-hat por apertura. 61

3.25. Top-hat por cierre para una señal unidimensional. (a) Señal original. (b) Top-hat por cierre. 62

3.26. Resultado de Top hat en una imagen de escala de grises. (a) Top-hat por apertura. (b) Top-hat por cierre. 62

3.27. Eliminación de ruido impulsivo con filtrado alterno secuencial de tamaño 2. (a) Imagen con ruido impulsivo (15%). (b) Filtrado FAS de tamaño 2 y patrón $\gamma\varphi$ 66

3.28. Efecto de pirámide de transformación morfológica apertura. (a) Imagen original. (b) Apertura con elemento estructurante de tamaño 3x3. (c) Apertura con elemento estructurante de tamaño 5x5. (d) Apertura con elemento estructurante de tamaño 7x7. ...67

4.1. Imagen en color de 'Lenna' representada en modelo RGB. Cada pixel posee un valor de componente roja, verde y azul. 70

4.2. Imagen en color de 'Lenna' representada en mapas bidimensionales monocromáticos I_1=R, I_2=G e I_3=B. 71

4.3. Círculo de matiz. 72

4.4. Establecimiento de ínfimo en círculo matiz. (a) Matiz de referencia en 0º. (b) Matiz de referencia en 135º. 73

4.5. Imagen cromática de 'Colour beans' y diferentes mapas de matiz. (a) Canal original de matiz. (b) Mapa de distancias de matiz, ínfimo en 0º. (c) Mapa de distancias de matiz, ínfimo en 135º. 74

4.6. Histograma del canal original de matiz (a) y del mapa de distancias de matiz con respecto al ínfimo establecido en 0º (b) 74

4.7. Imagen en color de 'Parrots' y diferentes mapas de matiz. (a) Canal original de matiz. (b) Mapa de distancias de matiz, ínfimo en 0º. (c) Mapa de distancias de matiz, ínfimo en 135º. 75

4.8. Evolución de la saturación para valores reducidos de componente acromática. 76

4.9. Mapas de saturaciones originales (a,c) y normalizados (b,d) de las imágenes de 'Colour beans' y 'Parrots'. 77

4.10. Esquema de procesamiento marginal para tres canales de información independientes. ... 77

4.11. Erosión de una imagen en color mediante procesamiento marginal de canales RGB. Elemento estructurante de tamaño 3x3. (a) Imagen original. (b) Imagen erosionada. 78

4.12. Detalle de la erosión de una imagen en color mediante procesamiento marginal. (a) Zoom de la imagen original. (b) Zoom de la operación de erosión, aparición de nuevas cromaticidades. 79

4.13. Detalle numérico del efecto de falsos colores en procesamiento marginal de datos. (a) Sección numérica de la imagen en color. (b) Sección numérica de la imagen erosionada. 79

4.14. Detalle de la dilatación marginal. Efecto de los falsos colores presente, al aparecer cromaticidades magentas inexistentes en la imagen original. 80

4.15. Ejemplo de procesamiento marginal para evitar la aparición de los falsos colores. 80

4.16. Esquema de procesamiento vectorial para tres canales de información independientes. ... 81

4.17. Relaciones de orden inyectiva, suprayectiva y biyectiva. 82

4.18. Esquema de procesamiento vectorial para morfología matemática en color. 83

4.19. Recorrido dentro del elemento estructurante de tamaño 3x3. 84

4.20. Estrategias de procesamiento morfológico marginal y vectorial, basadas en el uso de la componente de intensidad para una operación de erosión. (a) Ventana 3x3 de pixels en representación I-S-d(H). (b) Aproximación marginal. (c) Aproximación vectorial. 85

4.21. Erosión vectorial mediante preorden por una componente. (a) Erosión dirigida por canal *R*. (b) Erosión dirigida por canal *G*. (c) Erosión dirigida por canal *B*.....86

4.22. Histograma de intensidades luminosas para: imagen original (a) e imágenes erosionadas por componente roja (b), verde (c) y azul (d). 86

4.23. Procesamiento morfológico por preorden de intensidad. Imagen erosionada.....87

4.24. Histograma de intensidad luminosa para la imagen erosionada con preorden de intensidad. 87

4.25. Detalle de minimización vectorial (a) y maximización vectorial (b) para preorden o_R 87

4.26. Evolución de los porcentajes de nuevos ínfimos (a) y supremos (b) seleccionados, por tamaño creciente de elemento estructurante empleado en el preorden por R, G, B e I 88

4.27. Imagen sintética. 89

4.28. Círculos matiz con diferente ínfimo. (a) Matiz de referencia en 30º. (b) Matiz de referencia en 135º. (c) Matiz de referencia en 225º. 89

4.29. Mapa de distancias de matiz con respecto a matiz de referencia situado en 30º (a), 135º (b) y 225º (c). 89

4.30. Erosión vectorial por preorden de distancia de matiz. (a) Erosión con matiz de referencia situado en 30º. (b) Erosión con matiz de referencia en 135º. (c) Erosión con matiz de referencia en 225º. 90

4.31. Dilatación vectorial por preorden de distancia de matiz. (a) Dilatación con matiz de referencia situado en 30º. (b) Dilatación con matiz de referencia en 135º. (c) Dilatación con matiz de referencia en 225º.....91

4.32. Medida de distancia para espacios de color RGB (a) y L*a*b* (b). 92

4.33. Valores de distancia para un detalle de la imagen 'Lenna'. (a) Ventana 3x3. (b) Distancia euclídea sobre RGB. (c) Distancia ΔE sobre L*a*b*. 92

4.34. Erosión vectorial por medida de distancia sobre modelo RGB (a) y sobre la base L*a*b* (b). (c) Imagen diferencia entre erosiones vectoriales. 93

4.35. Estructura de orden canónica para vectores bidimensionales. Ambigüedad para determinadas coordenadas espaciales.....94

4.36. Erosión vectorial realizada con información de preorden de señal R (a) y orden canónico de señales RGB (b). 95

4.37. Evolución de porcentajes (%) de nuevos ínfimos seleccionados en erosión vectorial canónica R, RG y RGB. 95

4.38. Erosión vectorial mediante orden canónico de señal I (preorden por una componte) y orden canónico de señales HSI.....96

4.39. Evolución de porcentajes (%) de nuevos ínfimos seleccionados en erosión vectorial canónica I, IS y HSI.....96

4.40. Diferencias en la ordenación lexicográfica al variar la prioridad de las componentes que forman el vector. (a) Prioridad en primera componente. (b) Prioridad en segunda componente. 97

4.41. Esquema de reducción de orden lexicográfico para tres elementos. 98

4.42. Imagen sintética (a) y mapas de distancia de matiz (b), saturación (c) y luminancia (d). ..99

4.43. Procesamiento morfológico vectorial por preorden de distancia de matiz y orden lexicográfico. (a) Erosión y (c) dilatación por EE 9x9 con preorden de distancia de matiz. (b) Erosión y (d) Dilatación por EE 9x9 con orden lexicográfico H→L→S. 100

4.44. Erosión vectorial por EE 3x3, con orden lexicográfico I→H→S (a), L→H→S (b) y V→H→S (c). 101

4.45. Evolución del uso de señales (%) en ordenación lexicográfica I→H→S para elementos estructurantes planos y cuadrados de tamaño 3x3, 5x5, 7x7 y 9x9. Intensidad en escala [0,100], matiz y saturación en escala [0,6] 101

4.46. Dilatación vectorial por EE 3x3, con orden lexicográfico I→H→S (a), L→H→S (b) y V→H→S (c). 102

4.47. Establecimiento de orden por primera o segunda componente en ordenación lexicográfica α-lex con prioridad I→H→S para HSI.....103

4.48. Erosión vectorial en base HSI mediante α-lex. Elemento estructurante plano y cuadrado de tamaño 3x3. Prioridad I→H→S con α=10 (a), α=140 (b) y α=255 (c). 104

4.49. Erosión vectorial en base HSI mediante α-lex. Elemento estructurante plano y cuadrado de tamaño 3x3. Prioridad H→I→S con α=10 (a), α=140 (b) y α=255 (c) 104

4.50. Evolución en la participación de señales I, S, H en el orden lexicográfico mediante la variación del factor de peso α en prioridad I→H→S (a) erosión, (c) dilatación, y prioridad H→I→S (b) erosión, (d) dilatación 105

4.51. Espacio de color HSI/HSL. El umbral de saturaciones S_{Um} determina los pixels con matiz poco significativo. Los pixels con $S>S_{Um}$ poseen matiz significativo. 106

4.52. Procesamiento morfológico vectorial en base HSI con tratamiento de matiz indefinido. (a) Imagen original. (b) Erosión vectorial. (c) Dilatación vectorial.....107

4.53. Procesamiento morfológico vectorial en base HSI con tratamiento de matiz indefinido. (a) Imagen original. (b) Erosión vectorial. (c) Dilatación vectorial.....108

4.54. Erosiones vectoriales en base HSI con ordenación lexicográfica inicial H→I→S. Cambios de orden por valor de S_{Um}. Mapa de distancias de matiz con S_{Um}=0 (d), S_{Um}=20 (e) y S_{Um}=50 (f). Erosión vectorial para S_{Um}=0 (g), S_{Um}=20 (h) y S_{Um}=50 (i). 109

4.55. Evolución de cambios de orden lexicográfico H→I→S a I→S en erosión vectorial (EE 3x3) por valor de distancia radial S_{Um}, para la imagen cromática 'Globos'. Saturación en escala [0,255]..... 110

4.56. Entrelazado de bits para espacio de color RGB. 111

4.57. Procesamiento morfológico vectorial en base RGB con ordenación por entrelazado de bits. (a) Erosión vectorial. (b) Dilatación vectorial. 112

4.58. Ejemplo de gradiente vectorial por erosión de una imagen sintética. Erosión por elemento estructurante 3x3 y (a) preorden de distancia de matiz, (b) orden lexicográfico H→I→S. Residuo entre imagen original de la figura 4.42.a y erosión por preorden (c) u orden lexicográfico (d). 114

4.59. Imagen en color adquirida con cámara CCD. (a) Imagen original. (b) Canal de distancia de matiz. (c) Mapa de saturación normalizado. (d) Canal de intensidad. 115

4.60. Gradientes morfológicos vectoriales. Gradiente por erosión vectorial realizado con ordenación procedente de distancia de matiz (a), intensidad (b), H →I→S y α=0 (c), I→H→S y α=0 (d) 116

4.61. Imagen cromática 'Rotuladores'. 118

4.62. Filtrado morfológico vectorial de apertura (a) y cierre (b). Ordenación lexicográfica clásica I→H→S. 118

4.63. Versiones vectoriales del top-hat por apertura (a) y top-hat por cierre (b). 119

4.64. Eliminación de ruido impulsivo con filtrado alterno secuencial vectorial de tamaño 2. (a) Imagen cromática con ruido impulsivo (10%). (b) Filtrado FAS_v de tamaño 2 y patrón $\gamma_v\varphi_v$. 119

5.1. Diferencia entre 4-conectividad (a) y 8-conectividad (b). 122

5.2. Zonas planas en una función numérica. 122

5.3. Ejemplo de conectividad por saltos. 123

5.4. Ejemplo de reducción de zonas planas por operador conectado. 124

5.5. Distancia geodésica en el conjunto *X*. 124

5.6. Disco geodésico de radio λ en la máscara *X*. 125

5.7. Dilatación geodésica de una señal marcador *g* con respecto a una señal máscara *f*. Comparación con la dilatación clásica. (a) Señales originales. (b) Dilatación clásica de *g*. (c) Dilatación geodésica de *g* respecto a *f*. 126

5.8. Erosión geodésica de una señal marcador *g* con respecto a una señal máscara *f*. (a) Señales originales. (b) Erosión clásica de *g*. (c) Erosión geodésica de *g* respecto a *f*. 127

5.9. Reconstrucción geodésica por dilatación de la señal *f* desde la señal *g*. La reconstrucción se obtiene por la dilatación geodésica de tamaño 7 del marcador *g*. 128

5.10. Imagen en escala de grises. Área deportiva de la Universidad de Alicante. 128

5.11. Reconstrucción morfológica por dilatación. (a) Imagen marcador. (b) Resultado de la reconstrucción. 129

5.12. Reconstrucción morfológica por erosión. (a) Imagen marcador. (b) Resultado de la reconstrucción. 129

5.13. Apertura por reconstrucción de una imagen binaria. (a) Imagen original. (b) Reconstrucción de la imagen erosionada. En línea discontinua se señalan los objetos eliminados 130

5.14. Eliminación de objetos que tocan el borde. 131

5.15. Relleno de agujeros. (a) Señales máscara *f* y marcador *g* originales. (b) Reconstrucción geodésica por erosión de la señal *f* desde la señal *g*. 132

5.16. Imagen original de 'Manzanas' 133

5.17. Proceso de reconstrucción geodésica. (a) Imagen marcador. (b) Reconstrucción de la imagen de la figura 5.16 desde el marcador. La imagen permanece libre de brillos ssfsf 133

5.18. SKIZ del conjunto *X* constituido a partir de las zonas de influencia geodésica IZ. 134

5.19. Paradigma de la segmentación morfológica. Watershed controlado por marcadores. 135

5.20. Pabellón deportivo de la Universidad de Alicante. 135

5.21. Segmentación morfológica. (a) Watershed original, sobresegmentación. (b) Watershed controlado por marcadores. 135

5.22. Ventana de pixels 3x3. (a) Imagen máscara cromática. (b) Mapa de intensidad. (c) Mapa de distancias de matiz respecto a ínfimo en 0º. Espacio de color HSI. 137

5.23. Dilatación geodésica vectorial de ventana 3x3. EE 3x3 (a) Imagen marcador cromático. (b) Relación de orden de intensidad entre máscara y marcador (sombreado). (c) Relación de orden de distancia de matiz entre máscara y marcador (sombreado). H_{ref}=0º. (d,f) Dilatación geodésica vect. con ord. lex. I→H→S. (e,g) Dilatación geodésica vect. con ord. lex. H→I→S. 138

5.24. Erosión geodésica vectorial de ventana 3x3. (a) Imagen marcador cromático. (b) Relación de orden de intensidad entre máscara y marcador (sombreado). (c) Relación de orden de distancia de matiz entre máscara y marcador (sombreado). H_{ref}=0º. (d,f) Erosión geodésica vect. con ord. lex. I→H→S. (e,g) Erosión geodésica vect. con ord. lex. H→I→S. 140

5.25. Reducción del marcador en la reconstrucción por erosión. 142

5.26. Reconstrucción geodésica vectorial por dilatación. Ordenación lexicográfica sobre HSI controlada por intensidad. (a) señal original. (b) Imposición de marcador. (c) Resultado de reconstrucción. 143

5.27. Reconstrucción geodésica vectorial por dilatación. Ordenación lexicográfica sobre HSI controlada por distancia de matiz. (a) señal original. (b) Imposición de marcador. (c) Resultado de reconstrucción. 144

5.28. Reconstrucción geodésica vectorial por erosión. Ordenación lexicográfica sobre HSI controlada por intensidad. (a) señal original. (b) Imposición de marcador. (c) Resultado de reconstrucción. 145

5.29. Reconstrucción geodésica vectorial por erosión. Ordenación lexicográfica sobre HSI controlada por distancia de matiz. (a) señal original. (b) Imposición de marcador. (c) Resultado de reconstrucción. 146

5.30. Imagen sintética en color, espacio HSI. (a) imagen cromática. (b) Mapa de distancia de matiz. (c) Mapa de saturación. (d) Mapa de intensidad. 147

5.31. Reconstrucción cromática por dilatación. (a) Imagen marcador. (b) Propagación del marcador en la máscara según el orden de intensidad. (c) Propagación del marcador en la máscara según el orden $I \rightarrow H \rightarrow S$. 147

5.32. Imagen cromática original. 148

5.33. Marcador cromático para reconstrucción por dilatación. 148

5.34. Reconstrucción vectorial por dilatación de Fig. 5.29 desde el marcador cromático de la figura 5.30. (a) Reconstrucción guiada por intensidad. (b) Reconstrucción guiada por matiz. 149

5.35. Marcador cromático para reconstrucción por erosión. 149

5.36. Reconstrucción vectorial por erosión de Fig. 5.29 desde el marcador cromático de la figura 5.30. (a) Reconstrucción guiada por intensidad. (b) Reconstrucción guiada por matiz... 150

5.37. Imagen cromática de 'Mandrill' 151

5.38. Pirámide de reconstrucción morfológica. Apertura por reconstrucción vectorial controlada por a-lex $I \rightarrow H \rightarrow S$, con $\alpha=5$. Elemento estructurante de tamaño 3x3 (a), 5x5 (b), 7x7 (c), 9x9 (d) 151

5.39. Pirámide de reconstrucción morfológica (continuación). Apertura por reconstrucción vectorial controlada por a-lex $I \rightarrow H \rightarrow S$, con $\alpha=5$. Elemento estructurante de tamaño 11x11 (a) y 13x13 (b). 152

5.40. Evolución del área de las zonas planas con 8-conectividad en pirámide de reconstrucciones. 152

5.41. Imagen cromática 'Peppers' 153

5.42. Atenuación de objetos que tocan el borde. Reconstrucción geodésica vectorial por dilatación controlada por α-lex I→H→S (a), y H→I→S (b). Residuo diferencia entre la imagen original y el retículo orientado a intensidad (c), y matiz (d). 154

5.43. Evolución de uso de señales *I*, *S*, y *H* en iteraciones de la reconstrucción geodésica vectorial por dilatación. Intensidad y distancia de matiz en rango [0,100], saturación en rango [0,5]. (a) Ordenación vectorial α-lex, α=5. (b) Ordenación vectorial α-lex, α=10. (c) Ordenación vectorial α-lex, α=20 155

5.44. Evolución de uso de señales *I*, *S*, y *H* en iteraciones de la reconstrucción geodésica vectorial por dilatación (continuación). Intensidad y distancia de matiz en rango [0,100]. (a) Ordenación vectorial α-lex, α=50. Saturación en rango [0,5]. (b) Ordenación vectorial α-lex, α=100. Saturación en rango [8,12] 156

5.45. Watershed aplicado a partir de combinación de gradientes cromáticos. Watershed procedente de gradiente calculado con (a) preorden H, preorden I (b), orden H→I→S (c) y orden I→H→S (d). 157

6.1. Imagen original de retina de mono. 161

6.2. Detalle de retina de mono. (a) Células dopaminérgicas. (b) Célula inmunoreactiva a la calretinina. 161

6.3. Espacio de color HSV. 162

6.4. Separación de una región de la imagen de retina en mapas HSV. (a) Región cromática. (b) Matiz. (c) Saturación. (d) Valor. 162

6.5. Detalle de aperturas por reconstrucción de la imagen de retina. (a) Región de la imagen original. (b) Erosión vectorial con ínfimo de matiz en 0º. (c) Erosión vectorial con ínfimo de matiz en 90º. (d) Reconstrucción por dilatación, matiz de referencia en 0º. (e) Reconstrucción por dilatación con ínfimo de matiz en 90º. 163

6.6. Reconstrucción de células en la imagen de retina. (a) Células dopaminérgicas. (b) Células inmunoreactivas a la calretinina. 164

6.7. Filtrado geodésico de apertura por área. (a) Imagen binaria de células rojas. (b) Resultado del filtro de apertura por área con umbral de 30. 165

6.8. Eliminación de agujeros en células inmunoreactivas a la claretinina (verdes). 165

6.9. Ejemplo visual del proceso de separación de células. 166

6.10. Imagen binaria de células clasificadas como dopaminérgicas. 166

6.11. Imagen de distancias con respecto a contorno de las células. 167

6.12. Transformación de watershed. Separación de células. 167

6.13. Detalle del gradiente calculado en los mapas celulares. (a) Superposición de gradiente para células rojas. (b) Superposición de gradiente para células verdes. 168

6.14. Segmentación de células dopaminérgicas.....168

6.15. Segmentación de células inmunoreactivas a la calretinina. 168

6.16. Módulos del algoritmo para la clasificación y segmentación de células. 169

6.17. Imagen aérea. 170

6.18. Canal R (espacio RGB) de la imagen aérea. 171

6.19. Canal de matiz (a) y distancia de matiz (b) de la imagen aérea original. Espacio HSI. ...171

6.20. Canal de saturación (a) e intensidad (b) de la imagen aérea original. Espacio HSI. 172

6.21. Umbralización del mapa de distancias de matiz. (a) Umbral =30. (b) 20. (c) 10.....172

6.22. Apertura por reconstrucción geodésica. Erosión vectorial realizada con diferentes tamaños de elementos estructurantes: 3x3, 7x7, 11x11 y 15x15. 173

6.23. Mapa de distancia de matiz y saturación final 174

6.24. Binarización del mapa de saturaciones. 174

6.25. Módulos y etapas del algoritmo de identificación de terrenos. 175

6.26. Imagen cromática de 'Colour beans'. 176

6.27. Pirámide de operadores morfológicos. Erosiones vectoriales realizadas con elemento estructurante de tamaño 3x3 (a), 7x7 (c) y 9x9 (e). Aperturas geodésicas cromáticas realizadas con elementos estructurantes de tamaño 3x3 (b), 7x7 (d) y 9x9 (f). 177

6.28. Proceso de watershed. (a) Watershed en imagen original. (b) Watershed en imagen simplificada mediante apertura por reconstrucción, EE 9x9.....178

6.29. Etapas del algoritmo de eliminación de brillos y segmentación cromática 178

6.30. Imagen cromática de un ojo humano.....179

6.31. Reconstrucción geodésica vectorial. (a) Apertura geodésica cromática realizada con elemento estructurante de tamaño 3x3. (b) Gradiente por erosión de las reconstrucción. 179

6.32. Reconstrucción geodésica vectorial (continuación). Aperturas geodésicas cromáticas realizadas con elementos estructurantes de tamaño 5x5 (a), 7x7 (c), 9x9 (e) y 11x11 (g). Gradientes por erosión de las reconstrucciones en (b), (d), (f) y (h). 180

6.33. Imagen cromática afectada por brillos.....182

6.34. Selección de la zona a procesar. (a) Mapa de distancias de matiz. (b) Binarización del mapa de distancias. (c) Resultado del filtro de cierre y apertura empleando elemento estructurante de tamaño 7x7. Imagen máscara (d) Operación 'AND' entre la imagen original y la máscara anterior.....183

6.35. Pirámide de reconstrucciones geodésicas vectoriales. Apertura por reconstrucción geodésica con elemento estructurante de tamaño 3x3 (a), 5x5 (b), 7x7 (c), 9x9 (d), 11x11 (e), 13x13 (f), 15x15 (g) y 17x17 (h).....184

6.36. Comparación entre la reconstrucción vectorial controlada y la reconstrucción vectorial clásica. 185

6.37. Algoritmo para controlar la sobresimplificación por zonas de imagen. 185

6.38. Imagen 'Parrots' original (a) y ruidosa (b). Ruido gausiano con σ=20. 186

6.39. Filtrado por reconstrucción geodésica. Apertura por reconstrucción para EE 3x3 (a) y EE 5x5 (c). Cierre por reconstrucción para EE 3x3 (b) y EE 5x5 (d). 187

6.40. Filtrado por reconstrucción geodésica (continuación). Apertura por reconstrucción para EE 7x7 (a), EE 9x9 (c) y EE 11x11 (e). Cierre por reconstrucción para EE 7x7 (b), EE 9x9 (d) y EE 11x11. 188

6.41. Detalle de reducción de zonas planas en los filtros de apertura por reconstrucción. (a) Sección original ruidosa. (b) Filtrado con elemento estructurante 5x5. (c) Filtrado con elemento estructurante 11x11. 189

6.42. Valor medio de la apertura y el cierre por reconstrucción. Elemento estructurante de tamaño 3x3 (a), 5x5 (b), 7x7 (c), 9x9 (d) y 11x11 (e). 190

6.43. Algoritmo de eliminación de ruido por reconstrucción morfológica. 191

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

Índice de tablas

2.1. Resumen de características y aplicaciones de los espacios de color. 40

4.1. Relación entre valores RGB y saturación en modelos HSI, HLS y HSV. 76

4.2. Porcentajes (%) de selección de mejores cotas inferiores (a) en erosión vectorial y mejores cotas superiores (b) en dilatación vectorial, para retículos definidos por EE crecientes. ..88

4.3. Porcentajes (%) de selección de la mejor cota inferior en la erosiones vectoriales mediante ordenación canónica de señales R, RG y RGB. 95

4.4. Porcentajes (%) de selección de la mejor cota inferior en la erosiones vectoriales mediante ordenación canónica de señales I, IS y HIS. 96

4.5. Evolución del uso de mapas de color (%) en erosión vectorial con ordenación lexicográfica para diferentes tamaños de elementos estructurantes. (a) Ordenación lexicográfica I→H→S. (b) Ordenación lexicográfica L→H→S. (c) Ordenación lexicográfica V→H→S. 101

4.6. Evolución del uso de mapas de color (%) en dilatación vectorial con ordenación lexicográfica para diferentes tamaños de elementos estructurantes. (a) Ordenación lexicográfica I→H→S. (b) Ordenación lexicográfica L→H→S. (c) Ordenación lexicográfica V→H→S. 102

4.7. Porcentajes (%) de cambios de orden lexicográfico H→I→S a I→S, por matiz indefinido en el procesamiento de imagen clara de fondo claro (a) e imagen de fondo oscuro (b) 108

4.8. Resumen de ordenes vectoriales. Métodos idóneos para espacio HSI (sombreado). 112

6.1. Reducción de ruido gausiano en imagen de 'Parrots'. 192

Capítulo 1

Introducción

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

1.1 Motivación

El procesamiento de imágenes en color está motivado por dos importantes factores. En primer lugar, por una similitud con la visión humana, totalmente cromática y, en un segundo caso, por el aumento de información que la cromaticidad aporta al análisis de las imágenes.

Las técnicas de visión artificial se han desarrollado, desde su origen, para mapas binarios o de grises que, en este último caso, codifican la información en 256 niveles de luminancias o intensidades luminosas. La limitación ha venido impuesta durante mucho tiempo por el hardware, pues el tiempo de computación de los algoritmos de visión artificial eran muy elevados, lo que requería, desde un inicio, reducir la información visual a un único mapa bidimensional. En principio, las imágenes en escala de grises contienen suficiente información de las escenas capturadas, hasta tal punto, que los bordes y detalles de las imágenes *reales* quedan totalmente identificados por un descenso significativo de luminosidad respecto al resto del objeto. Esta reducción del valor lumínico se refleja en un menor valor de gris que permite, mediante técnicas de gradiente, extraer y perfilar el contorno de las formas presentes en las imágenes. Sin embargo, la señal de intensidad luminosa de una superficie puede conllevar errores de interpretación. Tal es el caso de los efectos de iluminación, manifestados a través de sombras o reflejos en las imágenes y que alternan la composición luminosa de la escena capturada. Este tipo de efectos provocan la falsa detección de fronteras en las regiones homogéneas y la confusión de objetos que no lo son. La iluminación no es sólo el único factor que puede inducir falsas interpretaciones de una escena. La reducción a 256 niveles de luminancias de un entorno visual, formado en la visión humana por atributos de intensidad, tonalidad del color y viveza del color es, en ocasiones, escasa para poder discriminar todos los objetos de una imagen, pues la cromaticidad de las formas no es reflejada y la luminancia de multitud de cromaticidades es idéntica.

Con este panorama, y con el progreso actual del hardware, con procesadores dedicados a algoritmos de visión, cabe pensar en la adquisición de la información cromática de una escena por un sistema de adquisición de color, y su posterior tratamiento e interpretación en mapas tridimensionales. La información cromática permite la identificación correcta de todos los objetos presentes en una escena y puede ser incluso inmune a sombras y reflexiones, lo que hace que su uso, desde hace unos años, sea bastante atractivo en el procesamiento de imágenes. En el capítulo segundo de esta Tesis Doctoral se comentan una serie de aplicaciones en las que la información cromática interviene para facilitar la segmentación e interpretación de estructuras.

La Morfología Matemática ha demostrado ser una poderosa herramienta para numerosas aplicaciones de visión por computador. Multitud de algoritmos hacen, hoy en día, uso de útiles morfológicos para aplicaciones tan variadas como la segmentación, reconstrucción, detección de bordes, aumento de contraste, análisis de texturas, etc. Sin embargo, la Morfología Matemática, requiere el establecimiento de un orden entre todos los pixels de las imágenes sobre las que opera. Este requerimiento ha limitado, junto al alto coste computacional de algunas operaciones, la extensión de la morfología a imágenes cromáticas. A lo largo de esta Tesis Doctoral se presenta un estudio que supera la primera limitación, pues se conseguirá extender las

operaciones de la escala de grises a vectores tridimensionales, cumpliendo todas las propiedades básicas de la morfología.

Una vez realizada la extensión de los diferentes útiles morfológicos al caso cromático, tienen especial interés las transformaciones morfológicas de geodesia, pues constituyen en la actualidad poderosas herramientas para la segmentación de imágenes por extracción de objetos y por simplificación. El tratamiento adecuado de la información cromática en este tipo de operaciones permitirá generalizar la reconstrucción geodésica a imágenes en color, logrando una segmentación eficiente para este tipo de imágenes. Al emplear el matiz como un atributo más en la identificación de los objetos, se evitan, incluso, desagradables efectos de brillos o reflejos por las propiedades de los materiales o las condiciones de iluminación en la adquisición de la imagen. De interés será, asimismo, la capacidad de la reconstrucción en atenuación de ruido cromático.

1.2 Estructura

Tras esta introducción, en el capítulo segundo de esta Tesis Doctoral se exponen los fundamentos teóricos del color. Se realiza un estudio del color de los objetos y su explicación física. Asimismo, se exponen las diferentes teorías relacionadas con la visión humana. Se discuten las leyes de formación del color y la teoría tricromática. En cuanto a la especificación del color, se presentan las recomendaciones internacionales. En la parte final del capítulo se trata el concepto de espacio de color y se discuten las diferencias entre los modelos cromáticos más empleados en la actualidad, así como su aplicación en visión por computador.

En el capítulo tercero se realiza una visión teórica de la Morfología Matemática. Se presentan las operaciones básicas de la morfología desde la teoría de conjuntos hasta la definición de filtros morfológicos. En este capítulo, todas las operaciones quedan definidas formalmente, así como sus propiedades. Será útil, pues se aludirá a ellas en capítulos posteriores. Todas las operaciones se acompañan de ejemplos visuales sobre una base de conjuntos, funciones unidimensionales e imágenes de grises.

El capítulo cuarto, parte central de la Tesis, presenta un amplio y detallado estudio de las relaciones de orden vectoriales que permiten extender la Morfología Matemática de grises a imágenes cromáticas. Más concretamente, en este capítulo, se estudia la interacción del espacio HSI con las diferentes relaciones de orden vectorial. Se comprueba el buen comportamiento del espacio HSI con el método de ordenación lexicográfico. Asimismo, se presenta un nuevo orden lexicográfico y se trata la situación del matiz indefinido que, en los espacios que representan atributos preceptúales de la visión humana, debe ser tenido en cuenta.

El capítulo quinto introduce al lector en las transformaciones geodésicas. En este capítulo, se detallan los conceptos de conectividad y distancia geodésica tanto en conjuntos como en funciones de grises, fundamental en todo desarrollo posterior. Se realiza un repaso de los útiles geodésicos de la morfología de grises y de sus propiedades, para luego presentarlos en morfología cromática. Se comprueba que la elección correcta de la imagen marcador no introduce nuevas cromaticidades en la imagen original.

El capítulo sexto es, junto a los dos anteriores, uno de los más importantes de esta Tesis Doctoral. En él, se presentan una serie de algoritmos que se han desarrollado, mediante transformaciones geodésicas, para aplicaciones tan variadas como la eliminación de ruido gausiano, la segmentación de imágenes o la atenuación de brillos. En todos estos casos, la geodesia cromática ha demostrado una alta eficacia.

De los desarrollos efectuados se extraen una serie de conclusiones que se detallan en el capítulo séptimo. Seguidamente, el apéndice A informa del contenido del CD que se facilita junto al documento escrito. El CD contiene todas las imágenes cromáticas a las que se hace referencia en los textos y que han sido objeto de procesamiento. Asimismo, el CD alberga el software creado especialmente para las operaciones morfológicas cromáticas. En el apéndice B se resumen interesantes recursos en internet sobre Morfología Matemática.

Finalmente, en el apartado de bibliografía, se presentan todas la referencias empleadas y comentadas a lo largo de la Tesis.

1.3 Aportaciones de la Tesis

Esta Tesis Doctoral se centra, fundamentalmente en dos principales objetivos:

- La extensión general de las operaciones morfológicas a imágenes en color, empleando información de orden de los espacios HSI. Estudio comparativo de diferentes ordenes vectoriales.
- La aplicación concreta de las transformaciones geodésicas en color. En particular se hace uso de la reconstrucción geodésica en color para diferentes aplicaciones de la visión artificial cromática:
    - Análisis de imágenes biomédicas.
    - Identificación y segmentación de terrenos en imágenes aéreas.
    - Eliminación de brillos y reflexiones.
    - Atenuación de ruido gausiano.

La extensión de las operaciones morfológicas a imágenes en color se realiza empleando la familia de espacios de color HSI. Concretamente, se estudia en detalle la adecuación de los espacios orientados a usuario en el establecimiento de un orden entre los colores presentes en una imagen cromática. Como una aportación principal de la Tesis Doctoral se analiza la situación del matiz indefinido y su tratamiento en procesamiento de imágenes. La detección de pixels con matiz indefinido en una imagen cromática es realmente importante, pues el retículo de colores no puede emplear en ningún caso una señal que puede llegar a ser indefinida. Se presenta una extensión del concepto de distancia de matiz, desarrollado por otros autores, que ahora permite identificar, en un mismo mapa o canal, los pixels de matiz indefinido. Asimismo, se emplea el concepto de umbral de saturación, aplicable en todos los espacios de la familia HSI, para separar, en una imagen y en función de la saturación, los pixels de matiz significativo de los que carecen de cromaticidad.

En el desarrollo de una función de orden se demuestra, después de un amplio y nuevo estudio de los métodos de ordenación vectorial, que la ordenación lexicográfica es la que mejor interacciona con la familia de espacios HSI, al dar mayor prioridad a unas señales frente a otras en el momento de establecer el orden entre los colores. En relación a la prioridad de componentes, se presentan los conceptos de *retículo orientado a matiz* y *retículo orientado a intensidad*, como las variantes de orden más significativas, de todas las permutaciones lexicográficas posibles. Para evitar la alta dependencia que la señal prioritaria posee en el establecimiento del orden lexicográfico, se ha desarrollado un nuevo orden, denominado α-lex, que permite reducir el elevado uso del elemento prioritario en favor de la segunda componente. Este nuevo método de ordenación vectorial constituye una de las aportaciones principales de esta Tesis Doctoral. Con el orden α-lex se logra una ordenación de colores más avanzada, pues el empleo del factor α mantiene la decisión de orden en la primera componente si los pixels vectoriales están claramente diferenciados por el valor de la primera señal (a una distancia mayor que α definida por el usuario). En caso contrario, la segunda componente interviene para decidir la ordenación de los elementos del retículo. Los diferentes valores de α del nuevo método lexicográfico permiten el cambio progresivo entre un retículo orientado a matiz y uno orientado a intensidad.

En relación a las operaciones geodésicas, se estudia el comportamiento de todas las operaciones de la geodesia numérica en imágenes cromáticas, siento ésta otra de las aportaciones de la presente Tesis Doctoral. Se comprueba como el mantenimiento de un índice de orden permite que las operaciones conserven las mismas propiedades que en escala de grises. Se comprueba, asimismo, la ausencia de falsos colores en los resultados si todas las operaciones son vectoriales y los colores del marcador no difieren de los presentes en la máscara cromática. Se realiza un estudio particular de la reconstrucción geodésica, como la herramienta más poderosa de todas las presentes en geodesia. Se muestra como esta operación permite la simplificación de la imagen, eliminando de la escena todas aquellas estructuras indeseadas por selección de matiz o intensidad.

Tanto la extensión de las operaciones de morfología matemática a imágenes cromáticas, como los algoritmos basados en útiles geodésicos, presentados en esta Tesis Doctoral, han dado lugar, entre otras, a las siguientes publicaciones:

- Publicaciones impactadas:
    - Ortiz, F., Torres, F. De Juan, E., Cuenca, N. (2002). Colour Mathematical Morphology for Neural Image Analysis. Aceptado y en proceso de publicación en *Second Special Issue on Bioinformatics*. *Journal of Real Time Imaging*.

- Otras publicaciones:
    - Ortiz, F., Torres, F., Angulo, J., Puente, S. (2001). Comparative study of vectorial morphological operations in different colour spaces. *Proceedings of SPIE, Intelligent Robots and Computer Vision XX*, 4572, pp. 259-268.

- Ortiz, F., Torres, F., Gil, P., Pomares, J., Puente, S., Candelas, F. (2001). Vectorial Ordering by Distance for HSI Mathematical Morphology. *Proceedings of the IX Spanish Symposium on Pattern Recognition and Image Analysis*, Vol. 2, pp. 379-384.
- Ortiz, F., Torres, F., Puente, S., Candelas, F., Gil, P. (2000). Use of the Hue/Saturation/Intensity Colour Spaces to the Morphological Processing of Colour Images. *Proceedings of First International Conference in Graphics and Image Processing*, Saint-Etienne, France, pp. 219-224.

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

Capítulo 2

Fundamentos del Color

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

2.1 Introducción

El color no es una propiedad intrínseca de los objetos. La materia es totalmente incorpórea y lo que hace que un objeto sea percibido con un determinado color responde, por una parte, a las propiedades de la luz incidente en el objeto, es decir, a las características de la radiación visible necesaria para iniciar todo proceso de visión humana (ya sea cromática o no). En segundo lugar, a las propiedades químicas de la materia de la que están formados los cuerpos, algo que afectará sensiblemente a la interacción de la luz con estos últimos y, por último, al sistema visual humano que será el que determine la sensación cromática final percibida por nuestro cerebro, según las ondas de luz transmitidas o reflejadas por el objeto que han penetrado en el ojo humano (figura 2.1) [Gilabert, 1992]. Por este último factor, una determinada muestra de color no es percibida exactamente igual por dos observadores, consecuentemente, la obtención de un valor objetivo de la especificación del color, valido para una posible normalización de colores, debe basarse sobre un gran número de observadores cuidadosamente seleccionados.

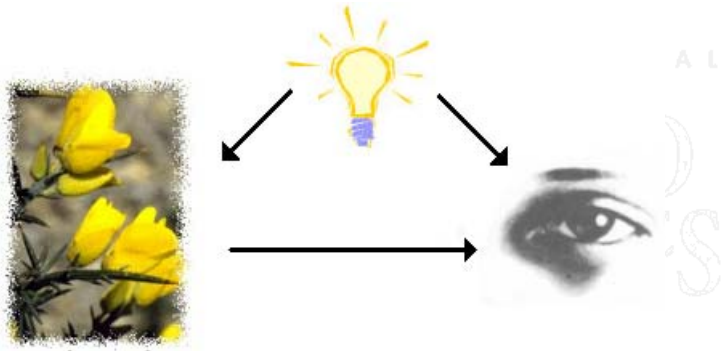


Figura 2.1. En la percepción del color intervienen tres elementos: las fuentes de luz, los objetos y el sistema visual humano.

El primer punto a desarrollar en el estudio del color es la definición de la naturaleza de la luz. Sin la presencia de este fenómeno físico no sólo es prácticamente imposible percibir la sensación cromática, sino también los propios cuerpos u objetos que nos rodean.

2.2 La luz

En lenguaje corriente se denomina luz a todo lo que impresiona nuestra vista. Científicamente se define como la radiación que emiten algunos cuerpos, por incandescencia o luminiscencia que, iluminando a los objetos, los hace visibles. Puede definirse también como el conjunto de radiaciones capaces de estimular el órgano visual.

2.2.1 Teorías sobre la naturaleza de la luz

La naturaleza de la luz se ha explicado mediante gran cantidad de teorías, entre las que destacan la 'corpuscular' y la 'ondulatoria'. Hasta principios del siglo XIX la luz fue considerada como una corriente de partículas (corpúsculos) emitidos por una fuente luminosa, la cual estimula el órgano de la vista. Esta teoría, la 'teoría corpuscular', fue desarrollada por Isaac Newton en el siglo XVII y mejorada posteriormente con el 'Modelo cuántico' de Max Planck a principios del

siglo pasado, según el cual, los corpúsculos anteriores representan a cantidades discretas de energía denominadas fotones. Una fuente luminosa o fuente de luz será, para la 'teoría corpuscular', un emisor de radiación o energía visible. Por otra parte, desde el siglo XVII varios científicos como Christian Huygens, Francesco Grimaldi o Thomas Young, evidenciaron mediante diversos experimentos, que la luz era una especie de movimiento ondulatorio de frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación determinada: 'teoría ondulatoria de la luz' [Casas, 1994], [Hecht, 1988]. Sería ya en 1.873 cuando James C. Maxwell demostrara, que la luz era una forma de ondas electromagnéticas de alta frecuencia y predijo que estas ondas deberían tener una velocidad aproximada de 300.000 km/s. Heinrich Hertz confirmó experimentalmente la teoría de Maxwell en 1.887, al generar y detectar por primera vez las ondas electromagnéticas. Posteriormente, él y otros investigadores, comprobaron que estas ondas se podían reflejar, refractar, etc. En otras palabras, las ondas electromagnéticas mostraban todos los fenómenos característicos de las ondas de luz.

La luz como una onda electromagnética

Algunos tipos de energía precisan para propagarse un medio material llamado conductor. Tal es el caso de la energía eléctrica o mecánica, por ejemplo. Pero también existe otro tipo de energía, como es la luminosa, que se transporta sin necesidad de un conductor, por medio de radiaciones electromagnéticas.

Las radiaciones electromagnéticas se propagan en forma de dos ondas vectoriales mutuamente acopladas y perpendiculares entre sí; una onda para el campo eléctrico E y otra onda para el campo magnético B, tal y como puede observarse en la figura 2.2. Según la teoría ondulatoria, la luz se propaga en forma de ondas que viajan en el espacio libre con una velocidad constante $c=3x10^8$ m/s. Para esta teoría se considera fuente de luz a toda una radiación electromagnética cuya longitud de onda varía o esté comprendida entre los 380 nm y los 780 nm, o cuya frecuencia oscile entre los $3{,}2\cdot10^{14}$ Hz y $7{,}7\cdot10^{14}$ Hz.

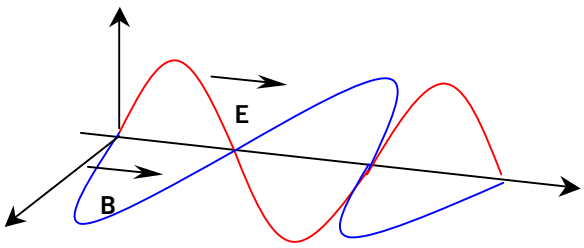


Figura 2.2. Radiación electromagnética.

Fue el propio Isaac Newton quien evidenció como la luz blanca (la luz procedente del Sol) se podía descomponer en una serie de *haces luminosos* de colores diferentes cuando atravesaba un prisma óptico (figura 2.3). Newton, con este experimento, halló el espectro de la luz diurna mediante el fenómeno conocido como dispersión de la luz o dispersión cromática cuya explicación física escapaba a su teoría corpuscular. Mediante la teoría ondulatoria se sabe que cada color es en realidad una onda electromagnética de frecuencia o longitud de onda

determinada y que, al penetrar en el prisma óptico, se desvía en una dirección diferente debido a que el índice de refracción de este material varía con la frecuencia de la onda penetrante, con lo que el haz diurno (luz blanca) se expande de tal forma que las radiaciones monocromáticas que éste incluye pueden ser distinguidas y observadas por el ojo humano.

Figura 2.3. Dispersión cromática de la luz

El ojo humano es sensible a las radiaciones electromagnéticas cuya longitud de onda está comprendida entre 380 nm y 780 nm, aproximadamente. Este pequeño segmento de radiaciones se conoce como espectro visible o luz (figura 2.4) [Beléndez, 1996], [Ortiz, 1999]. La radiación infrarroja está presente junto a la luz roja, mientras que la radiación ultravioleta se puede observar junto al color violeta. Ambas radiaciones no son invisibles para el ser humano, aunque hay otros animales que consiguen observarlas.

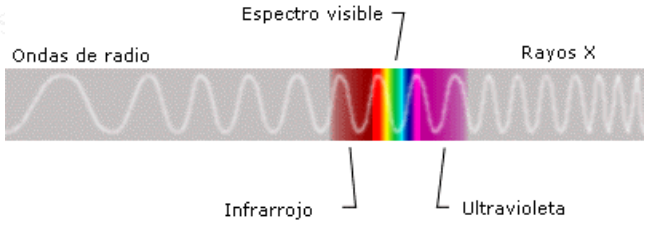


Figura 2.4. Espectro electromagnético.

El espectro visible contiene numerosos colores que son distinguidos por la longitud de onda (figura 2.5). El ser humano puede llegar a distinguir hasta aproximadamente 10.000 colores. La combinación de todas las radiaciones de luz produce luz blanca, como la procedente del sol.

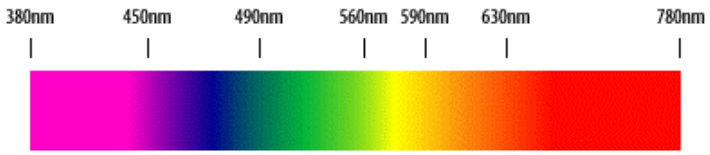


Figura 2.5. Dispersión cromática.

Cada onda luminosa monocromática lleva asociada una energía, el fotón, cuyo valor es igual al producto:

$$Q = hf \tag{2.1}$$

donde h es la constante de Planck, igual a 6.26×10^{-24} J/s, y f la frecuencia de la onda. Así, la luz de menor frecuencia tiene menor contenido energético, mientras que la luz de menor longitud de onda posee mayor energía.

En la actualidad se observa a la luz como un fenómeno que posee naturaleza dual, por una parte, la teoría ondulatoria explica convenientemente la propagación de la luz y los efectos de interferencia y difracción, mientras que el efecto fotoeléctrico (transferencia de energía de la luz a ciertos cuerpos o elementos) y la interacción de la luz con la materia se explican más satisfactoriamente mediante el modelo corpuscular [Gilabert, 1992].

Para cualquier color, la cantidad de luz emitida por cada longitud de onda se representa con el denominado poder de distribución espectral, cuyas iniciales en inglés son *SPD*. Cuando se añaden diferentes *SPD* se crea un nuevo color, que es lo que se conoce como mezcla aditiva del color. Otro fenómeno diferente es el conocido como mezcla sustractiva, que consiste en componer colores eliminando o sustrayendo luz (sistemas de impresión).

BIBLIOTECA VIRTUAL

2.2.2 Fuentes de luz

La luz diurna ha sido y seguirá siendo durante mucho tiempo una luz de referencia, utilizada como elemento de comparación y evaluación subjetiva para cualquier otra fuente luminosa diferente. Sin embargo, las condiciones ambientales y horarias (entre otras) hacen que esta fuente luminosa varíe su composición inaceptablemente para que pueda ser empleada como fuente en Colorimetría. Es necesario, pues, definir una radiación que represente a una luz diurna normalizada, una distribución espectral constante para la medida del color, para ello la Comisión Internacional de Iluminación (CIE) propuso el uso de *iluminantes* o *blancos de referencia*.

Un iluminante es una fuente de luz normalizada e imaginaria: una tabla estandarizada de valores que representan a emisores de luz típicos (luz teórica que será o no realizable físicamente). Los iluminantes representan a blancos que parecen más anaranjados o azulados en función de lo que se conoce como *temperatura del color:* propiedad de color de una fuente de luz. La temperatura de color es la temperatura (en grados Kelvin) a la que hay que calentar un radiador de energía o fuente de radiaciones denominado *cuerpo negro* para que emita radiaciones de determinadas longitudes de onda [Wyszecki, 1982]. Así, a temperaturas bajas, este manantial patrón radiará energía que se hace visible con longitudes de onda largas (rojos anaranjados), mientras que a altas temperaturas llegará a emitir radiaciones de frecuencias elevadas (azules), tal y como puede observarse en la figura 2.6.

1000ºK 5000ºK 10000ºK

Figura 2.6. Temperaturas de color según el calentamiento del 'cuerpo negro'.

Según la temperatura del color, los blancos de referencia estandarizados y recomendados por la CIE son los siguientes:

- Iluminante A: Corresponde a la luz emitida por una lámpara de filamento de wolframio. Equivale a la luz emitida por el cuerpo negro a una temperatura de 2.856 ºK.
- Iluminante B: Corresponde a la luz solar de mediodía. Su temperatura de color es de 4.874 ºK.
- Iluminante C: Luz del día en el hemisferio norte sin Sol directo (sin radiación ultravioleta). La temperatura para este iluminante es de 6.774 ºK.
- Iluminante D (D65): Mezcla de luz solar y cielo nublado (con presencia ultravioleta). Temperatura de color de 6.500 ºK. Es el adoptado actualmente como blanco de referencia para la televisión en color.
- Iluminante E: Es el blanco equienergético y representa al blanco que se obtiene al estar presentes todas las longitudes de onda del espectro visible con igual energía. Su temperatura de color es de 5.500 ºK.

2.3 Interacción de la luz con la materia

Para dar una explicación física a la cromaticidad de los cuerpos que nos rodean es necesario estudiar la interacción de la luz con la materia de la que están compuestos los objetos. Según las tesis del 'Modelo Corpuscular', la luz está formada por cantidades cuantificables de energía, los fotones (2.1). La interacción de la luz (fotones) con los materiales cumple las leyes de conservación de la energía, por lo que la energía radiante que incide sobre un objeto se transforma, por una parte, en energía reflejada, en energía transmitida y en energía absorbida:

$$\phi(\lambda) = R(\lambda) + T(\lambda) + A(\lambda) \tag{2.2}$$

Donde $\phi(\lambda)$ representa a la luz incidente sobre el objeto, $R(\lambda)$ a la energía reflejada, $T(\lambda)$ al flujo transmitido y $A(\lambda)$ a la cantidad de luz absorbida por la materia. Normalizando estas cantidades:

$$1 = \frac{R(\lambda)}{\phi(\lambda)} + \frac{T(\lambda)}{\phi(\lambda)} + \frac{A(\lambda)}{\phi(\lambda)} \tag{2.3}$$

se obtiene:

$$1 = R + T + A \tag{2.4}$$

siendo R la reflectancia, T la transmitancia y A la absortancia, características que definen las propiedades de un material [Fairchild, 1998]. El valor de estas características depende, por un lado, de la composición química de los cuerpos u objetos y, por otro, de la longitud de onda incidente sobre ellos. Según sea la longitud de onda que reflejen, transmitan o absorban así será el color con el que se percibe el objeto. Un material que absorba todas las frecuencias (reflectancia y transmitancia nulas) se percibirá negro, mientras que un cuerpo que refleje todas las longitudes de onda visibles (transmitancia y absortancia nulas) aparecerá blanco. En los

objetos opacos la transmitancia es insignificante, siendo las frecuencias que refleja el cuerpo las que determinan con que color se va a percibir. En los transparentes, por el contrario, son la reflectancia y la absortancia las que valen prácticamente cero; por ejemplo, un vidrio óptico incoloro transparente refleja el 8% de la luz incidente, absorbe el 1% y transmite el resto. La reflectancia y la transmitancia son inversamente proporcionales: un objeto con elevada reflectancia para una longitud de onda determinada tendrá escasa transmitancia para esa misma frecuencia, y viceversa. Esta característica se evidencia en la figura 2.7, en donde se observa la variación de la absortancia, reflectancia y transmitancia para un material opaco de color rojo. En consecuencia, una especificación puramente objetiva del color de una superficie puede expresarse en términos de reflectancia espectral. En el caso de disoluciones o materiales transparentes dicha especificación vendrá dada por la transmitancia espectral.

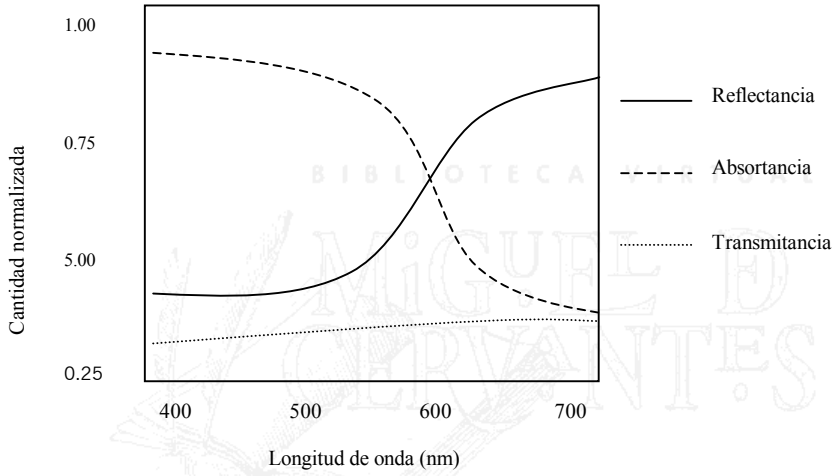


Figura 2.7. Absortancia, reflectancia y transmitancia de un objeto opaco rojo.

2.4 Sistema visual humano

Las percepciones visuales son iniciadas y están fuertemente influenciadas por la estructura anatómica del ojo (figura 2.8). El ojo constituye un sistema óptico perfecto, formado por la córnea, la pupila, el iris, la retina, etc. De todas estas membranas la más interesante, para la colorimetría, es la retina, ya que en ella se ubican dos fotorreceptores sensibles a la luz: los conos y los bastones [Wyszecki, 1982].

En la retina del ojo humano existen hasta 130 millones de células fotorreceptoras. El número de bastones oscila entre los 110 y 125 millones, mientras que el número de conos es mucho más reducido pues apenas alcanzan los 7 millones. Estas estructuras tienen un tamaño aproximado de 1/500 mm de diámetro y la diferencia entre ellas estriba en su función visual. Los bastones se sensibilizan con bajos niveles de iluminación (la denominada visión escotópica), mientras que los conos se 'activan' con altos niveles de luz (visión fotópica) y son los responsables de la visión en color [Fairchild, 1998]. Para niveles medios de luz ambos fotorreceptores se sensibilizan. La figura 2.9 proporciona una representación de las dos clases de fotorreceptores de la retina.

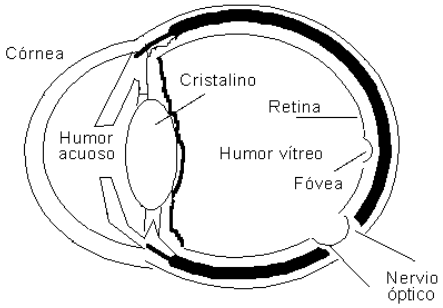


Figura 2.8. Anatomía del ojo humano.

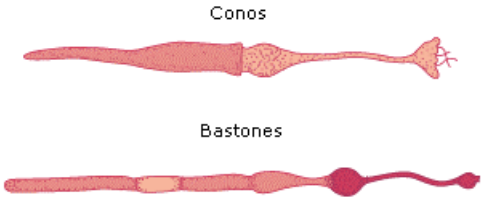
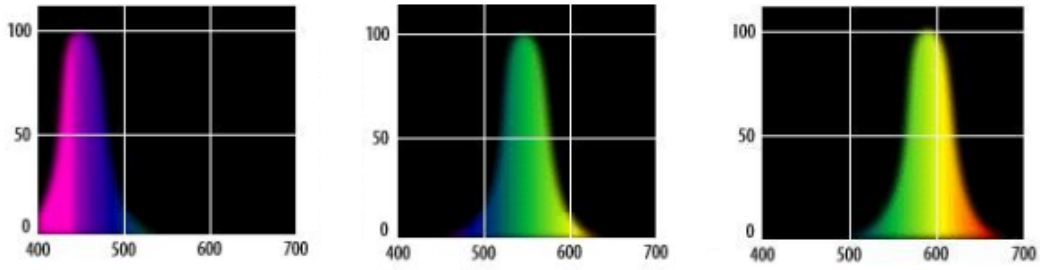


Figura 2.9. Anatomía de Conos y Bastones de la retina [Rodieck, 1973].

En la retina existen tres tipos de conos conocidos como L, M y S [Lammens, 1994]. Estos nombres se refieren a la sensibilidad de cada cono a *Long* (largas) longitudes de onda, a *Middle* (medias) y a *Short* (cortas) longitudes de onda. Los conos L son sensibles a tonalidades rojas, los conos M se sensibilizan con tonalidades verdes y los conos S responden a estímulos azules (figura 2.10). La comparación en cantidad de conos L, M y S es 40:20:1, es decir, existe una cantidad mayor de fotorreceptores sensibles al rojo anaranjado que al verde o al azul violáceo.



(a) (b) (c)

Figura 2.10. Respuesta espectral de los conos S (a), M (b) y L (c) en función de la longitud de onda (400-700nm).

En las gráficas de la figura 2.10, la sensibilización de cada cono en función de la longitud de onda se ha representado en normalización [0,100]. En la retina, la sensibilización de cada cono no responde realmente a esa magnitud. Concretamente, los conos azules son los

menos sensibles, mientras que los que más respuesta proporcionan son los verdes. Los rojos presentan igualmente una buena sensibilidad [De Boeck, 1990].

Cuando el ojo se excita con un espectro luminoso de energía constante ($Q_e(\lambda)$=cte), denominado espectro equienergético, se percibe el blanco. Las percepciones individuales de los colores, ofrecidas por la sensibilización de los conos se dan en las fórmulas siguientes:

$$L = \int \varsigma(\lambda) Qe(\lambda) d\lambda \tag{2.5}$$

$$M = \int \gamma(\lambda) Qe(\lambda) d\lambda \tag{2.6}$$

$$S = \int \beta(\lambda) Qe(\lambda) d\lambda \tag{2.7}$$

donde $\varsigma(\lambda)$, $\gamma(\lambda)$ y $\beta(\lambda)$ representan los valores de conversión de energía radiante en percepción de los conos L, M y S, respectivamente, para la longitud de onda λ.

Otra consideración a tener en cuenta es que la respuesta del ojo humano no es igual para todas las longitudes de onda, sino que pasa de ser mínima para zonas cercanas a los 380 nm ó 780 nm, a ser máxima para alguna zona intermedia del espectro, y es que la refracción de los rayos luminosos que penetran en la retina no afecta por igual a todas las frecuencias que estos rayos incluyen. La luz de alta frecuencia (azul) focaliza en un punto anterior a la retina, mientras que las bajas frecuencias (rojos) lo hacen en puntos posteriores. Esto tiene como consecuencia que los detalles rojos o azules no puedan distinguirse netamente en una escena. Justo lo contrario de lo ocurre con los verdes, cuyo punto de convergencia o focalización se sitúa exactamente en la retina, lo que induce a una mayor sensibilización del ojo para estas tonalidades (figura 2.11).

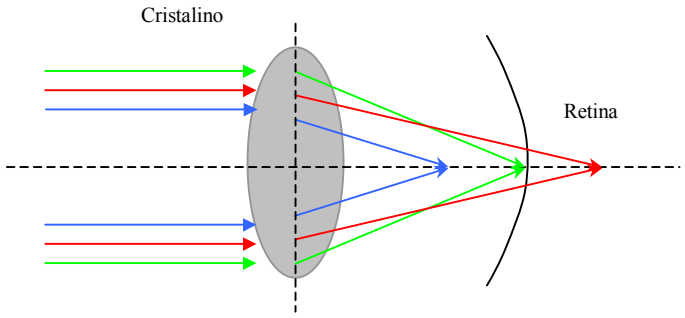


Figura 2.11. Refracción desigual de la luz roja, verde y azul en la retina.

2.4.1 Teorías sobre el proceso de la visión

Desde el siglo pasado dos teorías han intentado dar una explicación al proceso visual humano, especialmente en lo que concierne a la percepción cromática. Un breve repaso de ambas teorías y la consideración actual se comentan a continuación [Sharma, 1997].

Teoría tricromática. Modelo de triestímulos

En 1.801 Thomas Young, partiendo de las observaciones de Newton sobre la descomposición y síntesis de la luz, publicó la primera teoría para dar explicación a la percepción del color. Posteriormente, Helmholtz y Maxwell la adoptaron y la reformularon. Todos estos científicos reconocieron la existencia de tres tipos de fotorreceptores (conos) en el ojo humano que se sensibilizaban aproximadamente para frecuencias rojas, verdes o azules. Con esta teoría se asume que tres imágenes monocromáticas (verde, roja y azul) son formadas por los conos para ser, posteriormente, transmitidas al cerebro en donde ya se forma una imagen cromática con la información aportada por cada monocroma. Según sean las longitudes de onda incidentes en el ojo se estimulan unos u otros conos en una determinada magnitud, con lo que la variabilidad cromática producida por estas células refleja el color de cualquier entorno visual.

Modelo de colores opuestos

Si la teoría anterior tiene un mayor peso en física, la teoría de E. Hering es la preferida por los investigadores del área de la psicología. Fue propuesta en 1.874 por Hering y revalorizada en 1.957 por D. Jameson y L. Hurvich. Según esta teoría, la ordenación de colores se basa en que todas las cromaticidades pueden contener una componente roja o verde, pero nunca ambas sensaciones simultáneamente. Similarmente, el azul y amarillo son colores exclusivos en un determinado estímulo luminoso. Clasificar un color como rojo o verde y como azul o amarillo es una descripción completa para este modelo. Con la teoría de los colores opuestos la sensación de color se organiza a lo largo de dos ejes. El primero codifica la composición roja-verde de un color, mientras que el segundo eje (perpendicular al primero) codifica la sensación azul-amarilla de un estímulo luminoso. La intersección de estos dos ejes codifica la intensidad luminosa en un tercer eje perpendicular a ambos, tal y como puede observarse en la figura 2.12.

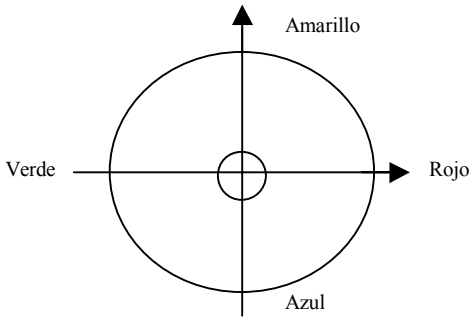


Figura 2.12. Representación de la teoría de los colores opuestos para clasificar un color.

Se puede representar la señal roja-verde que interpreta el cerebro humano como una combinación $\alpha(r_L - r_M)$, donde r_L y r_M son las respuestas de los conos L y M, respectivamente, mientras que α es un escalar. Cuando $r_L > r_M$ la señal roja/verde es positiva y se interpreta como un color rojizo. Por el contrario, cuando $r_L < r_M$ la señal es negativa que se identifica con las tonalidades verdes. Un caso especial ocurre si $r_L = r_M$, en esta situación el color no es ni rojo ni verde [Sangwine, 1998].

Al igual que en el caso anterior, la información azul-amarilla proviene de la respuesta de los conos a la luz. Esta señal es la diferencia entre la respuesta del cono S y la suma de las respuestas de los conos L y M (figura 2.13).

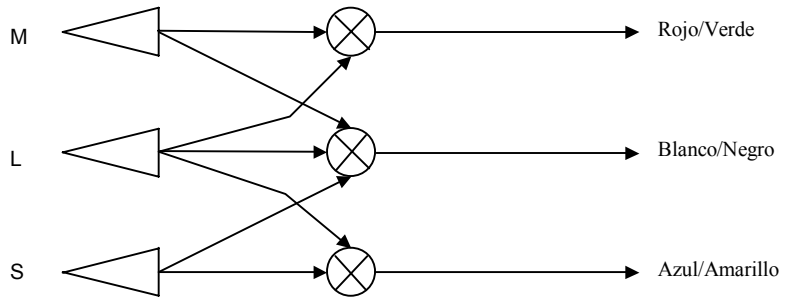


Figura 2.13. Respuesta de los conos y procesamiento de señales según la teoría de Hering.

Teoría de zonas

Según esta teoría, el modelo triestímulo y el modelo de los colores opuestos son teorías validas, aunque cada una en un nivel de abstracción diferente. Si la teoría tricomática describe el proceso visual en la retina, la teoría de los colores opuestos está presente en la percepción del color en nuestro cerebro, de hecho, la teoría de los colores opuestos parte como combinación lineal de la respuesta de los conos.

2.5 Especificación del color

Cuando se pretende definir o especificar el color es necesario realizar una distinción entre lo que se conoce como color percibido, cuando el término se emplea en sentido subjetivo y color psicofísico, cuando este término se emplea con un fin objetivo [Wyszecki, 1982]. Esta distinción es necesaria ya que en cada uno de los casos el color poseerá un significado distinto. En el caso subjetivo se considera el color como un aspecto de la percepción visual, mientras que en el caso objetivo éste es una característica de las radiaciones visibles. En ambos casos el color permite al observador distinguir las diferencias entre dos objetos de las mismas dimensiones, forma y/o estructura, siendo estas diferencias de la misma naturaleza que las producidas por una diferencia de composición espectral de la radiación que interviene en la observación.

2.5.1 Especificación del color percibido

Bajo un punto de vista subjetivo o intuitivo, la CIE ha definido y recomendado las siguientes características para especificar el color percibido:

- **Luminosidad** (brillo): atributo de la sensación visual según la cual una superficie parece emitir más o menos luz (es más o menos luminosa o brillante).
- **Matiz** (tono): atributo de la sensación visual que corresponde a las denominaciones de los colores como azul, verde, amarillo, etc. El matiz está relacionado con la longitud de onda o frecuencia dominante de las radiaciones visuales.

- **Saturación**: atributo visual que permite estimar la proporción de color cromático puro contenido en la sensación visual. Una saturación nula corresponde a una ausencia de color, a un color acromático. La escala de grises (blanco y el negro incluidos) posee una saturación nula.

El matiz y la saturación definen las características colorimétricas de un estímulo de color y reciben, en conjunto, el nombre de cromía o cromaticidad. En la figura 2.14. se observa una escala de matices en la que se distinguen tonos rojos, amarillos, verdes, azules, etc. En la escala de saturaciones para un estímulo verdoso se observa como éste varía su viveza en función de la saturación. En la escala de luminosidades el matiz anterior parece emitir más o menos luz al modificar los valores de esta escala.

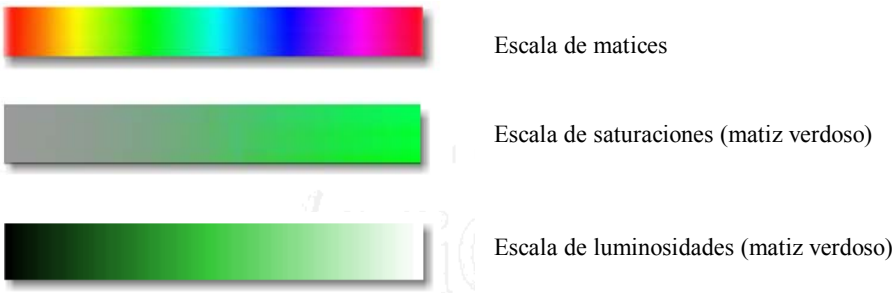


Figura 2.14. Atributos perceptuales para especificar el color percibido.

2.5.2 Especificación del color psicofísico

Los términos psicofísicos del color suelen estar relacionados con el proceso conocido como *color matching* o igualación del color. Leonardo da Vinci fue el primero en afirmar que con únicamente tres colores se podían igualar casi todos los colores conocidos. Posteriormente, ya en siglo XVII, Newton comprobó científicamente que con tres franjas del espectro visible se podía obtener la luz blanca, aunque no sería hasta el siglo XIX cuando, Thomas Young, con su teoría tricromática de la visión humana por un lado y el físico alemán Grassman, con sus leyes sobre la síntesis del color, generalizaran fisiológica y físicamente la tricromaticidad, consistente en la especificación (igualación) de cualquier color o estímulo cromático únicamente con tres variables independientes.

Antes de comentar las leyes de Grassman sobre la tricromaticidad es conveniente definir lo que se conoce por síntesis aditiva o sustractiva del color [Gilabert, 1992]. La mezcla aditiva del color (color luz) consiste en mezclar colores añadiendo o sumando luz, de forma que los colores que se consiguen como resultado de la mezcla aditiva son más luminosos que los empleados inicialmente para realizar la mezcla. Los colores principales o primarios del sistema de mezcla aditivo son el azul, verde y rojo y se corresponden con las tres clases de conos de la retina. Mezclando estos primarios se consiguen los secundarios de la síntesis aditiva: amarillo (verde+rojo), magenta (rojo+azul) y cyan (verde+azul), así hasta llegar al blanco (figura 2.15.a).

La síntesis sustractiva (color materia) es otro método para la generación de múltiples tonalidades, aunque, en este caso, la mezcla de colores se realiza sustrayendo o restando luz. En esta síntesis los colores primarios son los suplementarios de la mezcla aditiva, es decir, el amarillo, magenta y cyan, siendo los secundarios el rojo, verde y azul, para generar, por último, el color negro (figura 2.15.b).

(a) (b)

Figura 2.15. Síntesis aditiva (a) y sustractiva del color (b).

Leyes de Grassman

En 1.853 el físico alemán Grassman sistematizó la teoría de la mezcla aditiva del color en una serie de conclusiones que hoy se conocen como las leyes de Grassman [Wyszecki, 1982], [Nicolás, 1988], [De Boeck, 1990].

Primera Ley: Ley de la trivariancia visual

Por síntesis aditiva del color es posible conseguir todos los colores percibidos mezclando tres franjas del espectro visible (roja, verde y azul) en la proporción de intensidad adecuada, siempre que ninguno de los tres iluminantes o valores triestímulo elegidos pueda obtenerse por mezcla de los otros dos.

$$C = \alpha(R) + \beta(G) + \gamma(B) \qquad (2.8)$$

siendo C, R, G y B estímulos monocromáticos del espectro electromagnético y α, β y γ, las cantidades de luz de cada estímulo cromático en la formación del nuevo color C.

A las radiaciones que producen iguales sensaciones de matiz, saturación y luminosidad, teniendo diferente distribución espectral, se les denomina radiaciones cromáticamente equivalentes. A los colores cromáticamente equivalentes a uno monocromático dado, se les designa colores metámeros y a la simplificación de la visión humana que permite que dos luces de composición espectral diferente produzcan idéntica sensación se conoce con el nombre de metamerismo.

Segunda Ley: Ley de la luminancia

Al mezclar aditivamente dos radiaciones cualesquiera se forma un tercer color que puede ser generado por síntesis aditiva de los componentes primarios rojo, verde y azul de cada una de las radiaciones primarias de partida. Es decir, cualquier radiación cromática que se mezcle aditivamente con otra, puede ser sustituida por una radiación cromática equivalente.

$$C_3 = C_1 + C_2 \quad \text{si} \quad (R_1+R_2)(R) + (G_1+G_2)(G) + (B_1+B_2)(B) \tag{2.9}$$

Tercera Ley: Ley de la proporcionalidad

Siempre que dos superficies produzcan igual sensación cromática es posible variar su luminancia, manteniendo constante el matiz y la saturación, sin que varíe la igualdad cromática entre ambas superficies.

$$Si\ C_1 = C_2 \quad entonces \quad kC_1 = kC_2 \tag{2.10}$$

Cuarta Ley: Ley de la aditividad

Puesto que cualquier color puede crearse por síntesis aditiva de los colores primarios rojo, verde y azul, y dado que al mezclar aditivamente estos componentes se suman sus respectivas luminancias, se puede deducir que la luminancia de un color cualquiera equivale a la suma de las luminancias de sus componentes primarios.

$$Lum(C) = Lum(R) + Lum(G) + Lum(B) \tag{2.11}$$

2.5.3 Ecuación tricromática del color

Según la 1ª Ley de Grassman, un estímulo de color C puede ser igualado o generado mediante cantidades de tres estímulos primarios R, G y B, capaces de producir la misma distribución espectral de flujo radiante que el estímulo C, entendiendo por flujo radiante una unidad de potencia radiométrica definida como el cociente entre la energía luminosa radiante (fotones) C_e emitida por una superficie en un intervalo de tiempo determinado:

$$P_e = \frac{dC_e}{dt} \quad \text{(watios)} \tag{2.12}$$

Tanto el estímulo C como los primarios R, G y B, pueden ser a su vez expresados en términos de flujo luminoso P_v, magnitud fotométrica equivalente a la radiométrica (P_e) anterior: cantidad de luz emitida, transportada o recibida por una superficie en un segundo. La unidad del flujo luminoso es el lumen (lm).

La igualación del color, según Grassman, se produce mediante síntesis aditiva y se expresa en la ecuación tricromática del color:

$$C = R_C(R) + G_C(G) + B_C(B) \tag{2.13}$$

donde R_C , G_C y B_C se denominan *valores triestímulos* y se corresponden con los watios o lúmenes de los estímulos primarios R, G y B necesarios para la igualación del color C.

Las longitudes de onda de los primarios han sido definidas por la CIE en R=700 nm, G=546.1 nm y B=435.8 nm. Estos estímulos primarios han demostrado experimentalmente que forman la mejor combinación para la reproducción del resto de tonalidades conocidas. Sin embargo, en los experimentos realizados desde el siglo pasado se producía una complicación cuando se intentaban igualar algunos colores, especialmente espectrales y altamente saturados. Los investigadores no pudieron obtener una ecuación similar a (2.13) y se vieron en la

necesidad de mezclar el color C con una de las luces primarias, igualando la mezcla resultante con las otras dos luces:

$$Q + R_C(R) = G_C(G) + B_C(B) \tag{2.14}$$

Los lúmenes de R añadidos a C pueden considerarse como una cantidad negativa, lo que permite establecer otra vez la verdadera ecuación de igualación del color:

$$Q = - R_C(R) + G_C(G) + B_C(B) \tag{2.15}$$

Una consideración a tener en cuenta es que los valores triestímulos de un color C de múltiples frecuencias deben ser calculados para cada una de las radiaciones monocromáticas de las que el color está compuesto, es decir:

$$C = \sum_{\lambda=a}^{b} C_\lambda \tag{2.16}$$

con λ=[a,b], siendo a y b los umbrales de las longitudes de onda (λ_a , λ_b) de las radiaciones monocromáticas que incluye el color C, tal y como se muestra en la figura 2.16.

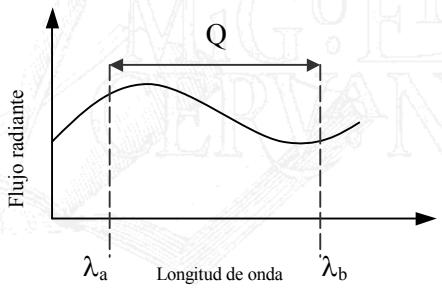


Figura 2.16. Flujo radiante de un estímulo compuesto.

Un importante conjunto de valores triestímulos espectrales se obtienen cuando todos los estímulos monocromáticos C_λ tienen un valor de flujo radiante constante e igual a 1. Esta clase de estímulo recibe el nombre de *estímulo de igual energía*, *E*. Cada uno de los estímulos monocromáticos son denotados por E_λ. (figura 2.17).

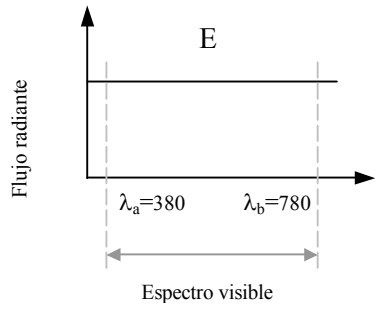


Figura 2.17. Flujo radiante del estímulo de igual energía.

La ecuación para la igualación del color queda, para cada estímulo monocromático:

$$E_\lambda = \bar{r}(\lambda)R + \bar{g}(\lambda)G + \bar{b}(\lambda)B \tag{2.17}$$

donde $\bar{r}(\lambda)$, $\bar{g}(\lambda)$ y $\bar{b}(\lambda)$ son los valores triestímulos espectrales de E_λ, también llamados *color-matching functions* o funciones de igualación del color. Los valores de las funciones de igualación del color se han deducido experimentalmente para todas las longitudes de onda del espectro visible. En la gráfica de la figura 2.18 se puede observar como para igualar algunos colores del espectro (tonalidades verdosas) es necesario añadir una cantidad negativa de luz roja a la mezcla de los primarios verde y azul, la función $\bar{r}(\lambda)$ toma valores negativos.

Para ilustrar el uso de las funciones de igualación del color, considérese el estímulo monocromático E_λ, con λ=475nm. Sustituyendo se obtiene que $\bar{r}(475) = -0.045$, $\bar{g}(475) = 0.032$ y $\bar{b}(475) = 0.186$. En este caso:

$$E_{475} = -0.045R + 0.032G + 0.186B \tag{2.18}$$

donde la cantidad negativa del estímulo primario rojo significa que en el proceso de igualación del color, 0.0045R es añadido a E_{475} para reducir su saturación en magnitud suficiente para que pueda ser igualado a la mezcla 0.0032G+0.186B.

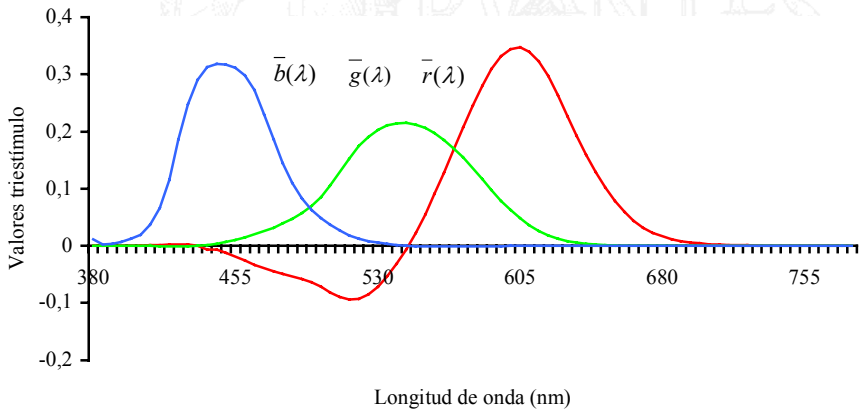


Figura 2.18. Valores triestímulos espectrales de un estímulo monocromático E_λ de flujo radiante unidad. Calculos realizados con unos estímulos primarios R,G,B monocromáticos y de longitudes de onda λ_R=700 nm, λ_G=546.1 nm y λ_B=435.8 nm, respectivamente.

Los valores de las funciones de igualación del color, $\bar{r}(\lambda)$, $\bar{g}(\lambda)$ y $\bar{b}(\lambda)$, suelen normalizarse para obtener así coordenadas cromáticas $r(\lambda)$, $g(\lambda)$, $b(\lambda)$ o, simplemente (r,g,b), que permiten la representación gráfica de los colores a partir de coordenadas anteriores en rango de valores [0,1]:

$$r(\lambda) = r = \frac{\bar{r}(\lambda)}{\bar{r}(\lambda) + \bar{g}(\lambda) + \bar{b}(\lambda)} \tag{2.19}$$

$$g(\lambda) = g = \frac{\bar{g}(\lambda)}{\bar{r}(\lambda) + \bar{g}(\lambda) + \bar{b}(\lambda)} \tag{2.20}$$

$$b(\lambda) = b = \frac{\bar{b}(\lambda)}{\bar{r}(\lambda) + \bar{g}(\lambda) + \bar{b}(\lambda)} \tag{2.21}$$

cumpliéndose que $r+g+b=1$. Con la normalización, la representación de los colores se puede realizar en un plano bidimensional y en coordenadas (r-g). La figura 2.19 muestra la distribución de cromaticidades en el plano de coordenadas (r-g). Todos los colores presentes en el triángulo de vértices B, G y R pueden imitarse sin coeficientes negativos. Los colores situados fuera del triángulo poseerán alguna coordenada negativa. El punto E se corresponde con el blanco equienergético.

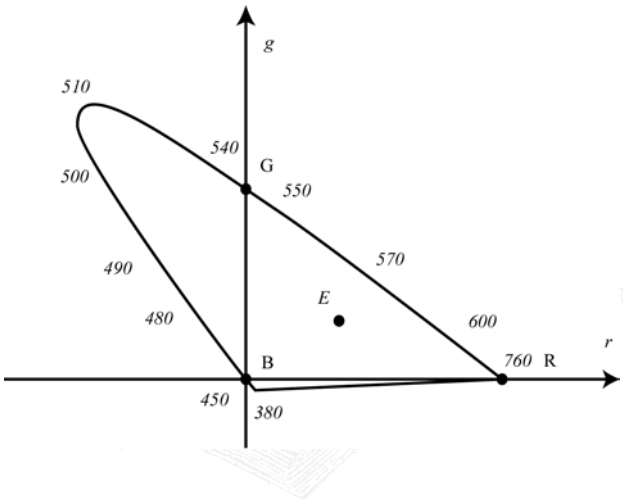


Figura 2.19. Curva de los colores espectrales en el sistema de coordenadas (r-g).

2.6 Espacios de color

2.6.1 Introducción

Los espacios de color proporcionan un método para especificar, ordenar y manipular colores. Estas representaciones se corresponden con n-dimensional ordenaciones de las sensaciones de color (vectores de n componentes). Los colores se representan mediante puntos en estos espacios. Existen numerosos espacios de color en la actualidad. La gran mayoría de ellos se han desarrollado para aplicaciones específicas, aunque todos parten de un mismo concepto: la teoría tricromática de colores primarios rojo, verde y azul.

2.6.2 Modelo RGB

El primero de los modelos de color a comentar y más comúnmente empleado es el RGB, basado directamente en el modelo triestímulos y síntesis aditiva. Es un modelo de color dependiente de dispositivo.

En el espacio RGB el color aparece especificado mediante cantidades positivas de rojo, verde y azul, formando en el espacio 3D el cubo que se presenta en la figura 2.20. El rango de cada coordenada o componente cromática RGB suele ser [0,1] aunque en multimedia y procesamiento de imágenes está más extendida la especificación en cantidades discretas presentes en el intervalo [0,255]. Todos las coordenadas que se extienden en la línea que parte del punto 'negro' al 'blanco' corresponden a la escala de los grises.

Las imágenes en el modelo de color RGB están formadas por tres planos de imágenes independientes, cada uno correspondiente a un color primario. Cuando son introducidas en un monitor RGB, las tres imágenes se combinan en la pantalla de fósforo para producir una imagen de color compuesta [González, 1993]. El empleo del modelo RGB para el procesamiento de imágenes es útil cuando éstas vienen expresadas en términos de los tres planos de colores. Alternativamente, la mayoría de las cámaras en color que se usan para adquirir imágenes digitales utilizan el formato RGB, lo que hace, si cabe, más interesante este formato.

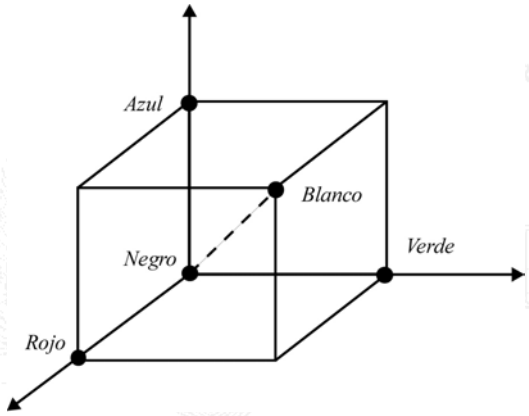


Figura 2.20. Representación espacial del modelo de color RGB.

En la figura 2.21 se visualiza la imagen en color de 'Lenna'. La figura 2.22 ofrece la separación, en canales RGB, de la imagen anterior. Es posible observar como el canal R posee valores altos, puesto que la imagen en color original es bastante rojiza. Los histogramas de los canales *R*, *G* y *B* se ofrecen en la figura 2.23. Los valores numéricos de los histogramas informan del porcentaje de uso de cada valor numérico *R*, *G* o *B*.

Figura 2.21. Imagen en color de 'Lenna'.

(a) (b) (c)

Figura 2.22. Representación de 'Lenna' en canales *R* (a), *G* (b) y *B* (c).

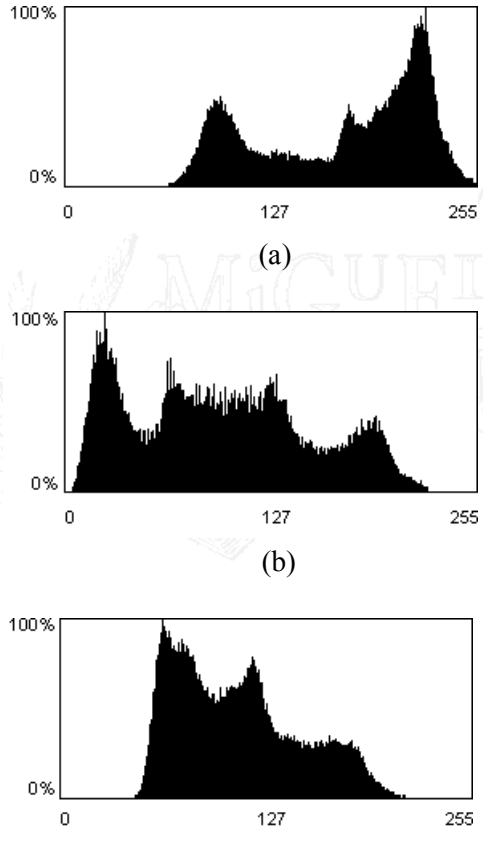


Figura 2.23. Histogramas de los mapas rojo (a), verde (b) y azul (c) de la imagen cromática 'Lenna'.

El sistema RGB es atractivo en si por la representación fiel de la tricromaticidad, además de ser fuente elemental en la adquisición y visualización de las imágenes. En visión artificial, uno de los mejores ejemplos de procesamiento en RGB es el de imágenes procedentes de satélite, compuestas por varias imágenes espectrales de una misma escena [González, 1993]. El procesamiento individual de estos planos permite extraer formas y detalles significativos de las imágenes. Sin embargo, habrá ocasiones en las que el modelo no sea el más adecuado para el procesamiento de imágenes. Por ejemplo, en un proceso o técnica de realce en el que se desee

ecualizar la intensidad luminosa, el cambio del histograma de los mapas individuales provocará el cambio espectral de la imagen. Un modelo cromático que represente la intensidad en una componente será el más idóneo en este caso. Entre las desventajas del modelo RGB destacan:

- No uniformidad. No es posible evaluar la diferencia observada entre colores con una medida de distancia a partir de los primarios *R*, *G* y *B*.
- No es un modelo intuitivo psicológicamente. Es difícil describir un color con cantidades y porcentajes de los primarios del espacio.

2.6.3 Modelo CMY

Como se ha mencionado anteriormente, los colores cyan, amarillo y magenta son los secundarios del color luz o síntesis aditiva. Alternativamente, se corresponden con los primarios de la síntesis sustractiva del color. La amplia mayoría de los dispositivos que emplean pigmentos coloreados en la formación de los colores requieren la especificación CMY o CMY-K (síntesis sustractiva a la que se añade una componente de tinta negra). El uso de los modelos de color CMY y CMY-K está concentrado en los sistemas de impresión. En visión por computador raramente son usados.

El espacio CMY se obtiene por transformación lineal del modelo RGB. Esta conversión se realiza mediante la siguiente operación:

$$\begin{bmatrix} C \\ M \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

donde las componentes de ambos modelos se distribuyen en rango [0,1]. La ecuación de transformación anterior demuestra que la luz reflejada por una superficie amarilla pura (*Y*=1, *C*=0, *M*=0) no contiene luz azul. En este caso *B*=0, *G*=1 y *R*=1. Del mismo modo un pigmento magenta puro no refleja la luz verde y un cyan la luz roja [Pajares, 2001].

2.6.4 Modelo XYZ

El espacio de color XYZ se obtiene por transformación lineal del sistema RGB y fue introducido por la CIE para evitar los inconvenientes de los triestímulos espectrales *R*, *G* y *B*: ciertos colores sólo pueden reproducirse con un valor negativo de estímulo. En este caso, los colores primarios empleados XYZ son imaginarios (no representan a una luz física) y, al igual que las funciones de igualación de color, $\bar{x}(\lambda)$ $\bar{y}(\lambda)$, $\bar{z}(\lambda)$, se derivan de transformaciones de los primarios *R*, *G* y *B*. La figura 2.24 muestra la evolución de los nuevos valores triestímulo para diferentes colores espectrales.

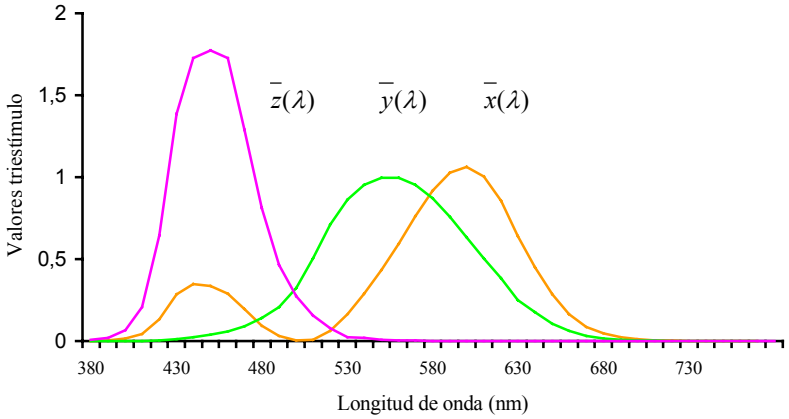


Figura 2.24. Representación gráfica de las funciones colorimétricas CIE 1.931.

La matriz de transformación lineal entre el sistema RGB y el XYZ, para valores en el rango [0,1] se presenta a continuación [Poynton, 1996], [Poynton, 1999]:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4125 & 0.3576 & 0.1804 \\ 0.2127 & 0.7156 & 0.0722 \\ 0.0193 & 0.1192 & 0.9502 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

La transformación inversa de (2.23) se define como:

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.2405 & -1.5372 & -0.4985 \\ -0.9693 & 1.8760 & 0.0416 \\ 0.0556 & 0.2040 & 1.0573 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

Existen definidas otras matrices de transformación RGB-XYZ alternativas. En concreto, la Comisión Federal de Comunicaciones (FCC) en EEUU o la Unión Europea de Radiodifusión (UER) en Europa han normalizado otras conversiones en función del blanco establecido como referencia. En [Plataniotis, 2000] se presentan algunas de estas transformaciones.

El modelo cromático XYZ es independiente de dispositivo y se emplea en aplicaciones en las que la representación del color no dependa de la naturaleza del equipo o hardware, por ejemplo, en los sistemas industriales de medición del color. Asimismo, el modelo XYZ es empleado para especificación normalizada del color y en los cálculos colorimétricos.

La representación espacial del sistema XYZ suele realizarse a partir de coordenadas de cromaticidad que se corresponden con una normalización de los primarios:

$$x = \frac{X}{X + Y + Z} \tag{2.25}$$

$$y = \frac{Y}{X + Y + Z} \tag{2.26}$$

$$z = \frac{Z}{X + Y + Z} \tag{2.27}$$

donde se deduce que z=1-(*x*+*y*). De este modo, sólo dos coordenadas son necesarias para describir el proceso de igualación del color. La representación del espectro se consigue en un plano 2D conocido como diagrama de cromaticidad *x*,*y*. En la figura 2.25 se presenta la forma que adquiere el diagrama cromático. El diagrama de cromaticidad constituye un buen método de especificación de colores. Todos los colores espectrales saturados al 100% se sitúan en el borde del diagrama. Las posiciones de los diferentes colores espectrales (desde el violeta de 380nm al rojo de 780nm) se indican alrededor de la línea curva. Cualquier punto situado no exactamente en el borde pero si dentro del diagrama representa una mezcla de colores del espectro. La coordenada *E* representa al blanco equienergético, es el punto de igual energía para los tres colores primarios. A medida que un punto abandona el borde y se aproxima a *E* se añade más luz blanca y se hace menos saturado. La saturación en *E* es 0.

El diagrama de cromaticidad es útil porque una línea recta que una dos puntos cualesquiera del diagrama define todas las variaciones de los diferentes colores que pueden obtenerse combinando los dos primarios de forma aditiva. Para determinar el rango de colores que pueden obtenerse a partir de tres primarios cualesquiera del diagrama, se unen los tres puntos mediante líneas. Los colores del interior del triángulo formado, son los reproducibles por los tres primarios elegidos. Una observación del diagrama permite afirmar que no todos los colores se pueden obtener por tres primarios simples, pues no es posible crear un triangulo que albergue todos los puntos del diagrama en su interior.

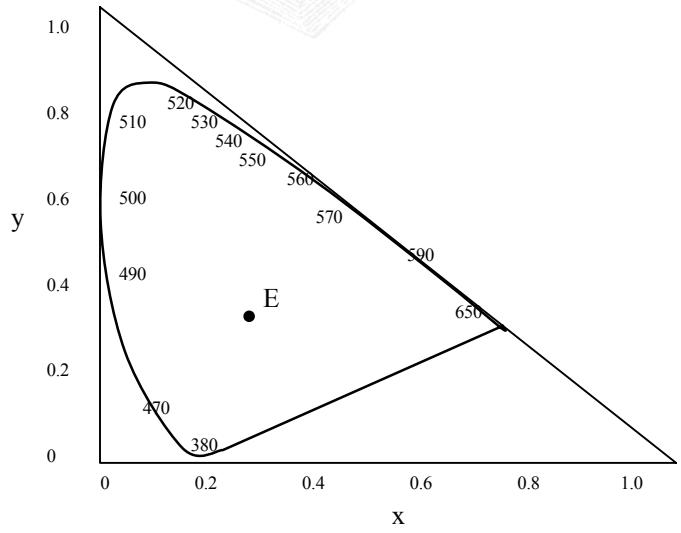


Figura 2.25. Diagrama cromático (*x*,*y*) según el estándar de la CIE.

El papel del modelo XYZ en procesamiento de imágenes es realmente escaso, si bien, será requerido como espacio intermedio para realizar transformaciones del sistema RGB a otras coordenadas cromáticas como L*a*b* o L*u*v*.

2.6.5 CIELAB, CIELUV

Los modelos de color CIELAB y CIELUV son espacios estandarizados por la CIE en 1.976 para lograr una representación perceptualmente uniforme del color. De esta manera, los colores se representan en el espacio a unas distancias proporcionales a las diferencias visuales entre ellos. Es, por tanto, un sistema recomendado para mediciones industriales del color de los objetos [MxLaren, 1976], [CIE, 1995].

La uniformidad del color entre ambos espacios es equivalente. Centrando el estudio en el espacio CIELAB, se puede comentar que éste se basa en el modelo de los colores opuestos, La variable L^*, es una medida de luminancia, mientras que las componentes a^* y b^* definen señales de color magenta-verde, y amarillo-cyan, respectivamente. Un valor negativo de a^* define un color más verde que magenta, mientras que un valor positivo de b^* define un color más amarillo que cyan. La representación espacial del modelo CIELAB se ilustra en la figura 2.26.

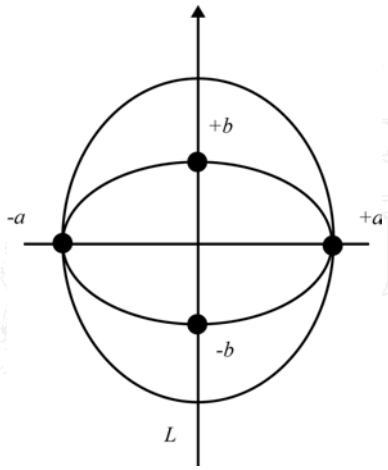


Figura 2.26. Representación espacial del modelo CIELAB.

La transformación del modelo RGB a los espacios CIELAB y CIELUV no es inmediata. Los valores L^*, a^* y b^* se calculan, mediante transformaciones no lineales, haciendo uso del espacio XYZ:

$$L^* = \begin{cases} 116\left(\frac{Y}{Y_n}\right)^{1/3} - 16 & si \quad \frac{Y}{Y_n} > 0.008856 \\ 903.3\left(\frac{Y}{Y_n}\right) & si \quad \frac{Y}{Y_n} \le 0.008856 \end{cases} \tag{2.28}$$

$$a^* = 500\left[\left(\frac{X}{X_n}\right)^{1/3} - \left(\frac{Y}{Y_n}\right)^{1/3}\right] \tag{2.29}$$

$$b^* = 200\left[\left(\frac{Y}{Y_n}\right)^{1/3} - \left(\frac{Z}{Z_n}\right)^{1/3}\right] \tag{2.30}$$

donde $[X_n, Y_n, Z_n]$ se corresponde con el blanco de referencia, definido a partir de (2.23) con RGB=[1,1,1]. L^* se representa en un rango de valores [0,100], mientras que a^* y b^* oscilan en [-60, 60]. La conversión inversa se presenta a continuación:

$$Y = \left(\frac{L^* + 16}{116}\right)^3 Y_n \tag{2.31}$$

$$X = \left(-\frac{a^*}{500} + \left(\frac{Y}{Y_n}\right)^{1/3}\right)^3 X_n \tag{2.32}$$

$$Z = \left(-\frac{b^*}{200} + \left(\frac{Y}{Y_n}\right)^{1/3}\right)^3 Z_n \tag{2.33}$$

La distancia perceptual o diferencia de color entre dos coordenadas del espacio L*a*b*, (L^*_1, a^*_1, b^*_1) y (L^*_1, a^*_2, b^*_2) se define como ΔE y se calcula por norma euclídea:

$$\Delta E_{Lab} = \sqrt{(\Delta L^*)^2 + (\Delta a^*)^2 + (\Delta b^*)^2} \tag{2.34}$$

donde $\Delta L^* = L^*_1 - L^*_2$, etc, [Robertson, 1977]. Modificaciones en la fórmula de diferencia anterior se definen en [Hill, 1997] para compensar las deficiencias en condiciones de baja iluminación.

La representación de la imagen cromática de 'Lenna' en sistema de coordenadas L*a*b* se ofrece en la figura 2.27. El canal de luminancias destaca, frente al resto, en la definición de formas y estructuras de la imagen. Para poder visualizar datos negativos, los valores de a* y b* han sido desplazados +60 unidades. Numéricamente, ambos mapas tienen un rango de [0,120].

(a) (b) (c)

Figura 2.27. Representación de 'Lenna' en canales L^* (a), a^* (b) y b^* (c).

En la figura 2.28 se muestran los histogramas de las componentes de color L^*, a^* y b^*. En particular, los valores del histograma del canal a^* reflejan una composición más roja que verde, mientras que del histograma del canal b^* se distingue una señal más amarilla que azul.

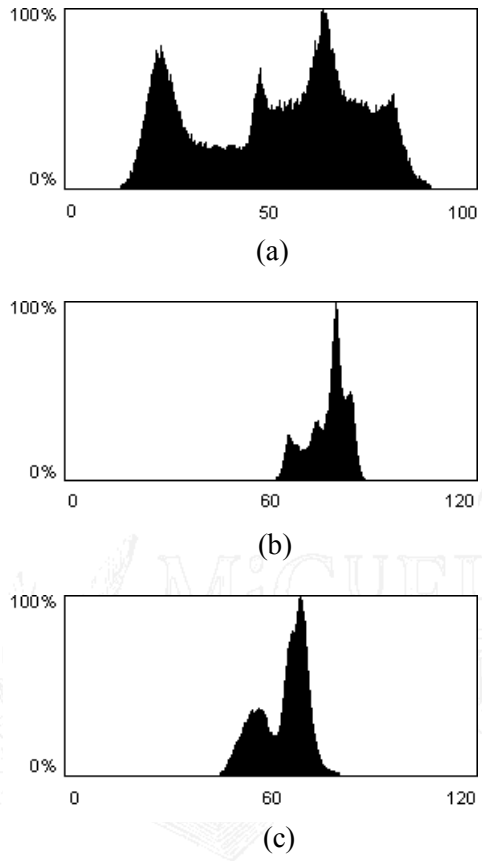


Figura 2.28. Histogramas de señales L^* (a) a^* normalizada (b) y b^* normalizada (c) de la imagen en color de 'Lenna'.

Representación polar del espacio CIELAB

El espacio de color CIELAB puede ser representado mediante otro sistema de coordenadas diferentes a L^*, a^* y b^*. Concretamente este modelo puede ser expresado con coordenadas cilíndricas de croma y matiz [Wyszecki, 1982]. La croma $C^*_{ab,}$ como distancia radial y el matiz H^*_{ab}, como función de ángulo en sistema de coordenada polar, se definen en base a las componentes a^* y b^*:

$$C^*_{ab} = \sqrt{(a^*)^2 + (b^*)^2} \tag{2.35}$$

$$H^*_{ab} = \arctan\left(\frac{b^*}{a^*}\right) \tag{2.36}$$

La representación cilíndrica define un nuevo modelo cromático, el L*C*H*. El aspecto visual de este nuevo sistema se ilustra en la figura 2.29. La saturación es una medida normalizada de la croma C^* a través de L^*:

$$S_{ab}^{*} = \frac{C_{ab}^{*}}{L^{*}} \tag{2.37}$$

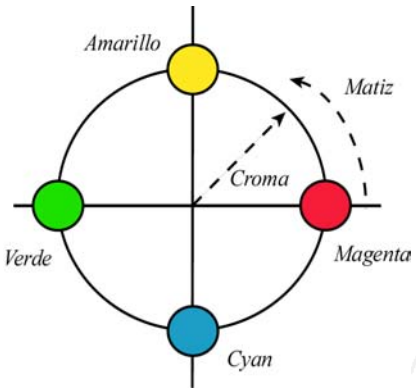


Figura 2.29. Vista superior del sistema polar L*C*H*.

El modelo CIELAB, como el CIELUV, es independiente de dispositivo. Al igual que en los sistemas industriales de medición del color, el sistema CIELAB es utilizado en aquellas aplicaciones que requieran una medida precisa de la distancia perceptual entre dos colores, por ejemplo, en la comparación de resultados de filtrado de imágenes, la métrica de distancia ΔE ofrece una buena medida del efecto del filtro sobre la imagen original. Otra ventaja del modelo CIELAB es que la señal de luminancia puede procesarse de forma individual sin verse afectada la cromaticidad de la imagen. En [Hall, 1981] se recogen otras aplicaciones del sistema CIELAB en disciplinas tan variadas como la multimedia o las artes gráficas.

En algoritmos de visión artificial la presencia de los modelos CIELAB y CIELUV ha sido hasta hace años, escasa. Esta limitación ha venido impuesta en gran medida por la complejidad requerida en la transformación desde RGB, que exige el cálculo intermedio de las coordenadas XYZ. Si esta limitación es superada su uso puede llegar a ser atractivo. En [Liu, 1994] se ofrece una comparativa de resultados de la segmentación de imágenes cromáticas mediante multitud de espacios de color, entre los que se encuentra el modelo L*a*b*. En [Hanbury, 2001d] se presenta un detallado estudio del comportamiento del espacio L*a*b* en morfología matemática cromática. Los colores son ordenados en función de una medida de potencial asignada a las coordenadas de la representación 3D del modelo.

2.6.6 YIQ,YUV

Los modelos de color YIQ, YUV son los empleados actualmente en la radiodifusión de la señal de televisión. Tienen su origen en una recodificación del sistema RGB para responder a una característica de la visión humana, más sensible a los cambios de luminancia que a las modificaciones en matices o saturaciones. La reformulación del modelo RGB logra una

transmisión más eficiente de la señal, al destinar más ancho de banda a la luminancia que a la crominancia y permite, a su vez, una total compatibilidad con los monitores de TV monocromos (de blanco y negro). En estos dispositivos sólo la información de luminosidad *Y* es procesada. Las otras dos componentes, puramente cromáticas, sólo se emplean en receptores a color. Este modelo, al igual que el L*a*b*, se basa en la teoría de los colores opuestos.

El modelo YIQ es el utilizado como estándar por el comité televisivo que desarrolló el sistema de televisión en color en los Estados Unidos de América, NTSC (National Televisión Systems Committee). Por el contrario, los sistemas europeos PAL (Phase Alternating Line) y SECAM (Sequential Couleur à Memoire) emplean la codificación YUV. La diferencia entre ellos es que el ancho de banda de las señales IQ del modelo YIQ puede ser reducido en mayor grado que el ancho de banda de las señales UV, para un nivel igual de calidad de visión.

Asumiendo un rango de valores cromáticos RGB, YIQ y YUV [0,1] se tiene la siguiente conversión lineal entre los modelos:

$$\begin{bmatrix} Y \\ I \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ 0.596 & -0.275 & -0.321 \\ 0.212 & -0.523 & 0.311 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \tag{2.38}$$

$$\begin{bmatrix} Y \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ -0.147 & 0.289 & 0.436 \\ 0.615 & -0.515 & -0.100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \tag{2.39}$$

Para obtener los valores de RGB a partir de YIQ o YUV sólo hay que calcular las inversas de las matrices de transformación anteriores. En representación discreta, la señal Y se distribuye en [0,255], mientras que la cromaticidad puede oscilar en [-160, 160].

Los sistemas YIQ y YUV también admiten representación cilíndrica. El nuevo sistema se identifica como YSH, donde *S* se corresponde con la saturación y *H* con el matiz. Valores numéricos de matiz y saturación pueden calcularse por:

$$H_{YIQ} = \tan^{-1}\left(\frac{Q}{I}\right) \tag{2.40}$$

$$S_{YIQ} = \sqrt{(I^2 + Q^2)} \tag{2.41}$$

En la figura 2.30 se muestra la descomposición cromática de la imagen ‘Lenna’ en los canales *Y*, *I* y *Q*, del modelo YIQ. Como las señales cromáticas pueden ser negativas se desplazan al eje positivo, sumándoles 160 a su valor original para, posteriormente, ser reducidas y normalizadas a un rango de valores [0,255]. Los histogramas de señales YIQ se detallan en la figura 2.31.

La ventaja principal en procesamiento de imágenes es el tratamiento individual de la señal *Y*, con mayor rango de valores que *L** del modelo CIELAB. En [González, 1993] se muestran los resultados de ecualizar el histograma de la señal *Y* en el realce de imágenes

cromáticas. En [Ferri, 1992] se emplea el modelo YUV para segmentación de imágenes en color. Para el mismo propósito en [Lim, 1990] se hace uso del sistema YIQ. En [Dai, 1996] se desarrolla una aplicación para la identificación y segmentación de caras humanas a partir de la componente *I* del modelo YIQ. Por la naturaleza del los modelos YIQ y YUV éstos son especialmente útiles en el proceso de codificación de secuencias de video [Watson, 1994] y en la comprensión de imágenes, en donde algunas variaciones de los espacios intentan reducir aún más el ancho de banda de la cromaticidad frente a la luminancia.

(a) (b) (c)

Figura 2.30. Descomposición de la imagen 'Lenna' en canales *Y* (a), *I* (b) y *Q* (c).

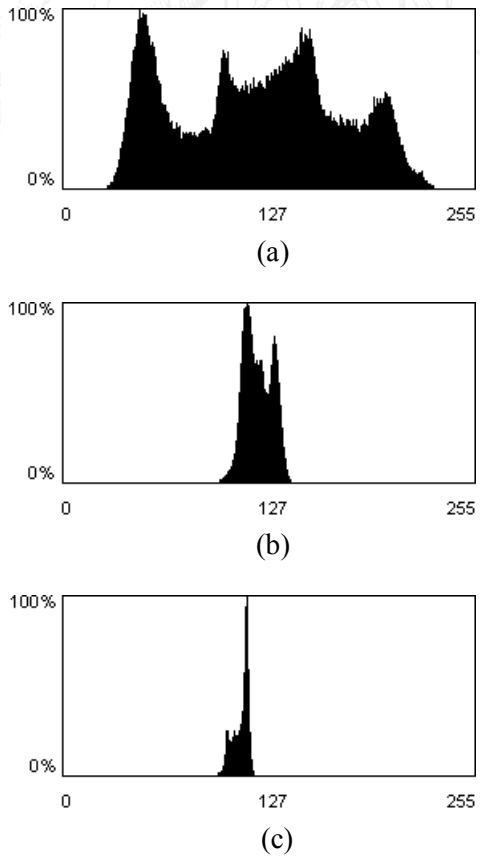


Figura 2.31. Histogramas de los mapas *Y* (a), *I* (b) y *Q* (c) de la imagen cromática 'Lenna'.

2.6.7 Modelos de color HSI

En los sistemas de procesamiento de imágenes es muy usual la especificación de los colores de forma compatible con el hardware empleado. En este sentido, el modelo RGB destaca frente al resto, por ser el más cercano al hardware de visión artificial. Sin embargo, este sistema, que es computacionalmente práctico no es muy útil en la especificación y reconocimiento de colores. El ser humano no reconoce un color por tener una cantidad de componente roja, verde o azul, sino que emplea atributos perceptuales de luminancia o intensidad, saturación y matiz. Los modelos cromáticos HSI, HLS, HSV y sus variantes, en adelante HSI, codifican el color con los atributos anteriores y se definen como espacios intuitivos, psicológicos u orientados a usuario, pues son los óptimos para interacción humana [Poyton, 1996].

La familia de espacios HSI se derivan del modelo RGB a partir de una transformación de coordenadas. Con la transformación, el cubo RGB pasa a tener forma cilíndrica. Los modelos HSI poseen aspecto cilíndrico, de forma que la saturación se corresponde con un valor de distancia radial, mientras que el matiz es función de ángulo en el sistema de coordenadas polar. La intensidad es la distancia a lo largo del eje perpendicular al plano de coordenadas polares.

En la figura 2.32 se ilustra la representación cilíndrica que adquieren los espacios intuitivos. El matiz se representa en grados y varía desde 0º a 360º. Es importante señalar que los valores de matiz en HSI no se corresponden exactamente con los valores de matiz de los sistemas cilíndricos anteriores, como L*C*H* o YSH. En particular, para estos dos modelos el matiz magenta se sitúa en cero grados, mientras que el rojo ocupa una porción del círculo de matiz situada a no menos de 20º o 30º del origen. En HSI el color magenta se corresponde con los 340º o 350º y el matiz rojo se encuentra en 0º.

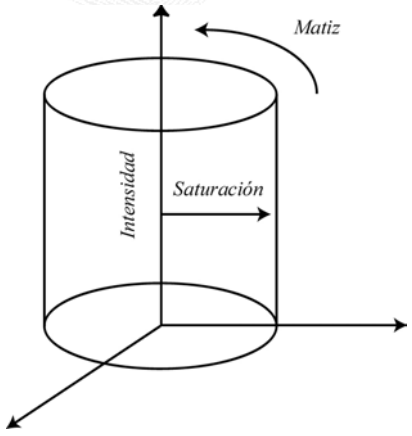


Figura 2.32. Representación del espacio HSI.

Como se ha comentado anteriormente, los valores de intensidad, matiz y saturación se calculan a partir de los valores RGB. La conversión entre espacios no es lineal y se detalla ampliamente en [Ledley, 1990], [González, 1993] y [Shih, 1995]. La transformación básica para el matiz *H* con representación de RGB en rango [0,1] es:

$$H = \cos^{-1}\left[\frac{\frac{1}{2}\left[(R-G)+(R-B)\right]}{\sqrt{(R-G)^2+(R-B)(G-B)}}\right] \tag{2.42}$$

donde si $B>G$, entonces $H=360-H$. El valor del matiz es un número entero en rango [0,360].

Existen otras transformaciones de RGB a H en la literatura. En [Kender, 1976] se propone una transformación rápida evitando operaciones de raíces cuadradas. En [Bajon, 1986] las fórmulas carecen de funciones trigonométricas.

El cálculo de la variable de saturación S es más sencillo que el realizado para el matiz:

$$S = 1 - 3\frac{\min(R,G,B)}{R+G+B} \tag{2.43}$$

Al igual que para la saturación, la intensidad I es una magnitud fácilmente deducible de los valores RGB:

BIBLIOTECA VIRTUAL

$$I = \frac{R+G+B}{3} \tag{2.44}$$

El modelo general HSI no es el único de la familia intuitiva. Existen espacios de color específicos aplicados en visión por computador. Dos de estos modelos reciben el nombre de HSV y HLS. La figura 2.33 ofrece la interpretación geométrica de estos espacios. Se diferencian entre sí y del modelo general HSI por los valores de saturación y de la componente acromática que, en el caso del espacio HSV recibe el nombre de *valor*, mientras que en el caso de HLS se habla de *luminancia*. En particular, el modelo HSV, propuesto por [Smith, 1978] posee forma de cono en el que los colores altamente saturados como el rojo, verde o azul puro comparten *valor* con el blanco. El cálculo de la saturación S para el modelo HSV se deduce a partir de las siguientes formulas:

$$\begin{aligned} &si \quad \max(R,G,B) \neq 0 \quad entonces \quad S = \frac{\max(R,G,B) - \min(R,G,B)}{\max(R,G,B)} \\ &sino \quad S = 0 \end{aligned} \tag{2.45}$$

La componente acromática de *valor* en HSV se calcula como:

$$V = \max(R,G,B) \tag{2.46}$$

El modelo HLS, [Foley,1982] adquiere estructura de doble cono, en el que los colores pierden valor de saturación no sólo cuando se oscurecen, sino también cuando se aclaran. En el máximo y mínimo valor de luminancia la saturación es nula. Se deduce que el valor de la saturación depende de la luminancia presente en la tripleta RGB:

$$
\begin{aligned}
&si \quad \max(R,G,B) = \min(R,G,B) \quad entonces \quad S = 0 \\
&sino \quad si \quad L \le 0.5 \quad entonces \quad S = \frac{\max(R,G,B) - \min(R,G,B)}{\max(R,G,B) + \min(R,G,B)} \\
&sino \quad S = \frac{\max(R,G,B) - \min(R,G,B)}{2 - \max(R,G,B) - \min(R,G,B)}
\end{aligned}
\tag{2.47}
$$

La luminancia se calcula por la expresión que se detalla a continuación:

$$
L = \frac{\max(R,G,B) + \min(R,G,B)}{2} \tag{2.48}
$$

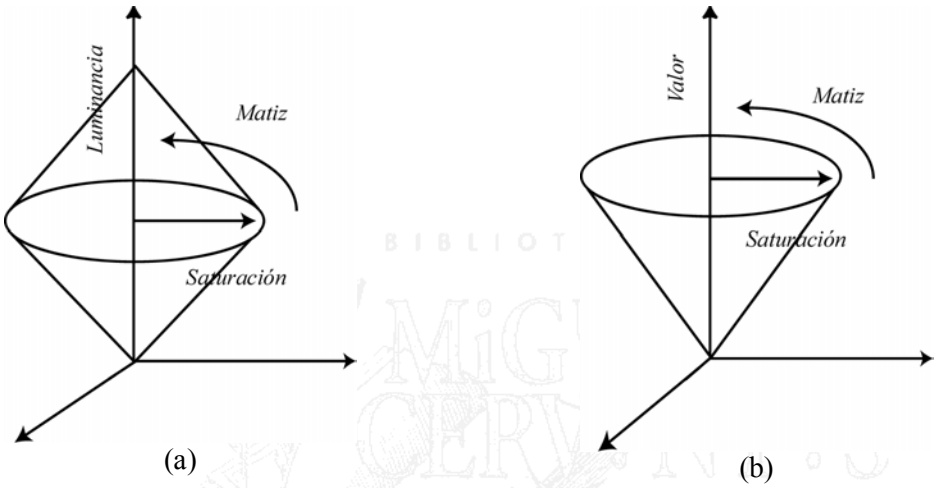


Figura 2.33. Variaciones del modelo general HSI. (a) Espacio HLS. (b) Espacio HSV.

El empleo de los espacios de color intuitivos en procesamiento de imágenes es atractivo, a priori, por dos principales factores:

- Al igual que los modelos YIQ y L*a*b*, la información de luminancia o intensidad está desacoplada de la información cromática presente en el matiz y la saturación.
- El matiz y la saturación se corresponden con atributos perceptuales del sistema visual humano y pueden ser empleados para la identificación y discriminación de objetos.

Por las ventajas anteriores, la familia de espacios HSI han demostrado su eficacia en multitud de aplicaciones de procesamiento de imágenes. En [Demarty, 2000] y [Gordillo, 1985] se emplea la información de saturación para realizar en la imagen una separación de objetos puramente cromáticos de los que no lo son. Concretamente, esta utilidad es utilizada en [Bajon, 1986] para la identificación de componentes eléctricas por código cromático. El empleo del matiz y la saturación en el control de calidad de vegetales se discute detalladamente en [Gagliardi, 1985]. En [Kay, 1992] se presenta una variación del proceso anterior para la clasificación de frutas por su componente de matiz. El efecto indeseable de los brillos y reflejos en las imágenes también puede evitarse con el uso de la familia de espacios HSI.

Concretamente, en [Koschan, 1997] se presenta una metodología que emplea información cromática procedente de HSI a tal fin.

Sin embargo, la familia de espacios HSI también posee inconvenientes:

- La propia conversión a espacio HSI desde RGB es no lineal y compleja.
- El valor angular del matiz, con su indefinición cuando la saturación es cero e incluso cercana a cero, que impiden tener en cuenta su valor al no representar ninguna sensación visual.
- Alta inestabilidad en los valores de saturación y matiz para cambios reducidos en coordenadas RGB.

Las figuras 2.34.a, 2.34.b y 2.34.c muestran el mapa de matiz, de saturación y de intensidad, respectivamente, para imagen de color de 'Lenna'. Los valores del matiz se han normalizado al rango [0,255]. Como se puede observar, el matiz presenta altas discontinuidades, además, su indefinición se refleja con valor igual a 0, lo que provoca una clara confusión con matices cercanos a 0º. Este inconveniente se tratará en el capítulo cuarto de esta Tesis Doctoral, en donde se discutirá, asimismo, la inestabilidad de la saturación para altos y/o bajos niveles de intensidad y la segmentación artificial del matiz. En la figura 2.35 se presentan los histogramas de las señales anteriores. En el histograma del matiz destaca la segmentación artificial de la imagen en dos regiones numéricas, la cercana a cero (rojos anaranjados) y la cercana a 255 (rojos magentas). Visualmente esta segmentación no es aceptable, pues los valores normalizados de matiz 0 y 255 identifican el mismo tono.

(a) (b) (c)

Figura 2.34. Canales de matiz (a), saturación (b) e intensidad (c) de HSI para la imagen de 'Lenna'.

Desde la aparición de los modelos intuitivos, las modificaciones numéricas de sus componentes individuales, así como nuevas fórmulas de transformación desde RGB, han aparecido con relativa asiduidad en bibliografía especializada sobre color. En la mayor parte de ocasiones estas modificaciones han surgido para una mejor adaptación de las señales al procesamiento requerido. En [Yagi, 1992] se presentan dos nuevas versiones del sistema HSV para mejorar la segmentación de las imágenes en color. En [Pritchard, 1995] se desarrollan dos nuevos atributos perceptuales para tareas de reconocimiento de objetos cromáticos. Las nuevas componentes cromáticas se definen como magnitud de matiz y pureza del color. En [Levkowitz,

1993] se intentan integrar todas las características de la familia de espacios HSI en un nuevo modelo de color generalizado, conocido como GHLS.

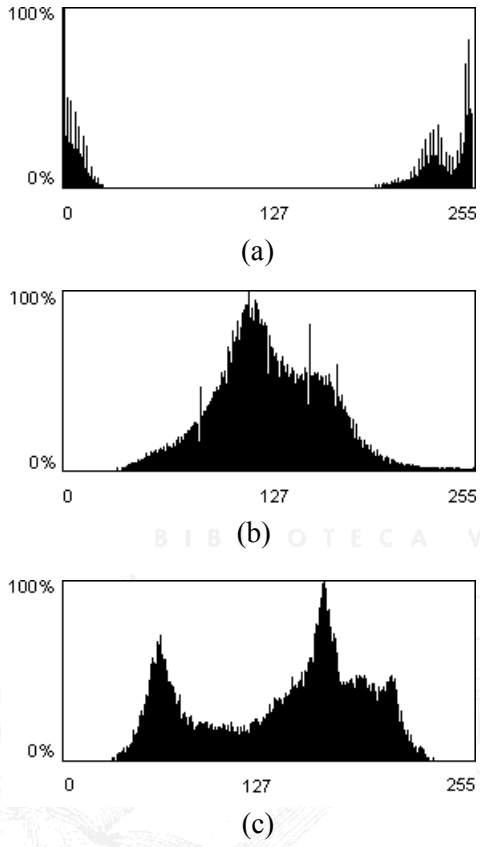


Figura 2.35. Histograma de señales *H* (a), *S* (b) y *L* (c) para la imagen cromática de 'Lenna'.

2.6.8 Conclusiones finales sobre los modelos cromáticos

En este apartado se ha discutido la especificación del color en diferentes espacios o sistemas. Se ha comentado el concepto de espacio de color, como una codificación de las sensaciones cromáticas en vectores tridimensionales que representan coordenadas espaciales. Para una aplicación determinada, la elección de un modelo cromático depende tanto de las propiedades del modelo como de las características de la aplicación. En procesamiento de imágenes no existe ningún modelo óptimo para todas las aplicaciones. En la tabla 2.1 se resumen los espacios de color comentados en este capítulo así como las aplicaciones para las que son espacios válidos.

En relación a la obtención de coordenadas cromáticas de los modelos, se ha comentado como la mayoría se derivan de transformaciones directas del espacio RGB, si bien, algunos espacios requieren el uso intermedio del XYZ. La figura 2.36 presenta los espacios de color expuestos en este apartado y su obtención a partir del vector RGB.

Espacios de color		
Modelos	**Características**	**Aplicaciones**
XYZ	Triestímulos positivos.	Cálculos colorimétricos.
RGB	No uniforme. Teoría tricromática.	Almacenamiento, procesamiento y codificación. Análisis de imágenes.
YIQ, YUV	No uniformes.	Transmisión en televisión, comprensión.
CIELAB CIELUV	Uniformes.	Sistemas industriales de medida del color. Evaluación en la diferencia de color. Análisis de imágenes.
HSI	Orientado a usuario.	Percepción humana del color. Multimedia y análisis de imágenes.

Tabla 2.1. Resumen de características y aplicaciones de los espacios de color.

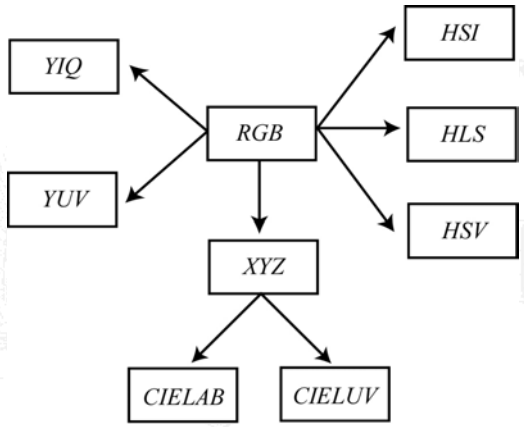


Figura 2.36. Espacios de color y su obtención a partir del RGB.

Capítulo 3

Fundamentos de Morfología Matemática

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

3.1 Introducción

La descripción básica de la Morfología Matemática descansa en la 'teoría de conjuntos' cuyos primeros trabajos se deben a Minkowski [Minkowsky, 1897], [Minkowsky, 1901] y Hadwiger [Hadwiger, 1957], [Hadwiger, 1959]. La continuación de estos trabajos de investigación, bajo la impulsión y reformulación de Matheron y Serra, se darían posteriormente a conocer bajo la denominación de Morfología Matemática, como una técnica no lineal de tratamiento de señales. La mayor parte de esta teoría ha sido desarrollada en el *Centre de Morphologie Mathématique* (CMM) de *l'Ecole des Mines de Paris*.

Actualmente, el ámbito y alcance de los procesamientos morfológicos es tan amplio como el propio procesamiento de imágenes. Se pueden encontrar aplicaciones tales como la segmentación, restauración, detección de bordes, aumento de contraste, análisis de texturas, compresión, etc. En este capítulo se describen nociones básicas de la Morfología Matemática que serán útiles de repasar, ya que se hará referencia a ellas en el procesamiento cromático. Las obras [Matheron, 1967], [Matheron, 1975], [Serra, 1981] y [Serra, 1988], contienen en detalle la definición de los conceptos básicos en morfología a tratar a continuación.

3.2 Nociones sobre teoría de conjuntos

Se notarán los conjuntos con mayúsculas (*X,Y,Z,...*) y los elementos que contienen con minúsculas (*p, q, r,...*).

Definición 3.1. Dos conjuntos son iguales si están formados por los mismos elementos:

$$X = Y \Leftrightarrow \left(p \in X \Rightarrow p \in Y \quad y \quad p \in Y \Rightarrow p \in X\right) \tag{3.1}$$

La igualdad de conjuntos es reflexiva, simétrica y transitiva. El conjunto vacío será denotado por $\varnothing$.

Definición 3.2. X es subconjunto de Y si todos los elementos de X pertenecen a Y:

$$X \subseteq Y \Leftrightarrow \left(p \in X \Rightarrow p \in Y\right) \tag{3.2}$$

La inclusión es reflexiva, antisimétrica y transitiva.

Definición 3.3. La intersección de dos conjuntos X e Y es el conjunto de los elementos que pertenecen a ambos conjuntos:

$$X \cap Y = \left(p \mid p \in X \quad y \quad p \in Y\right) \tag{3.3}$$

La intersección es conmutativa, asociativa e idempotente. Esta última propiedad es importante en morfología y significa que $X \cap X = X$.

Definición 3.4. La unión de dos conjuntos se constituye por los elementos que pertenecen a uno o al otro:

$$X \cup Y = \left(p \mid p \in X \quad o \quad p \in Y\right) \tag{3.4}$$

Al igual que la intersección, la unión de conjuntos es conmutativa, asociativa e idempotente.

Definición 3.5. La diferencia entre conjuntos X e Y, la componen los elementos que pertenecen a X pero que no están incluidos en Y:

$$X \setminus Y = \left(p \mid p \in X \quad y \quad p \notin Y\right) \tag{3.5}$$

Esta operación no es en general conmutativa. Una variante de diferencia se conoce como diferencia simétrica de conjuntos, definida por los elementos que pertenecen a uno u a otro conjunto, pero nunca a ambos. La diferencia simétrica es conmutativa y asociativa.

Definición 3.6. La complementación de un subconjunto X, perteneciente a un conjunto Y (conjunto de referencia) se define como:

$$X^c = \left(p \mid p \notin X \quad y \quad p \in Y\right) \tag{3.6}$$

Definición 3.7. Sean X e Y dos conjuntos pertenecientes al conjunto Z. Para todo elemento $x \in X$ e $y \in Y$, es posible hacer corresponder una suma algebraica $x+y$. De esta manera se forma un nuevo conjunto denominado *adicción de Minkowski* y denotado por $X \oplus Y$:

$$X \oplus Y = \left\{x + y \mid x \in X, y \in Y\right\} \tag{3.7}$$

Definición 3.8. Dado un conjunto no vacío X, una relación binaria '$\leq$' en X es un orden parcial si cumple las siguientes propiedades:

- $x \leq x$ (reflexiva).
- $x \leq y, y \leq x$, implica que $x = y$ (antisimétrica).
- $x \leq y, y \leq z$, implica que $x \leq y$ (transitiva).

Para cualquier $x, y, z \in X$. Un conjunto con una relación de este tipo será un conjunto que presenta un orden parcial y se denotará como $(X, \leq)$. El conjunto será totalmente ordenado si todos los elementos que lo componen son comparables, es decir: $x \leq y$ ó $y \leq x$, para cualquier par $(x,y) \in X$ [Avellanas, 1990].

Definición 3.9. Sea $(X, \leq)$ un conjunto ordenado y $S \subset X$, un conjunto no vacío de X:

- Un elemento $x \in S$, es el menor elemento de S (mínimo) si $x \leq y$, para todo $y \in S$.
- Un elemento $y \in S$, es el mayor elemento de S (máximo) si $x \leq y$, para todo x $\in S$.
- Un elemento $x \in X$, es cota inferior de S si $x \leq y$, para todo $y \in S$.
- Un elemento $y \in Y$, es cota superior de S si $x \leq y$, para todo x $\in S$.
- Un elemento $x \in X$, es extremo inferior o ínfimo de S si y sólo si es cota inferior de S y para toda cota inferior i de S se verifica que $i \leq x$. (Es la mayor de la cotas inferiores). Si este elemento existe es único y se denota por $\wedge$.

- Un elemento $y \in X$, es extremo superior o supremo de S si y sólo si es cota superior de S y para toda cota superior de s de S se verifica que $y \leq s$. (Es la menor de la cotas superiores). Si este elemento existe es único y se denota por $\vee$.

Definición 3.10. Un conjunto ordenado $(X, \leq)$ es un retículo completo si todos los subconjuntos de X poseen un ínfimo y un supremo.

Definición 3.11. Sean X e Y dos retículos completos. La relación f es una anamorfosis si y sólo si f es una biyección que conserva el ínfimo y supremo:

$$f(\wedge\{x_i \mid i \in I\}) = \wedge\{f(x_i) \mid i \in I\} \tag{3.8}$$

$$f(\vee\{x_i \mid i \in I\}) = \vee\{f(x_i) \mid i \in I\} \tag{3.9}$$

para cualquier familia $\{x_i \mid i \in I\}$ en X, donde I es un conjunto de índices.

El concepto de retículo completo es la base para la formulación de la morfología matemática. Los operadores morfológicos de base deben conservar el orden presente en la estructura de retículo, deben ser crecientes. Un operador ψ, en un retículo completo X, es creciente si:

$$x \leq y \;\Rightarrow\; \psi(x) \leq \psi(y) \tag{3.10}$$

3.2.1 Propiedades de base de las transformaciones morfológicas

Toda operación morfológica es el resultado de una o más operaciones de conjuntos (unión, intersección, complementación...) haciendo intervenir dos conjuntos X, Y, ambos subconjuntos de un conjunto espacio Z. De los dos subconjuntos, Y recibe el nombre de elemento estructurante que, para operar con X, se desplazará a través del espacio Z.

Las operaciones morfológicas, transformaciones de conjuntos $\psi(X)$, satisfacen, entre otras, las siguientes propiedades:

Invariabilidad a translación

$$\psi(X_p) = (\psi(X))_p \tag{3.11}$$

donde p es el factor de traslación del conjunto.

Compatibilidad con las homotecias

Supongamos que λX es una homotecia de un conjunto de puntos X, por tanto, las coordenadas de cada punto del conjunto se multiplican por alguna constante positiva λ. Esto es equivalente a cambiar de escala con respecto a algún origen. Si ψ no depende de la escala, es invariante al cambio de escala:

$$\psi(\lambda X) = \lambda\psi(x) \tag{3.12}$$

Conocimiento local

La transformación morfológica ψ posee el principio de conocimiento local si para cualquier conjunto de puntos *M*, subconjunto del dominio *N,* la transformación del conjunto *X* restringido al dominio de *M*, y después restringido al dominio *N*, es equivalente a aplicar la transformación $\psi(X)$ y restringir el resultado en *M*:

$$\psi(X \cap N) \cap M = \psi(X) \cap M \tag{3.13}$$

Continuidad

En forma resumida, este principio afirma que la transformación morfológica ψ no exhibe ningún cambio abrupto. La noción de continuidad depende de la noción de vecindad, es decir, de la topología.

Dependiendo del tipo de operación morfológica se cumplirán otra serie de propiedades, como la idempotencia, entensividad, antiextensividad, etc.

3.3 Transformaciones morfológicas elementales

El objetivo de las transformaciones morfológicas es la extracción de estructuras geométricas en los conjuntos sobre los que se opera, mediante la utilización de otro conjunto de forma conocida denominado elemento estructurante. El tamaño y la forma de este elemento se escoge, a priori, de acuerdo la morfología del conjunto sobre el que va a interaccionar y de acuerdo a la extracción de formas que se desean obtener. Ejemplos básicos de elementos estructurantes utilizados en la práctica se muestran en la figura 3.1.

Figura 3.1. Ejemplo de formas básicas de elementos estructurantes planos.

3.3.1 Erosión

En 'teoría de retículos', una erosión es una operación que conmuta con el ínfimo. Dado un retículo completo *X*, una erosión es una función $\varepsilon : X \to X$ en la que:

$$\varepsilon(\underset{i \in I}{\wedge} x_i) = \underset{i \in I}{\wedge} \varepsilon(x_i) \tag{3.14}$$

donde *I* es cualquier conjunto de índices y $\{x_i\}$ es una colección arbitraria de valores $x_i \in X$.

La transformación de erosión es el resultado de comprobar si el elemento estructurante *Y* está totalmente incluido dentro del conjunto *X*. Cuando esto no ocurre, el resultado de la erosión es el conjunto vacío.

La erosión de un conjunto X por un elemento estructurante Y se define como el conjunto de puntos o elementos x, pertenecientes a X, de forma que cuando el elemento estructurante Y se traslada a ese punto, el elemento queda incluido en X:

$$\varepsilon_Y(X) = \{x \mid Y_x \subseteq X\} \tag{3.15}$$

La ecuación anterior puede reformularse en términos de una intersección de conjuntos trasladados. Las traslaciones vienen determinadas por el elemento estructurante Y:

$$\varepsilon_Y(X) = \bigcap_{s \in Y} X_{-s} \tag{3.16}$$

El efecto de una operación de erosión puede observarse en la figura 3.2, en la que un elemento estructurante Y, en forma de disco circular, hace desaparecer las estructuras de menor tamaño al elemento.

Figura 3.2. Erosión de X por el elemento estructurante Y. Los elementos conectados del conjunto X más pequeños que Y son eliminados.

La última definición de erosión puede extenderse directamente al caso de imágenes binarias y de escala de grises. La erosión de una imagen f por un elemento estructurante Y se denota por $\varepsilon_Y(f)$ y se define como el mínimo ($\wedge$) de las traslaciones de f por los elementos s de Y:

$$\varepsilon_Y(f) = \bigwedge_{s \in Y} (f_{-s}) \tag{3.17}$$

En la figura 3.3 se muestra la definición de un elemento estructurante cuadrado de tamaño 3x3 plano, con origen en el centro del elemento. El origen del elemento estructurante es un concepto importante, pues define la orientación de traslaciones. La erosión de la imagen binaria de la figura 3.4.a por el elemento estructurante anterior se presenta en la figura 3.4.b. Es posible observar como los objetos de tamaño menor al del elemento estructurante desaparecen.

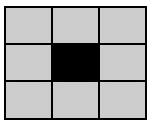


Figura 3.3. Elemento estructurante plano de tamaño 3x3. El origen del elemento se sitúa en su centro.

En señales digitales o imágenes de escala de grises la noción de ínfimo pasa a denotarse mínimo. En este caso, la erosión es el mínimo valor de la función imagen en la ventana (dominio) definida por el elemento estructurante cuando su origen se sitúa en x (señales unidimensionales) ó (x,y) (imágenes). Para señales unidimensionales se puede definir la erosión como:

$$\varepsilon_Y(f)(x) = \min_{s \in Y} f(x+s) \tag{3.18}$$

(a) (b)

Figura 3.4. Erosión de una imagen binaria mediante un elemento estructurante cuadrado de tamaño 3x3.

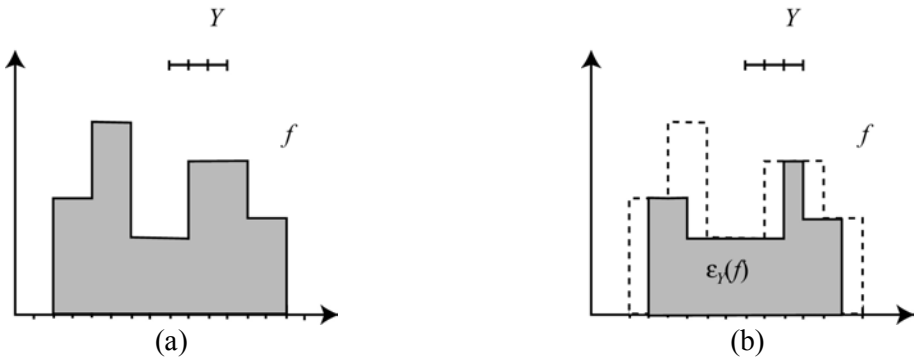
BIBLIOTECA VIRTUAL

Para imágenes la erosión puede ser definida como:

$$\varepsilon_Y(f)(x,y) = \min_{(s,t) \in Y} f(x+s, y+t) \tag{3.19}$$

MIGUEL DE CERVANTES

En la figura 3.5 se muestra la erosión de una señal unidimensional de función f. Se puede observar el efecto de la intersección de traslaciones definidas por el elemento estructurante Y. El resultado es el mínimo valor de todos los presentes bajo la definición del elemento estructurante.



(a) (b)

Figura 3.5. Erosión de una señal unidimensional definida por la función f. Elemento estructurante de tamaño 3. El resultado es el mínimo de todos los valores presentes bajo la definición del elemento estructurante.

El resultado de la erosión en señales bidimensionales de escala de grises (imágenes) es una señal de menor valor, es decir, una imagen más oscura, puesto que la erosión pretende minimizar el valor de la señal que, en el caso de los grises tiene una definición [0,255].

Se presenta un caso típico de minimización espacial para una zona de una imagen cuya representación en niveles de gris se encuentra esquematizada en la tabla de pixels de la figura 3.6. Para las operaciones morfológicas el elemento estructurante recorre la ventana seleccionada de la imagen. En el caso de los bordes y esquinas se ha elegido la aproximación que asegura que el origen del elemento estructurante recorre todos los pixels de la ventana elegida. Si el elemento estructurante es mayor a un píxel y el origen se sitúa en el centro, en los bordes y esquinas de la ventana el elemento estructurante actúa en menor definición, al compararse el valor de un menor número de pixels.

34	56	34	33	123	124	124	56
78	64	200	201	128	120	230	232
1	23	11	124	123	67	78	87
87	98	201	223	32	17	34	198
45	197	167	158	9	1	1	3
34	178	165	45	10	3	2	11
67	54	55	54	23	56	89	23
56	98	99	149	102	244	203	27

Figura 3.6. Representación de un conjunto de pixels de una imagen en escala de grises.

Empleando el elemento estructurante plano de tamaño 3x3 definido en la figura 3.3 se obtendría, como imagen erosionada, el conjunto de pixels de la figura 3.7.

34	34	33	33	33	120	56	56
1	1	11	11	33	67	56	56
1	1	11	11	17	17	17	34
1	1	11	9	1	1	1	1
34	34	45	9	1	1	1	1
34	34	45	9	1	1	1	1
34	34	54	10	3	2	2	2
54	54	54	23	23	23	23	23

Figura 3.7. Erosión de una imagen de escala de grises por un elemento estructurante plano bidimensional de tamaño 3x3.

En la figura 3.8 se observa como el mismo elemento estructurante de tamaño 3x3 empleado en el ejemplo anterior atenúa la luminosidad de la imagen 'Lenna'. El efecto visual es que los objetos oscuros aumentan su definición frente a los claros.

En escala de grises, los elementos estructurantes no tienen que ser planos necesariamente, es decir, pueden representar un valor en cada punto de su definición. De esta manera, los elementos pasan a ser de volumen. En la figura 3.9 se ilustra un elemento estructurante de volumen unidimensional. La erosión de una señal de escala de grises por un elemento estructurante de volumen se define como sigue:

$$\varepsilon_Y(f)(x) = \min_{s \in Y}\{f(x+s) - Y(s)\} \tag{3.20}$$

Los elementos estructurantes de volumen modifican el efecto de las operaciones morfológicas, respecto a un elemento estructurante plano.

En [Reinoso, 2001] se emplea una nueva variación de elementos estructurantes no planos, conocida como subpixel, que permite mejorar la precisión de las operaciones morfológicas. En [Baeg, 1999] se realiza una comparativa entre las granulometrías realizadas con elementos estructurantes planos y de volumen, para la mejor segmentación de la imagen original.

(a)

(b)

BIBLIOTECA VIRTUAL

Figura 3.8. Erosión de una señal bidimensional (imagen) definida por la función *f*. Elemento estructurante de tamaño 3x3. El resultado en cada punto de la imagen es el mínimo de todos los valores presentes bajo la definición del elemento estructurante.

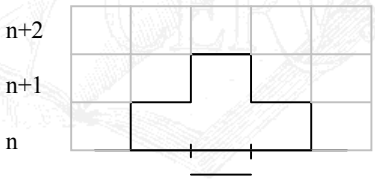


Figura 3.9. Elemento estructurante de volumen de tamaño 1x3. El origen del elemento se sitúa en su centro en donde el elemento posee un valor de n+1, frente al valor n presente en los demás puntos.

La operación de erosión, junto a la dilatación que será definida a continuación, son la base de cualquier transformación morfológica. Cualquier operador, transformación o algoritmo incluirá una erosión, una dilatación o ambas primitivas en su implementación. Sin necesidad de formar nuevos operadores es posible encontrar aplicaciones interesantes en las transformaciones básicas. En concreto, una aplicación muy útil de la erosión binaria es la formación de una función de distancia con respecto al contorno de los objetos. La distancia se genera por la iteración de elementos estructurantes hasta la desaparición de la estructura. En [Shih, 1992] se realiza un amplio desarrollo de esta función de distancia.

3.3.2 Dilatación

La dilatación es la operación dual de la erosión. En 'teoría de retículos', un operador $\delta : X \to X$ se denomina dilatación en el caso que conmute con el supremo de una colección de valores:

$$\delta(\bigvee_{i\in I} x_i) = \bigvee_{i\in I} \delta(x_i) \tag{3.21}$$

donde I es cualquier conjunto de índices y $\{x_i\}$ es una colección arbitraria de valores $x_i \in X$.

El resultado de la dilatación es el conjunto de puntos origen del elemento estructurante Y tales que el elemento estructurante contiene algún elemento del conjunto X, cuando el elemento se desplaza por el espacio que contiene a ambos conjuntos:

$$\delta_Y(X) = \{x \mid Y_x \cap X \neq 0\} \tag{3.22}$$

Esta última ecuación puede rescribirse como una unión de conjuntos trasladados. Las traslaciones vienen definidas por el dominio del elemento estructurante:

$$\delta_Y(X) = \bigcup_{s\in Y} X_{-s} \tag{3.23}$$

El efecto de una operación de dilatación puede observarse en la figura 3.10, en donde un elemento estructurante Y de forma de disco circular aumenta la definición del objeto X.

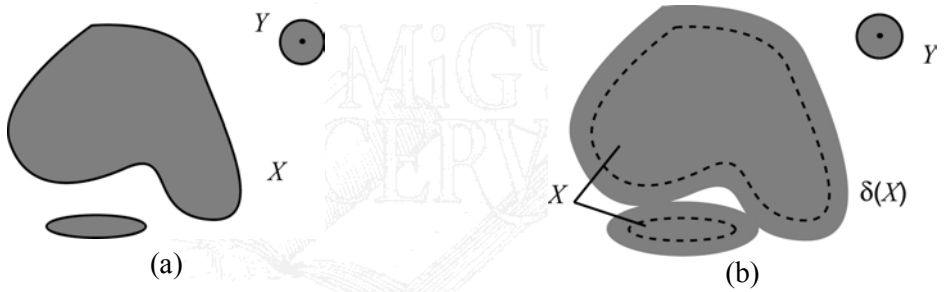


Figura 3.10. Dilatación de X por el elemento estructurante Y. El conjunto X aumenta su definición.

Se puede extender la última definición de dilatación a imágenes binarias o de escala de grises f, interpretando la dilatación como el máximo valor de las traslaciones de f (definidas por la forma del elemento estructurante) en cada punto de la imagen:

$$\delta_Y(f) = \bigvee_{s\in Y} f_{-s} \tag{3.24}$$

En otras palabras, el valor de dilatación de un píxel (x,y) es el máximo valor de la imagen en la ventana de vecindad definida por el elemento estructurante cuando su origen se sitúa en (x,y):

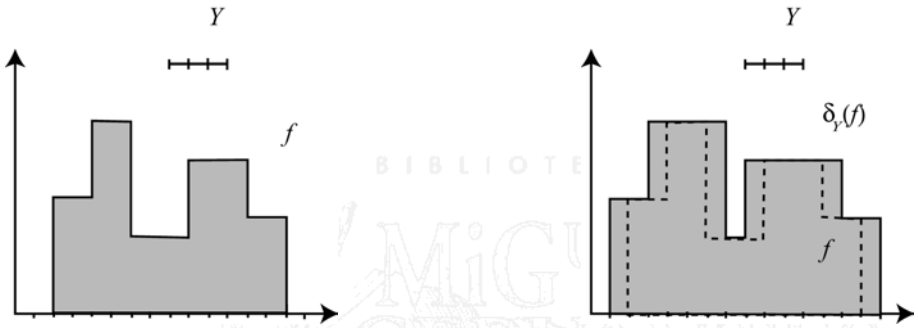
$$\delta_Y(f)(x,y) = \max_{(s,t)\in Y} f(x-s, y-t) \tag{3.25}$$

La dilatación de la imagen binaria de la figura 3.11.a por un elemento estructurante de tamaño 3x3 se ilustra en la figura 3.11.b. En la imagen, los objetos aumentan su definición. En la figura 3.12 se muestra la dilatación de una señal unidimensional de función f. Se puede observar el efecto de la intersección de traslaciones definidas por el elemento estructurante Y. El

resultado es la selección del mínimo valor de todos los presentes bajo la definición del elemento estructurante.

(a) (b)

Figura 3.11. Dilatación de una imagen binaria mediante un elemento estructurante de tamaño 3x3.



(a) (b)

Figura 3.12. Dilatación de una señal unidimensional definida por la función *f*. Elemento estructurante de tamaño 3. El resultado es el máximo de todos los valores presentes bajo la definición del elemento estructurante.

El resultado de la dilatación en señales bidimensionales de escala de grises (imágenes) es, generalmente, una señal de mayor valor, es decir, una imagen más clara, puesto que la dilatación maximiza el valor de la señal. La dilatación del conjunto de pixels en escala de grises presentes en la figura 3.6 se observa en la figura 3.13. En la figura 3.14 se muestra como el elemento estructurante de tamaño 3x3 potencia la luminosidad de la imagen original de 'Lenna'. El efecto visual es tal que los objetos claros aumentan su definición frente a los oscuros. Notar que en las esquinas de la ventana elegida.

78	200	201	201	201	230	232	232
78	200	201	201	201	230	232	232
98	201	223	223	223	230	232	232
197	201	223	223	223	123	198	198
197	201	223	223	223	34	198	198
197	197	197	167	158	89	89	89
178	178	178	165	244	244	244	203
98	99	149	149	244	244	244	203

Figura 3.13. Dilatación de una imagen de escala de grises por un elemento estructurante plano bidimensional de tamaño 3x3.

(a)

(b)

Figura 3.14. Dilatación de una señal bidimensional (imagen) definida por la función *f*. Elemento estructurante de tamaño 3x3. El resultado en cada punto de la imagen es el máximo de todos los valores presentes bajo la definición del elemento estructurante.

Al igual que ocurre con la erosión, los elementos estructurantes de volumen raramente se emplean para las dilataciones. El efecto es una intensificación de la claridad de la imagen de acuerdo con el valor que posean los puntos del elemento estructurante:

$$\delta_Y(f)(x,y) = \max_{(s,t)\in Y}\{f(x-s,y-t)+Y(s,t)\} \tag{3.26}$$

3.3.3 Propiedades de las operaciones básicas de erosión y dilatación

Las operaciones morfológicas de erosión y dilatación cumplen con las propiedades de base de los operadores morfológicos definidas en el apartado 3.2.1. Además, presentan otra serie de particularidades:

Dualidad

La erosión y la dilatación son operaciones duales con respecto a la complementación. Esto significa que una erosión es equivalente a la complementación de la dilatación de la imagen complementada con el mismo elemento estructurante y viceversa, es decir:

$$\varepsilon_Y = \mathbf{C}\delta_Y\mathbf{C} \tag{3.27}$$

Crecientes

Las operaciones de erosión y dilatación son crecientes, respetan el orden presente en la estructura de retículo. Para dos imágenes *f* y *g:*

$$Si \quad f \le g \quad \Rightarrow \quad \varepsilon(f) \le \varepsilon(g) \tag{3.28}$$

$$Si \quad f \le g \quad \Rightarrow \quad \delta(f) \le \delta(g) \tag{3.29}$$

Gracias a esta propiedad, las operaciones morfológicas pueden extenderse del caso binario a la escala de los grises, puesto que estas últimas señales pueden expresarse como una

suma de imágenes binarias (una superposición de conjuntos apilados). Cada una de las imágenes binarias corresponde al conjunto de pixels cuyo nivel de gris es superior a un umbral determinado. La señal de grises se define como:

$$f = \sum_{t=1}^{t\max} CS_t(f) \tag{3.30}$$

donde $CS_t(f)$ es la imagen binaria que contiene los pixels con valor en f mayor o igual a t.

El que la erosión y la dilatación sean crecientes implica que las relaciones de orden entre los diferentes conjuntos apilados de una imagen sean respetadas por estos operadores. La erosión y la dilatación son, pues, invariantes a la descomposición por umbrales:

$$\varepsilon_Y = \sum_{t=1}^{t\max} \varepsilon_Y(CS_t(f)) \tag{3.31}$$

$$\delta_Y = \sum_{t=1}^{t\max} \delta_Y(CS_t(f)) \tag{3.32}$$

En [Sternberg, 1982] y [Sternberg, 1986] se presenta en detalle la generalización de los operadores morfológicos a imágenes de escala de grises con la noción de umbral.

Extensividad y antiextensividad

La operación de dilatación es una operación extensiva. Para la imagen f, $f \le \delta(f)$. La erosión, por el contrario, es una operación antiextensiva: $\varepsilon(f) \le f$. En general, para elementos estructurantes que contienen su origen se cumple que:

$$\varepsilon(f) \le f \le \delta(g) \tag{3.33}$$

Esta propiedad se puede comprobar en la erosión y dilatación que se efectúa para la señal unidimensional f presente en la figura 3.15.a.

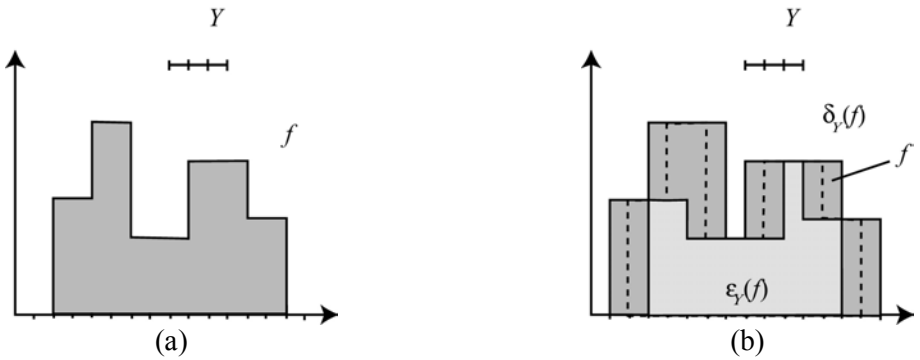


Figura 3.15. Dilatación y erosión de una señal unidimensional definida por la función f. Elemento estructurante de tamaño 3.

3.3.4 Residuo de transformaciones elementales: gradiente morfológico

El residuo de dos operaciones o transformaciones ψ y ζ es su diferencia, en el caso de conjuntos, definimos esta diferencia como:

$$\rho_{\psi\zeta}(X) = \psi(X) \setminus \zeta(X) \tag{3.34}$$

En el caso de funciones:

$$\rho_{\psi\zeta}(X) = \psi(X) - \zeta(X) \tag{3.35}$$

El primer residuo de operaciones que se puede definir en morfología matemática es el gradiente morfológico, siendo la primera aproximación de la segmentación morfológica. El residuo gradiente, conocido en morfología como gradiente de Beucher [Beucher, 1977] es la diferencia entre una dilatación y una erosión, una dilatación y la imagen original o una diferencia entre la imagen original y su erosión.

El primero de los gradientes a definir se conoce como gradiente por erosión y es la diferencia entre el conjunto o imagen original y la erosión por un elemento estructurante *Y*. En el caso de conjuntos:

$$\rho_Y^-(X) = X \setminus \varepsilon_Y(X) \tag{3.36}$$

En el caso de funciones, este gradiente lo podemos definir como:

$$\rho_Y^-(f) = f - \varepsilon_Y(f) \tag{3.37}$$

En la figura 3.16.b se muestra el efecto del residuo de gradiente por erosión para una señal unidimensional *f* y un elemento estructurante plano *Y*. El efecto de este residuo en una señal bidimensional (imagen) se ofrece en la figura 3.17.

El gradiente por dilatación se define como la diferencia entre una dilatación por elemento estructurante *Y* y la identidad (imagen original):

$$\rho_Y^+(X) = \delta_Y(X) \setminus X \tag{3.38}$$

en el caso de conjuntos. Cuando el gradiente se define para funciones tenemos:

$$\rho_Y^+(f) = \delta_Y(f) - f \tag{3.39}$$

En la figura 3.16.c se muestra el efecto del residuo de gradiente por dilatación para una señal unidimensional *f* y un elemento estructurante plano *Y*. El efecto de este mismo residuo para el caso de imágenes se visualiza en la figura 3.17.c.

El gradiente simétrico se define como una diferencia entre la dilatación y la erosión de una imagen por un elemento estructurante *Y*, para el caso de conjuntos y funciones este gradiente simétrico se define como sigue:

$$\rho_Y(X) = \delta_Y(X) \setminus \varepsilon_Y(X) \tag{3.40}$$

$$\rho_Y(f) = \delta_Y(f) - \varepsilon_Y(f) \tag{3.41}$$

Para la señal *f* de la figura 3.16.a el gradiente simétrico ofrece el resultado de la figura 3.16.d. En imágenes, este gradiente acentúa los bordes, tal y como puede observarse en la figura 3.17.d.

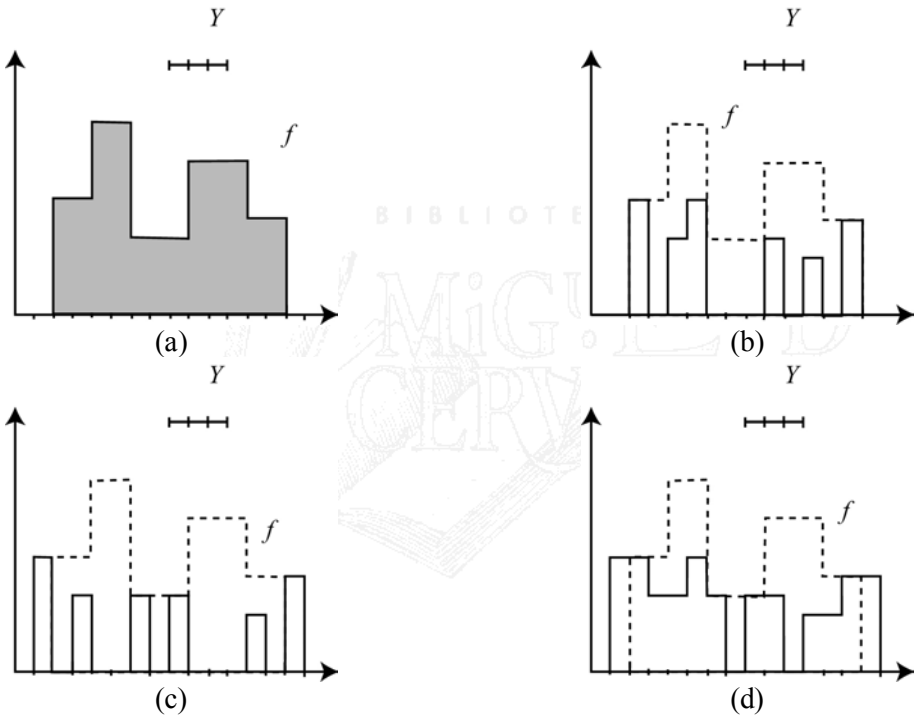


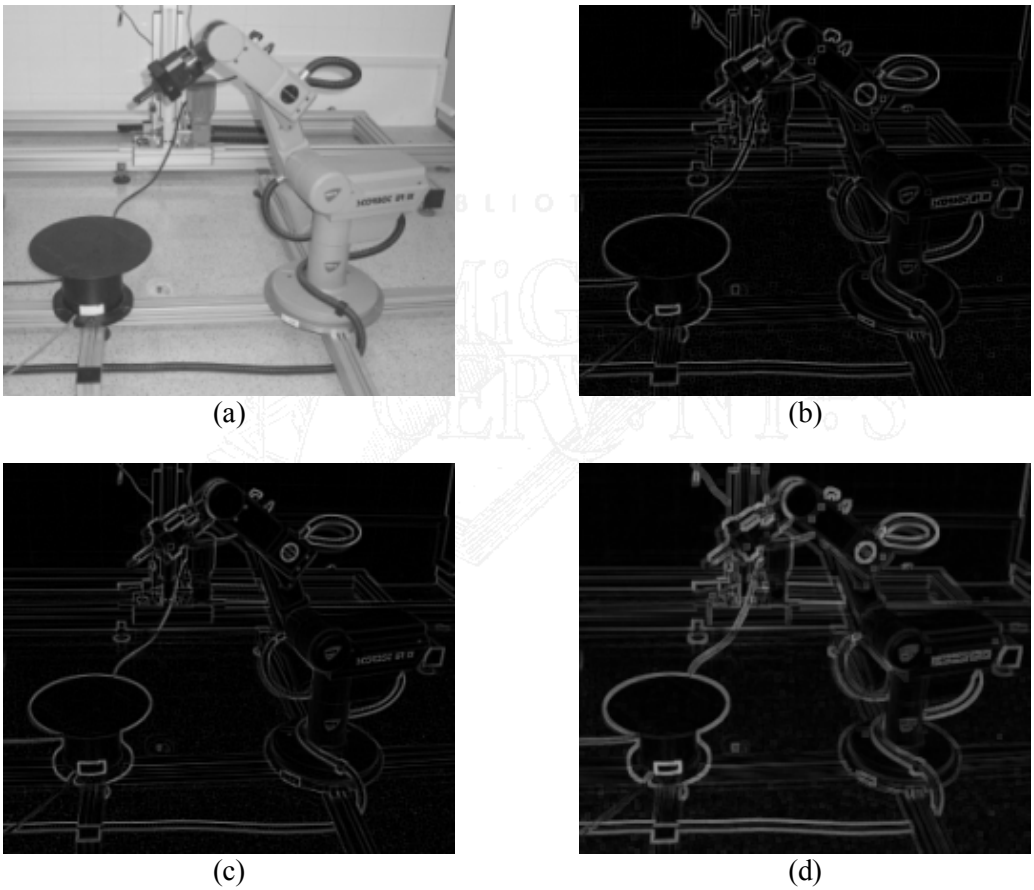
Figura 3.16. Gradiente de una señal unidimensional definida por la función *f* (a). Elemento estructurante de tamaño 3. Gradiente por erosión (b). Gradiente por dilatación (c). Gradiente simétrico (d).

Como será comentado en el capítulo cuarto de esta Tesis Doctoral, el operador de gradiente es un residuo básico en la segmentación morfológica. Concretamente, conforma y define la imagen de partida del proceso de segmentación. De ahí la importancia de una elección correcta de elemento estructurante y de la variante de gradiente.

La elección de un gradiente por erosión o dilatación depende de la geometría y la luminancia o intensidad de los objetos a destacar en la imagen. En la figura 3.17 se pueden observar las diferencias entre gradientes para imágenes de grises. Destacar como el gradiente simétrico intensifica la detección de bordes. El gradiente morfológico de Beucher es invariante a la complementación $\rho = \rho \mathbf{C}$. Asimismo, el gradiente por erosión y el gradiente por dilatación

son operaciones complementarias entre sí. Se puede comprobar también como el gradiente simétrico es la suma de los gradientes por erosión y dilatación.

Versiones más sofisticadas de gradiente se formulan en [Beucher, 1990], asimismo, en [Rivest, 1993] se presentan y discuten las características y propiedades de gradientes direccionales, así como los basados en operaciones de adelgazamiento. Se muestran ejemplos de actuación en secuencias de imágenes, imágenes en 3-D y grafos. En [Kurdy, 1989] se ilustran con aplicaciones prácticas los gradientes morfológicos direccionales. Un operador morfológico laplaciano se propone en [van Vliet, 1989], esta operación se define como la diferencia aritmética entre el gradiente por dilatación y el gradiente por erosión.



(a) (b)

(c) (d)

Figura 3.17. Gradientes morfológicos de una imagen. Elemento estructurante de tamaño 3x3. Imagen original (a). Gradiente por erosión (b). Gradiente por dilatación (c). Gradiente simétrico (d).

3.4 Apertura y cierre

Generalmente, en un retículo completo X, la dilatación $X \rightarrow \delta(X)$ y la erosión $X \rightarrow \varepsilon(X)$ son operaciones que no admiten inversa, por lo tanto, no hay manera de determinar el origen X desde las imágenes $\delta(X)$ o $\varepsilon(X)$. Sin embargo, es posible, mediante una adjunción de operadores básicos aproximarse a la forma original en base a la dualidad que poseen. Se puede intentar recuperar el elemento original X erosionado si, una vez efectuada la erosión, se realiza una

dilatación, adjunción de operaciones conocida como apertura. Lo mismo ocurre si se efectúa una dilatación seguida de una erosión, proceso conocido como cierre.

En este apartado se detallarán las operaciones de apertura y cierre, conocidas en morfología como filtros básicos a partir de los cuales se desarrollan otros más complejos.

3.4.1 Apertura morfológica

La apertura de una señal f por un elemento estructurante Y se denota por $\gamma_Y(f)$ y se define como la erosión de f por Y, seguida de la dilatación por el mismo elemento estructurante:

$$\gamma_Y(f) = \delta_Y(\varepsilon_Y(f)) \tag{3.42}$$

La apertura de una imagen es independiente del origen del elemento estructurante, puesto que si la erosión se corresponde con una intersección de traslaciones, la dilatación que sigue es una unión de traslaciones en dirección opuesta.

En el caso general de conjuntos se puede definir la apertura como la unión de los elementos estructurantes Y que se encuentran totalmente dentro del conjunto X:

$$\gamma_Y(X) = \bigcup\{Y \mid Y \subseteq X\} \tag{3.43}$$

El efecto de una operación de apertura puede observarse en la figura 3.18, en la que un elemento estructurante Y, en forma de disco circular, provoca en la erosión la desaparición de una estructura que, en la operación de dilatación, no se puede recuperar.

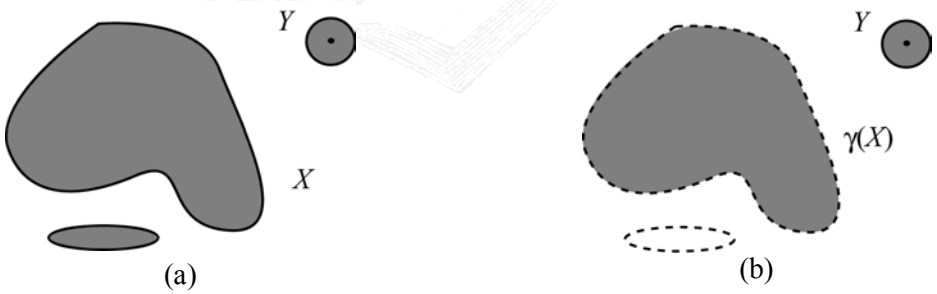


Figura 3.18. Apertura morfológica del conjunto X por el elemento estructurante Y. Eliminación de objetos menores en tamaño al elemento estructurante. La apertura redondea las convexidades importantes.

La apertura de una señal unidimensional por un elemento estructurante de tamaño 3 se ilustra en la figura 3.19. La erosión elimina los elementos menores en tamaño al elemento estructurante. La señal original no puede recuperarse totalmente.

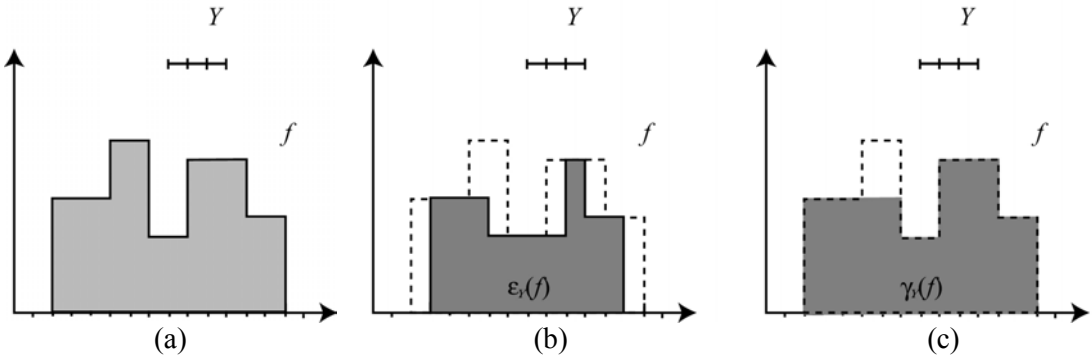


Figura 3.19. Apertura morfológica de una señal unidimensional. (a) Señal original *f*. (b) Erosión de la señal *f* por elemento estructurante *Y*. (c) Dilatación de la erosión $\varepsilon(f)$ por elemento estructurante *Y*.

El tamaño y la forma de los elementos estructurantes empleados en la apertura deben ser acordes con las estructuras de la imagen que se desean eliminar. En ocasiones, tamaños elevados de elementos estructurantes eliminarán formas indeseables en una imagen pero afectarán al resto de estructuras. Tamaños reducidos serán óptimos cuando las imágenes contengan pequeños detalles. En la figura 3.20 se observa como la apertura de la imagen de grises, por un elemento estructurante de tamaño 3x3, elimina las formas claras de tamaño menor que el elemento.

Figura 3.20. Filtrado de imagen. Eliminación de objetos claros mediante apertura morfológica. (a) Imagen original. (b) Apertura morfológica.

3.4.2 Cierre morfológico

El cierre de una señal *f* por un elemento estructurante *Y* se denota por $\varphi_Y(f)$ y se define como la dilatación de *f* por *Y*, seguida de la erosión por el mismo elemento estructurante:

$$\varphi_Y(f) = \varepsilon_Y(\delta_Y(f)) \tag{3.44}$$

Por la propiedad de complementación de las operaciones básicas, se puede expresar el cierre como la intersección de todas las traslaciones del complemento del elemento estructurante, tal que éste contiene a *X:*

$$\varphi_Y(X) = \bigcap \left\{ Y^c \mid X \subseteq Y^c \right\} \tag{3.45}$$

Al igual que la apertura, el cierre de una imagen es independiente del origen del elemento estructurante. El cierre de un conjunto X por un elemento estructurante con forma de disco se ilustra en la figura 3.21. El cierre es el espacio descrito por el elemento estructurante cuando es forzado a estar fuera de los conjuntos.

En el cierre de la señal unidimensional presente en la figura 3.22.a se observa como la dilatación une estructuras que la erosión no puede separar. En una imagen de niveles de grises el cierre morfológico ayuda a eliminar estructuras oscuras menores en tamaño al elemento estructurante. La dilatación maximiza los valores de forma que se atenúan los objetos oscuros (figura 3.22.b). La erosión minimiza la señal y sólo los elementos no eliminados quedan presentes en la imagen final (figura 3.22.c). En la figura 3.23 se presenta el efecto del cierre morfológico sobre una imagen de grises. Los objetos oscuros quedan sensiblemente atenuados.

Figura 3.21. Apertura morfológica del conjunto X por el elemento estructurante Y. El cierre redondea las concavidades importantes.

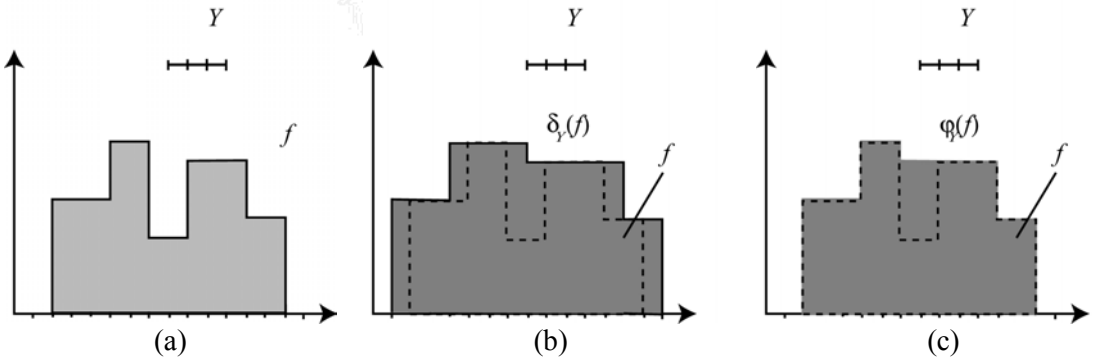
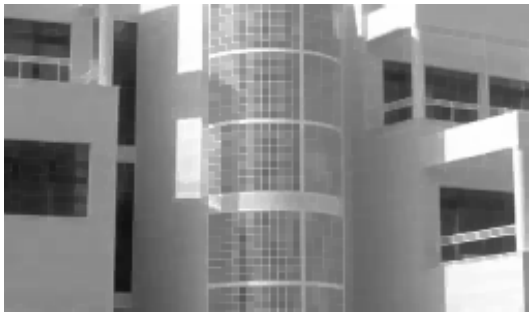


Figura 3.22. Cierre morfológico de una señal unidimensional. (a) Señal original f. (b) Dilatación de la señal f por elemento estructurante Y. (c) Erosión de la dilatación $\delta(f)$ por elemento estructurante Y: cierre morfológico.

(a)



(b)

Figura 3.23. Filtrado de imagen. Eliminación de objetos oscuros mediante cierre morfológico. (a) Imagen original. (b) Cierre morfológico.

3.4.3 Propiedades de la apertura y del cierre morfológico

Dualidad

La apertura de una imagen es equivalente al complemento del cierre de la imagen complementada. Esto significa que la apertura y el cierre son operaciones duales con respecto a la complementación:

$$\gamma_Y = \mathbf{C}\varphi_Y\mathbf{C} \tag{3.46}$$

Por la dualidad de la erosión y de la dilatación:

$$\mathbf{C}\varphi_Y\mathbf{C} = \mathbf{C}\varepsilon_Y\delta_Y\mathbf{C} = \mathbf{C}\varepsilon_Y\mathbf{C}\varepsilon_Y = \mathbf{C}\mathbf{C}\delta_Y\varepsilon_Y = \delta_Y\varepsilon_Y = \gamma_Y \tag{3.47}$$

El empleo de una apertura o un cierre para eliminar objetos no deseados en una imagen dependerá del tipo de imagen y del tipo de objetos a eliminar. En presencia de objetos indeseados con igual tonalidad al resto de estructuras de la imagen, por ejemplo, ruido simétrico (claro y oscuro) habrá que considerar una composición de aperturas y cierres.

Relaciones de orden

La operación composición cierre $\varepsilon\delta$ es una operación extensiva, mientras que la apertura morfológica $\delta\varepsilon$ es antiextensiva. Esto significa que se puede presentar la siguiente relación de orden entre la imagen original I y transformaciones:

$$\delta\varepsilon \leq I \leq \varepsilon\delta \tag{3.48}$$

Crecientes e idempotentes

Las operaciones de apertura y cierre son transformaciones crecientes. Para dos imágenes f y g:

$$Si \quad f \leq g \quad \Rightarrow \quad \gamma(f) \leq \gamma(g) \tag{3.49}$$

$$Si \quad f \leq g \quad \Rightarrow \quad \varphi(f) \leq \varphi(g) \tag{3.50}$$

Es posible comprobar que la erosión de una apertura es igual a la erosión del conjunto o imagen original. La misma propiedad se tiene para la operación y el cierre:

$$\varepsilon(\delta\varepsilon) = \varepsilon \tag{3.51}$$

$$\delta(\varepsilon\delta) = \delta \tag{3.52}$$

Por composición de operaciones:

$$\delta\varepsilon(\delta\varepsilon) = \delta\varepsilon \tag{3.53}$$

$$\varepsilon\delta(\varepsilon\delta) = \varepsilon\delta \tag{3.54}$$

que significa que las transformaciones de apertura y cierre son idempotentes, $\gamma=\gamma\gamma\gamma, \varphi=\varphi\varphi\varphi$. La propiedad de idempotencia es importante en el filtrado de imágenes, al asegurar que la imagen no sufrirá modificaciones por iteraciones de la transformación.

Aperturas y cierres algebraicos

En álgebra, cualquier transformación creciente, antiextensiva e idempotente se conoce como apertura algebraica. Cualquier operación creciente, extensiva e idempotente es un cierre algebraico. En [Matheron, 1975] se demuestra como cualquier apertura algebraica puede definirse como el supremo de una familia de aperturas morfológicas. Asimismo, el cierre es el ínfimo de cualquier conjunto de cierres morfológicos.

3.4.4 Top-hat

La transformación de top-hat [Meyer, 1978], consiste en descubrir aquellas estructuras de la imagen que han sido eliminadas en el filtrado de apertura o cierre. Con la elección de un elemento estructurante de forma, tamaño y orientación adecuado, es posible filtrar la imagen y eliminar determinados elementos en la imagen original. Una operación de diferencia entre el mapa original y el filtrado aumenta considerablemente el contraste de las zonas eliminadas.

La transformación de top-hat es el residuo entre la identidad y la apertura morfológica. Para el caso de conjuntos y funciones este residuo se define como sigue:

$$\rho(X) = X \setminus \gamma(X) \tag{3.55}$$

$$\rho(f) = f - \gamma(f) \tag{3.56}$$

Al igual que la apertura, este residuo es una operación antiextensiva e idempotente, pero no creciente. Este top-hat se conoce también como top-hat por apertura o top-hat blanco, por destacar los objetos claros que han sido eliminados en la apertura. Que el top-hat por apertura no sea una operación creciente es obvio por su definición. La idempotencia se demuestra fácilmente, pues:

$$\rho(\rho(f)) = f - \gamma(f) - \gamma(f - \gamma(f) = f - \gamma(f) \tag{3.57}$$

En la figura 3.24 se ilustra un ejemplo de top-hat por apertura para una señal unidimensional. Se puede observar como se descubre aquella parte de la señal no eliminada en la apertura.

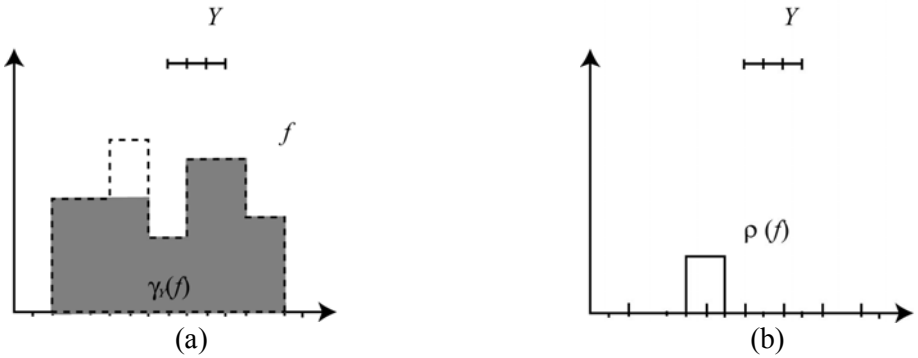


Figura 3.24. Top-hat por apertura para una señal unidimensional. (a) Señal original. (b) Top-hat por apertura.

Una operación dual al top-hat puede definirse como el resido entre un cierre morfológico y la imagen original. En este caso, la operación suele denominarse top-hat por cierre o top-hat negro, ya que visualiza los objetos oscuros de la imagen original eliminados en el cierre. Para conjuntos y funciones, este nuevo residuo de top-hat puede definirse como:

$$\rho(X) = \varphi(X) \setminus X \tag{3.58}$$

$$\rho(f) = \varphi(f) - f \tag{3.59}$$

El top-hat por cierre no es creciente ni idempotente. La figura 3.25 muestra el top-hat negro para una señal unidimensional. En este caso, los nuevos valores debidos al cierre son descubiertos e identificados.

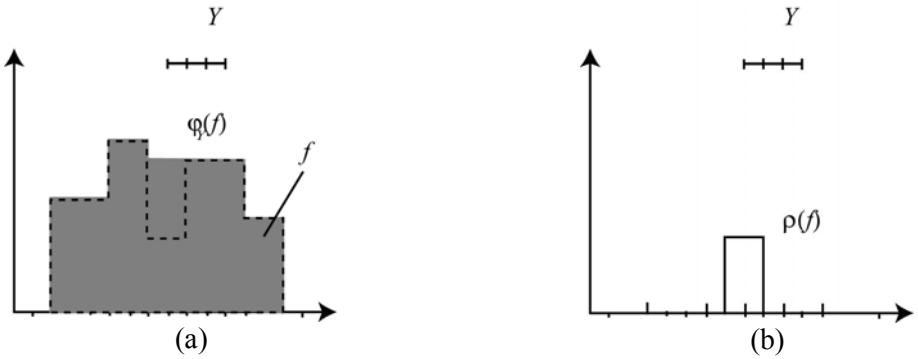
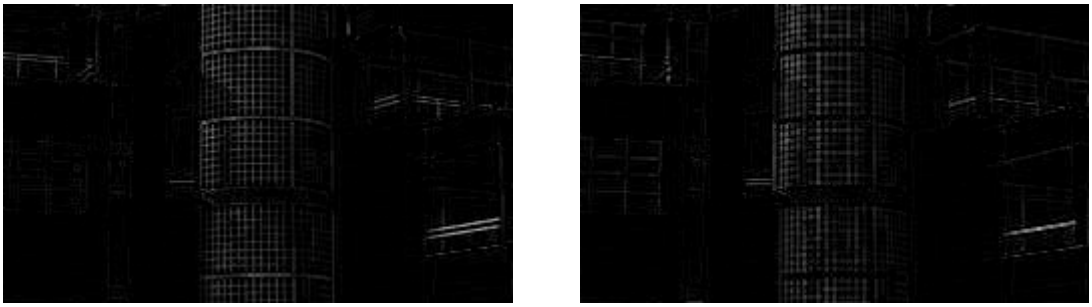


Figura 3.25. Top-hat por cierre para una señal unidimensional. (a) Señal original. (b) Top-hat por cierre.

Las transformaciones de top-hat son operaciones complementarias entre sí. Estas operaciones también pueden combinarse. La suma del top-hat por apertura y el top-hat por cierre es en realidad la diferencia entre cierre y la apertura. Tal y como se comentó anteriormente, la elección del elemento estructurante usado en la operaciones de top-hat

depende de la morfología de las estructuras a extraer. Por ejemplo, la detección de objetos brillantes en una imagen se logra con un top-hat por apertura con un elemento estructurante de tamaño mayor que los objetos a detectar. La misma utilidad se logra con un top-hat por cierre en el caso de objetos oscuros. En la figura 3.26 se presentan los resultados de los residuos de top-hat para la imagen de la figura 3.20. Se observa una mayor detección de estructuras claras que oscuras, al ser eliminadas éstas en la apertura en mayor magnitud que las oscuras en el cierre.



(a) (b)

Figura 3.26. Resultado de Top hat en una imagen de escala de grises. (a) Top-hat por apertura. (b) Top-hat por cierre.

En [Soille, 1999] se recopilan diferentes ejemplos en donde puede observarse como las transformaciones de top-hat son muy útiles en el realce de imágenes, en la perfecta detección de objetos cuando la iluminación en la imagen no es homogénea, o en la mejora del contraste.

3.5 Filtrado morfológico

Según J. Serra y G. Matheron [Serra, 1988] un filtro morfológico es cualquier transformación no lineal, en un retículo completo, creciente e idempotente. El requerimiento de creciente es fundamental, pues asegura la conservación del orden del retículo después del filtrado. Los dos filtros morfológicos más elementales son la apertura y el cierre. Concretamente, la apertura es un filtro morfológico antiextensivo. El cierre es un filtro morfológico extensivo. Para la construcción de nuevos filtros morfológicos se parte de los básicos y mediante composición o combinación con otras operaciones se implementan los filtros alternos, los filtros alternos secuenciales, el operador de centro, de contraste, etc [Fernández, 1994].

Las aplicaciones básicas de los filtros morfológicos son la atenuación del ruido y la extracción selectiva de objetos en la imagen. Ambas aplicaciones son importantes en visión artificial, pues técnicas de interpretación o medida fallarán en presencia de ruido, mientras que la selección de estructuras y objetos es fundamental en los procesos de segmentación.

3.5.1 Filtros alternos

Sean ζ y ψ dos filtros morfológicos, con $\psi \leq \zeta$. Por combinación de estos dos filtros se pueden generar cuatro filtros, crecientes e idempotentes: $\zeta\psi$, $\psi\zeta$, $\zeta\psi\zeta$, $\psi\zeta\psi$, que satisfacen, entre otras, las siguientes propiedades:

1. $\psi \le \psi\zeta\psi \le \dfrac{\zeta\psi}{\psi\zeta} \le \zeta\psi\zeta \le \zeta$ (3.60)

2. $\zeta\psi\zeta = \psi\zeta \Leftrightarrow \psi\zeta\psi = \zeta\psi \Leftrightarrow \psi\zeta \ge \zeta\psi$ (3.61)

3. $\zeta\psi\zeta$ es el menor filtro mayor que $\zeta\psi \vee \psi\zeta$ (3.62)

4. $\psi\zeta\psi$ es el mayor filtro menor que $\zeta\psi \wedge \psi\zeta$ (3.63)

Para el caso de una apertura arbitraria γ, y un cierre arbitrario φ, con un mismo elemento estructurante, se tiene que $\gamma\varphi$, $\varphi\gamma$, $\gamma\varphi\gamma$, y $\varphi\gamma\varphi$, son filtros. La combinación de γ, yφ, etc, genera la secuencia: $\varphi \to \gamma\varphi \to \varphi\gamma\varphi \to \varphi\gamma \to ...$

Es importante señalar que, salvo en el caso en el que se cambie el elemento estructurante, la composición de más de tres operadores no va a proporcionar un nuevo filtro, puesto que si $\zeta\psi$ es idempotente, entonces $\zeta\psi\zeta\psi = \zeta\psi$.

Extensión de top-hat

Es posible realizar una extensión de la transformación básica de top-hat construyendo un residuo entre la imagen original y un filtro alterno de apertura y cierre. Por ejemplo, para la eliminación de ruido denso y simétrico, una simple apertura no servirá para reducir los pixels oscuros, lo mismo ocurrirá con un cierre y los pixels de ruido claros. La composición del filtro $\gamma\varphi$ podrá eliminar el ruido de cualquier tonalidad, con lo que el top-hat resultante será el residuo:

$$\rho(f) = f - \gamma\varphi(f) \tag{3.64}$$

En [Jochems, 1994] y en [Peters, 1995] se analiza la utilización de los filtros creados por diferencia para el control industrial de piezas parcialmente ocluidas e incluso para la eliminación de ruido.

Filtro fuerte, $\wedge$-filtro y $\vee$-filtro

Las nociones de $\wedge$-filtro, $\vee$-filtro y filtro fuerte se introducen para describir las propiedades de la composición de operadores (filtros alternos), es decir, para clasificar filtros que no son ni extensivos ni antiextensivos.

- Un filtro morfológico ψ es un $\vee$-filtro si para cualquier imagen f:

$$\psi \text{ es un } \vee\text{-filtro si } \psi = \psi(f \vee \psi) \tag{3.65}$$

- Un filtro morfológico ψ es un $\wedge$-filtro si para cualquier imagen f:

$$\psi \text{ es un } \wedge\text{-filtro si } \psi = \psi(f \wedge \psi) \tag{3.66}$$

- Un filtro morfológico ψ es un filtro fuerte si para cualquier imagen f:

$$\psi \text{ es un filtro fuerte si } \psi = \psi(f \wedge \psi) = (f \vee \psi) \tag{3.67}$$

En [Serra, 1988] se afirma que un operador es un $\vee$-filtro si y sólo si se puede descomponer en un producto de apertura y cierre. Un operador es un $\wedge$-filtro si y sólo si se puede descomponer como producto de cierre y apertura. Como ejemplos de este tipo de filtros se puede destacar que si φ es un cierre y γ es un apertura, γ y φ son filtros fuertes, $\gamma\varphi$ y $\varphi\gamma\varphi$ son $\vee$-filtros, y, finalmente, $\varphi\gamma$ y $\gamma\varphi\gamma$ son $\wedge$-filtros.

La propiedad de $\vee$-filtro asegura que cualquier señal g entre f y $f \vee \psi(f)$ ofrece el mismo resultado de f tras la aplicación del filtro, es decir, que $\psi(f)=\psi(g)$. Los $\wedge$-filtros ofrecen el resultado dual:

$$\psi \quad \text{es} \quad \wedge\text{–filtro} \Leftrightarrow (f \wedge \psi(f)) \le g \le f \Rightarrow \psi(g) = \psi(f) \tag{3.68}$$

En el caso de filtros fuertes, la propiedad se extiende a todas las señales comprendidas entre $f \wedge \psi(f)$ y $f \vee \psi(f)$:

$$\psi \quad \text{es} \quad \text{filtro} \quad \text{fuerte} \Leftrightarrow f \wedge \psi(f) \le g \le f \vee \psi(f) \Rightarrow \psi(g) = \psi(f) \tag{3.69}$$

Filtros alternos secuenciales

El filtrado de una imagen contaminada por ruido simétrico 'blanco y negro' puede ser realizado con la combinación de una apertura y cierre o cierre y apertura. Sin embargo, cuando el nivel de ruido en la imagen es elevado, estos filtros alternos sencillos no resuelven el problema, pues el empleo de elementos estructurantes elevados deterioran el resto de estructuras de la imagen. Una solución es la creación de los filtros alternos secuenciales. A partir de un elemento estructurante pequeño se encadenan combinaciones de aperturas y cierres o cierres y aperturas de elementos estructurantes crecientes. La aparición de los filtros alternos secuenciales en morfología matemática se debe a los trabajos realizados por S. Sternberg [Sternberg, 1986]. Los aspectos teóricos de esta clase de filtros se han presentado en [Serra, 1988].

Considérese dos familias de operadores $\{\zeta_i\}$, $\{\psi_i\}$ tales que $\{\zeta_i\}$ crece con i, $\{\psi_i\}$ decrece con i y $\psi_1 \le \zeta_1$. Se tiene entonces que:

$$\ldots\psi_n \le \ldots \le \psi_2 \le \psi_1 \le \zeta_1 \le \zeta_2 \le \ldots \le \zeta_n \ldots \tag{3.70}$$

Las composiciones de filtros morfológicos presentes a continuación:

$$N_i = \zeta_i\psi_i \ldots \zeta_2\psi_2\zeta_1\psi_1 \tag{3.71}$$

$$M_i = \psi_i\zeta_i \ldots \psi_2\zeta_2\psi_1\zeta_1 \tag{3.72}$$

son filtros alternos secuenciales y se forman con una composición encadenada de aperturas y cierres, realizadas con un tamaño creciente de elemento estructurante. Es necesario tener en cuenta la forma del elemento estructurante, pues si se trata de elementos cuadrados y el factor o índice del filtro es i, los elementos tendrán una altura y anchura de $2i+1$. Por ejemplo, N_4 sería una composición de cierre seguido de apertura con elemento estructurante de tamaño 3x3. Al

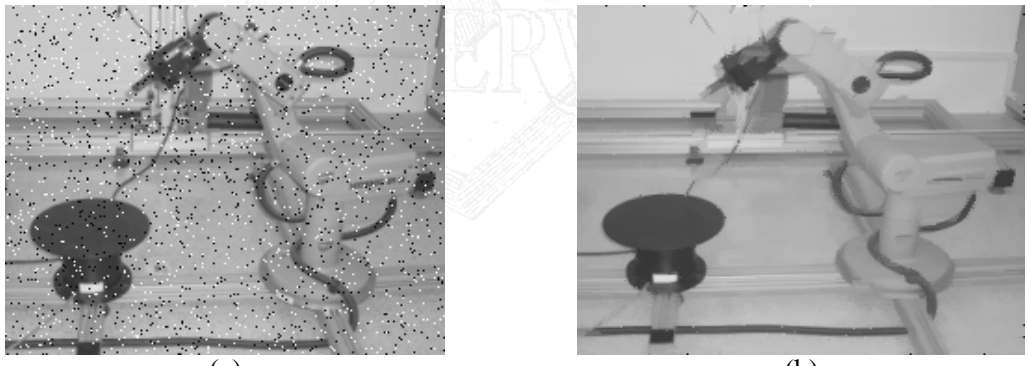
resultado de estos dos filtros se aplicaría un cierre y una apertura realizada con elemento estructurante de tamaño 5x5, así sucesivamente, hasta aplicar la última apertura con elemento estructurante de tamaño 9x9.

Es fácilmente demostrable que los filtros alternos secuenciales constituyen filtros morfológicos. Asimismo, satisfacen las siguiente ley de absorción:

$$i \le j \Rightarrow ASF_j\, ASF_i = ASF_j \quad \text{y} \quad ASF_i\, ASF_j \le ASF_j \tag{3.73}$$

La eficacia de los filtros alternos secuenciales en la eliminación de ruido está ampliamente demostrada y constituye en numerosas aplicaciones un paso previo en la segmentación de la imagen. Un eficaz algoritmo de atenuación de ruido gausiano que hace uso de filtros alternos secuenciales se presenta en [Peters II, 1995]. En la figura 3.27 se muestra un ejemplo de la supresión de ruido impulsivo de una imagen de niveles de grises, empleando un filtro alterno secuencial de nivel 2 que hace uso, inicialmente, de un elemento estructurante lineal de tamaño 1x3.

BIBLIOTECA VIRTUAL



(a) (b)

Figura 3.27. Eliminación de ruido impulsivo con filtrado alterno secuencial de tamaño 2. (a) Imagen con ruido impulsivo (15%). (b) Filtrado FAS de tamaño 2 y patrón $\gamma\varphi$.

Pirámides

La familia de operadores del punto anterior $\{\zeta_i\}$ o $\{\psi_i\}$ son considerados como filtros morfológicos que emplean, para la transformación, un elemento estructurante de tamaño en función del índice i, (factor de homotecia). En general, la familia $\{\psi_i\}$ está constituida por una pirámide de operadores donde cada transformación $\psi_i(f)$ puede ser obtenida desde cualquier transformación $\psi_\mu(f)$, para $0<\mu \le i$.

Para la pirámide de operadores:

$$i \ge \mu > 0 \Rightarrow \exists \nu > 0 \;\; | \;\; \psi_i = \psi_\nu \psi_\mu \tag{3.74}$$

La nueva operación de pirámide fue introducida inicialmente para el análisis de imagen por multi-resolución. El efecto de la pirámide de operadores se puede observar en el ejemplo presente en la figura 3.28. A una imagen en escala de grises (figura 3.28.a) se le aplica una pirámide de cierres morfológicos con elemento estructurante plano bidimensional de tamaño 3x3 (figura 3.28.b), 5x5 (figura 3.28.c) y 7x7 (figura 3.28.d). El operador de pirámide efectúa una simplificación de la imagen. En la simplificación se reducen los detalles finos, quedando en cada iteración las estructuras básicas. Mayor simplificación se logra al aumentar el factor de homotecia.

El efecto de la representación de la imagen por multi-resolución (pirámides) en el estudio de estructuras procedentes de resonancias magnéticas se presenta en [Matsopoulos, 1994] y [Matsopoulos, 1995]. En [Lee, 1989] se discute el uso de las pirámides para la segmentación de imágenes, mediante la simplificación jerárquica proporcionada por la composición de operadores. En [Hsu, 1984] se muestra la utilidad de la simplificación proporcionada por la pirámide en técnicas de comprensión de las imágenes. En las técnicas presentadas, las pirámides morfológicas muestran un mejor comportamiento que el otro tipo de pirámides, las gausianas.

En el capítulo quinto de esta Tesis Doctoral se comentará la construcción de pirámides por operadores conectados. Se comprobará como el uso de los operadores conectados de reconstrucción mejora considerablemente el resultado de la pirámide.

(a)

(b)

(c) (d)

Figura 3.28. Efecto de pirámide de transformación morfológica apertura. (a) Imagen original. (b) Apertura con elemento estructurante de tamaño 3x3. (c) Apertura con elemento estructurante de tamaño 5x5. (d) Apertura con elemento estructurante de tamaño 7x7.

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

Capítulo 4

Morfología Matemática en Color

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

4.1 Introducción

Una imagen digital en color es una función bidimensional con valor tridimensional:

$$f : Z^2 \rightarrow Z^3 \tag{4.1}$$

en donde cada píxel **X**=(*x*,*y*) está representado por un vector de tres componentes: **P**=(I_1,I_2,I_3). El valor de cada una de las componentes depende del espacio de color (RGB, HSI, CIELAB, YIQ,...) con el que se esté visualizando y/o tratando la imagen. La figura 4.1 muestra una representación de la imagen cromática de 'Lenna' en la que cada píxel posee un valor de R, G y B, dentro del espacio de color RGB.

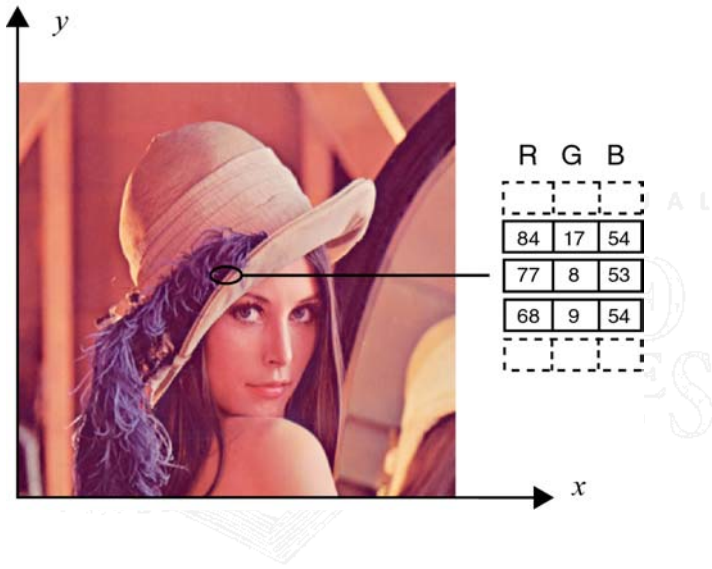


Figura 4.1. Imagen en color de 'Lenna' representada en modelo RGB. Cada pixel posee un valor de componente roja, verde y azul.

Tal como se comentó en el capítulo tercero de esta memoria, la base de la formulación morfológica descansa en la definición de retículo completo: conjunto ordenado. El inconveniente surge en la ausencia de orden entre los pixels cromáticos, pues se corresponden con vectores tridimensionales y, a priori, no hay un orden natural para determinar que, por ejemplo, en sistema RGB, un píxel con valor (34,26,123) es menor que (59,1,104). El mismo problema de ausencia de orden lo presentan el resto de modelos cromáticos definidos en el capítulo 2. En imágenes en color no hay orden, no hay, pues, estructura de retículo completo, no puede formularse una extensión automática de morfología matemática.

La formulación de morfología matemática en color requiere la presencia de orden entre los pixels de la imagen. En escala de grises el orden de los valores discretos 0<1<2<3<...<253<254<255 es suficiente para formar el retículo completo. Una solución al problema de ausencia de orden se puede alcanzar considerando las imágenes en color como la composición de tres funciones bidimensionales independientes con valor unidimensional. En el caso del espacio RGB, se considera la imagen como composición de mapas unidimensionales de valor I_1=rojo, I_2=verde y I_3=azul:

$$f_1 : Z^2 \to Z : \mathbf{X} = (x, y) \to I_1 \quad \text{(R)} \tag{4.2}$$

$$f_2 : Z^2 \to Z : \mathbf{X} = (x, y) \to I_2 \quad \text{(G)} \tag{4.3}$$

$$f_3 : Z^2 \to Z : \mathbf{X} = (x, y) \to I_3 \quad \text{(B)} \tag{4.4}$$

La imagen cromática de 'Lenna' se presenta en la figura 4.2 como la composición de tres mapas bidimensionales con representación de valores R, G y B.

(a) (b) (c)

Figura 4.2. Imagen en color de 'Lenna' representada en mapas bidimensionales monocromáticos I_1=R, I_2=G e I_3=B.

El tratamiento individual de cada mapa I_1, I_2 e I_3 se conoce como procesamiento marginal y se discutirá en el apartado 4.3. La alternativa al procesamiento marginal es afrontar el problema de la ordenación de los píxels y tratar los datos como vectores indivisibles. Se efectuará, pues, un tratamiento vectorial. Para ello habrá que establecer criterios de orden en los diferentes espacios de color, esta metodología se discutirá en el apartado 4.4.

Tanto la aproximación marginal como la vectorial son posibles si los canales individuales de cada uno de los espacios de color poseen un orden interno que identifique claramente el ínfimo y el supremo. Prácticamente, todos los modelos cromáticos se dividen en mapas escalares con mínimo definido en valor 0 y máximo en el extremo de dominio establecido por el espacio, (100 ó 255 en la mayoría de los casos). Sin embargo, un problema surge en aquellos modelos que poseen una componente de tinta o matiz. Tal y como se comentó en el segundo capítulo de esta Tesis Doctoral, la componente de matiz codifica los valores en grados, de forma que, por ejemplo, en HLS, el valor de 0º se corresponde con un matiz rojo, 90º con un amarillo verdoso, así hasta volver a 360º que, evidentemente, es el mismo matiz que 0º. Esto tiene como consecuencia que no se pueda definir un orden natural en esta componente. Además, en ausencia de saturación el matiz es indefinido. La indefinición de la tinta raramente puede representarse en el propio canal de matices, puesto que el rango de valores [0º,360º] se reduce a [0,255] y el 0 representa tanto el color rojo como los matices indefinidos.

En el siguiente punto se tratarán en detalle las particularidades de los espacios de color de la familia HSI para procesamiento de imágenes. Una vez solventadas las singularidades del

modelo HSI, en el apartado 4.3 se presentará la primera aproximación de morfología cromática, el método marginal. En el punto 4.4 se ofrecerá un amplio estudio de los métodos de orden vectorial, como la opción más robusta de procesamiento. Se presentará un nuevo orden vectorial y se tratará adecuadamente la situación de matiz indefinido. Asimismo, se definirán, a partir de las operaciones vectoriales básicas, los primeros residuos y filtros morfológicos cromáticos. Finalmente, en el apartado 4.5 se extraerán una serie de conclusiones sobre el procesamiento morfológico cromático.

4.2 Consideraciones sobre los modelos intuitivos en morfología matemática

Los espacios de color basados en atributos perceptuales de la visión humana son muy atractivos en procesamiento de imágenes de alto nivel. Sin embargo, estos espacios (HSI, HLS, HSV...) poseen una serie de particularidades que dificultan el procesamiento. En los siguientes apartados se tratan detenidamente los inconvenientes principales:

- La ordenación del matiz, con la consideración de matices indefinidos.
- La inestabilidad de la saturación.

4.2.1 Ordenación del matiz

El primer problema en Morfología Matemática cromática sobre HSI surge por la ausencia de orden natural en la componente de matiz. Numéricamente, el matiz (figura 4.3) es un valor angular θ oscilante entre 0º y 360º (0 y 2π) y es evidente que $\theta=\theta+2\pi$.

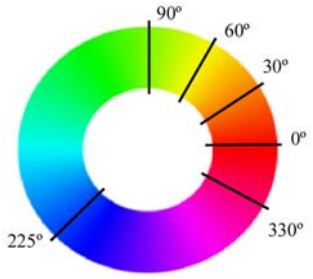


Figura 4.3. Círculo de matiz.

Para la ordenación del matiz [Hanbury, 2001a] y [Peters II, 1997] emplean una función de distancia entre los valores de matiz y un punto de referencia. En las investigaciones aquí presentadas se ha adoptado la esta función, definiendo el ínfimo del conjunto en el valor de referencia de matiz elegido:

$$d(H_i, H_{ref}) = \begin{cases} |H_i - H_{ref}| & \text{si } |H_i - H_{ref}| \le \pi \\ 2\pi - |H_i - H_{ref}| & \text{si } |H_i - H_{ref}| > \pi \end{cases} \quad (4.5)$$

Por la definición de la distancia, ésta podrá valer desde 0 a 180 (360º/2). El supremo del conjunto será el matiz con máxima distancia respecto al valor ínfimo. De esta manera, se reduce el mapa de matices a un mapa de distancias de valor máximo igual a 180 (π), lo que permite representar la indefinición de tinta en el extremo superior de un dominio de valores común [0,255], siendo ésta una de las primeras aportaciones de la presente Tesis Doctoral.

Con el concepto de distancia de matiz se logra un orden, con ínfimo y supremo, que permite, a su vez, la identificación en el propio mapa de matices de las saturaciones nulas. La figura 4.4 presenta, sobre el círculo de matiz, el cambio de ínfimo y supremo en la nueva señal de distancia de matiz. En la figura 4.4.a se define el matiz de referencia o ínfimo en 0º, por lo que el supremo se situará en 180º. Un matiz verde de 90º y un matiz violeta de 270º tendrán el mismo valor de distancia y se considerarán iguales. En la figura 4.4.b se aprecia el cambio de situación del matiz de referencia. Ahora, se sitúa en 135º, y el máximo valor de distancia corresponde al color magenta de 315º.

La figura 4.5.a ofrece la imagen cromática de 'Colour beans'. El mapa original de matiz (figura 4.5.b) muestra como señales visualmente similares están fuertemente alejadas en su representación numérica. El canal de matiz representa los rojos-anaranjados en 10º o 20º, mientras que los rojos-magenta sobre 350º, cuando son colores muy cercanos entre sí. La representación de distancias de matiz respecto a un ínfimo de referencia evita el inconveniente anterior. Los colores visualmente similares poseen valores de distancia análogos. En las figuras 4.5.c y 4.5.d se representan los mapas de distancias de matiz para ínfimos definidos en 0º y 135º, respectivamente. Con valor igual a 255 se manifiestan los pixels de matiz indefinido.

El histograma del mapa de matiz original de la figura 4.6.a refleja la segmentación en dos regiones producida de forma artificial por el valor angular del matiz. El nuevo mapa de distancias con respecto a 0º (figura 4.6.b) soluciona el problema.

La imagen cromática de 'Parrots' (figura 4.7.a) posee un mapa de matices de buena calidad aunque presenta discontinuidad en valores de matices visualmente contiguos en la representación circular, como son el rojo y el magenta (figura 4.7.b). Las señales de distancia de matiz respecto a 0º y a 135º se visualizan en las figuras 4.7.c y 4.7.d, respectivamente.

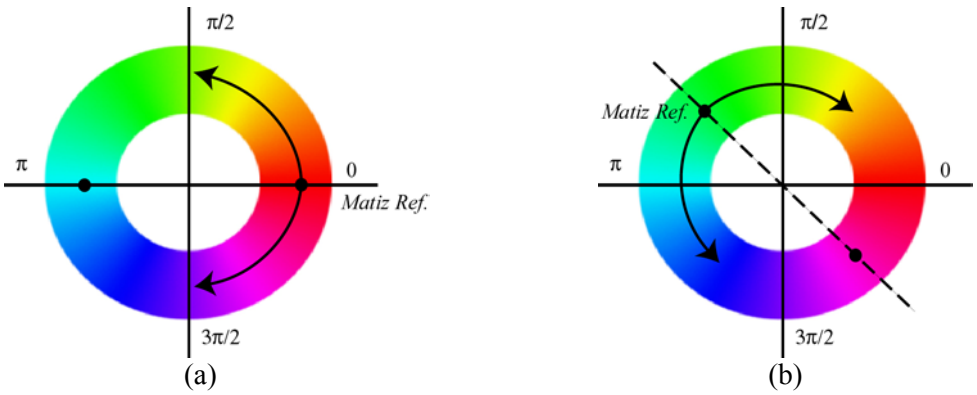


Figura 4.4. Establecimiento de ínfimo en círculo matiz. (a) Matiz de referencia en 0º. (b) Matiz de referencia en 135º.

Ciertas investigaciones en segmentación de imágenes en color, como las desarrolladas en [Celenk, 1990] se basan en la umbralización de histogramas *L**, *C** y *H**, de la representación polar del espacio CIELAB. Los algoritmos allí desarrollados no tienen en cuenta la identificación de matices indefinidos, lo que puede ocasionar la aparición de errores indeseables en la segmentación. La identificación de los matices indefinidos en el propio mapa de matices es muy útil en el procesamiento de imágenes en color, ya que ahorra la búsqueda de la saturación en otro canal para detectar pixels acromáticos. La ordenación por componente de matiz deberá amoldarse a este hecho. En el apartado 4.4.2 se tratarán con más detalle el problema de la indefinición del matiz en la ordenación vectorial de datos y, más concretamente, en el orden lexicográfico.

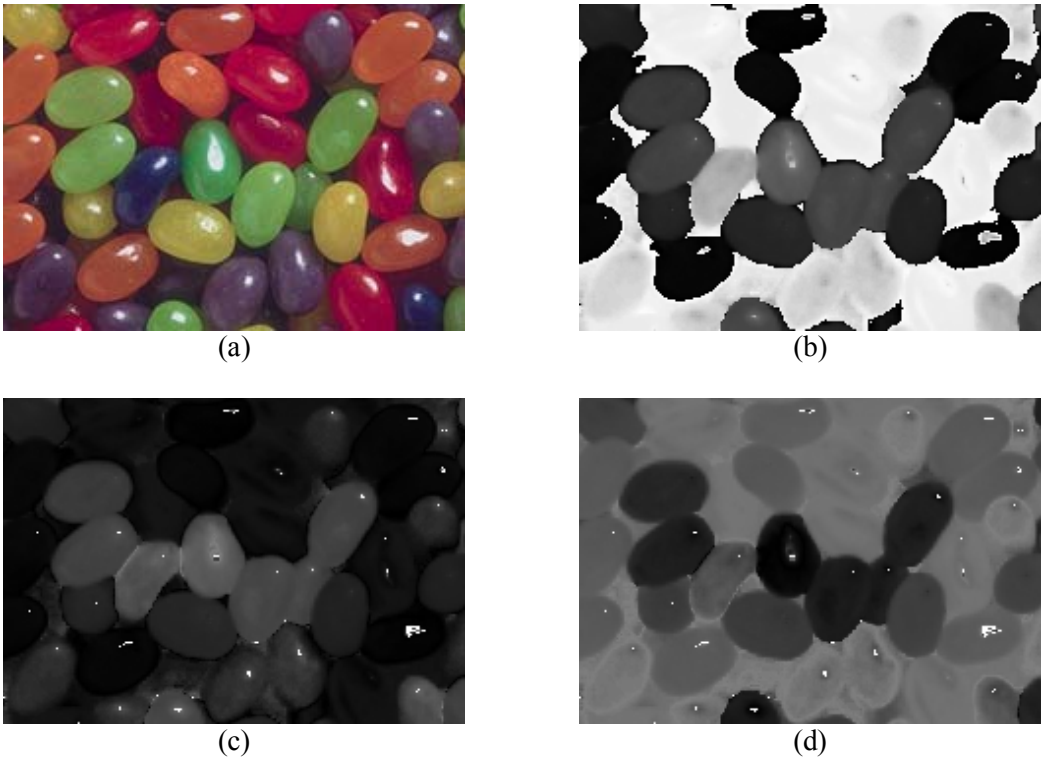


Figura 4.5. Imagen cromática de 'Colour beans' y diferentes mapas de matiz. (a) Canal original de matiz. (b) Mapa de distancias de matiz, ínfimo en 0º. (c) Mapa de distancias de matiz, ínfimo en 135º.

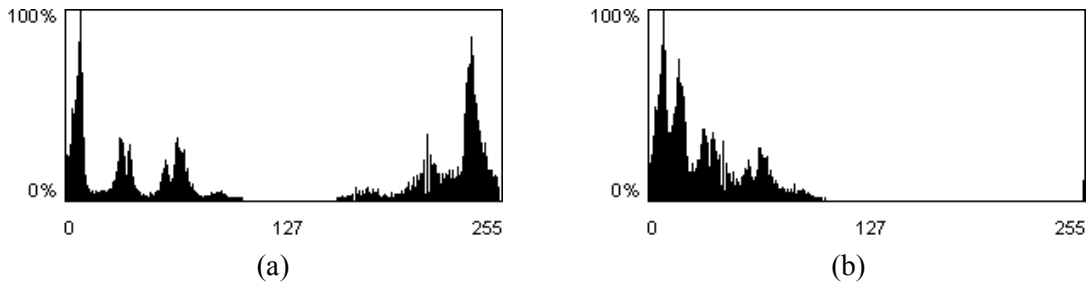


Figura 4.6. Histograma del canal original de matiz (a) y del mapa de distancias de matiz con respecto al ínfimo establecido en 0º (b).

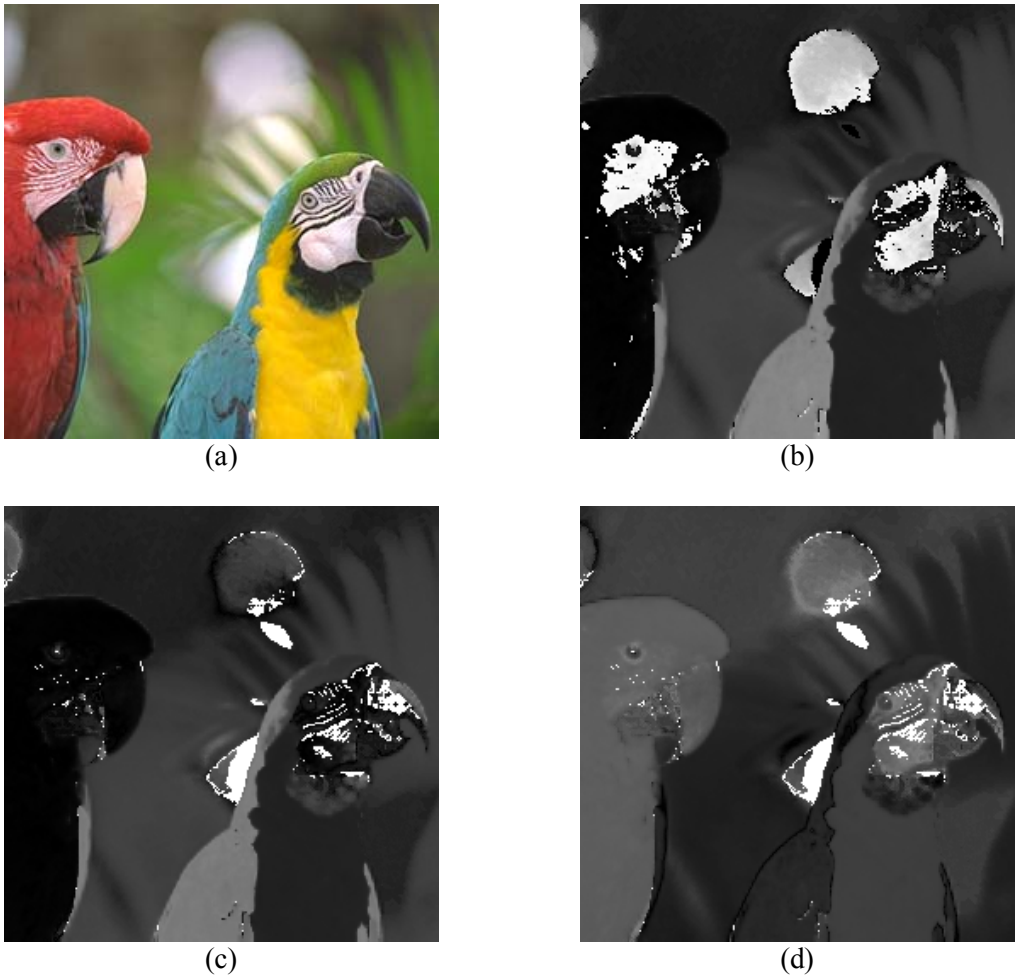


Figura 4.7. Imagen en color de 'Parrots' y diferentes mapas de matiz. (a) Canal original de matiz. (b) Mapa de distancias de matiz, ínfimo en 0º. (c) Mapa de distancias de matiz, ínfimo en 135º.

4.2.2 Inestabilidad de la saturación

Por otro lado, tal como se comentó en el capítulo 2 de esta Tesis Doctoral, la componente de saturación de los modelos intuitivos tiene un comportamiento ciertamente inestable para bajos y altos niveles de intensidad, luminancia o valor. Incluso con la interpretación geométrica de los espacios HLS y HSV, en la que se ofrece una visión linealmente aceptable de la saturación, la inestabilidad sigue presentándose. En la tabla 4.1 se muestran los valores de saturación para coordenadas RGB de reducida intensidad. Todos los valores, tanto de RGB como de saturación, se presentan en un dominio de [0,255]. La inestabilidad de la saturación es evidente en HSI, pues de la coordenada (0,0,0) a la (0,0,1) no hay prácticamente diferencia visual y la saturación pasa de valer 0 a 255. El incremento de la intensidad a coordenadas RGB (1,1,2) reduce el valor de la saturación a 63, para luego ir aumentando progresivamente según aumenta la componente acromática. En HLS, la saturación no se comporta como cabría esperar por la forma geométrica

que posee el espacio cromático. Para valores RGB de escasa luminancia la saturación posee valores elevados. Por ejemplo, la saturación es 170 para RGB=(1,1,5), cuando la luminancia de esta coordenada es tan sólo 3. Se aprecia en la saturación una evolución logarítmica que no se corresponde con la figura bicónica de su representación. En HSV no se obtiene una mejora de resultados. El comportamiento de la saturación no responde tampoco a la interpretación geométrica del modelo pues, por ejemplo, se producen dos saltos de saturación (0→255→127) para sólo un cambio de valor en componente acromática (1→2). La figura 4.8 ilustra la oscilación de los valores de saturación en espacio polar de HSI, HLS o HSV.

R	G	B	I (HSI)	L(HLS)	V(HSV)	S (HSI)	S (HLS)	S (HSV)
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	255	0	255
0	1	2	1	1	2	255	0	255
1	1	2	1	1	2	63	85	127
1	1	3	1	2	3	102	127	170
1	1	4	2	2	4	127	153	191
1	1	5	2	3	5	145	170	204

Tabla 4.1. Relación entre valores RGB y saturación en modelos HSI, HLS y HSV.

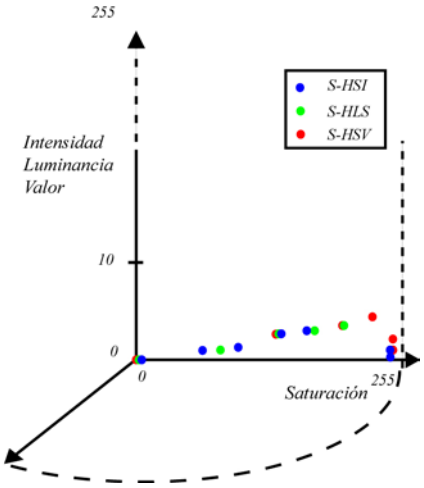
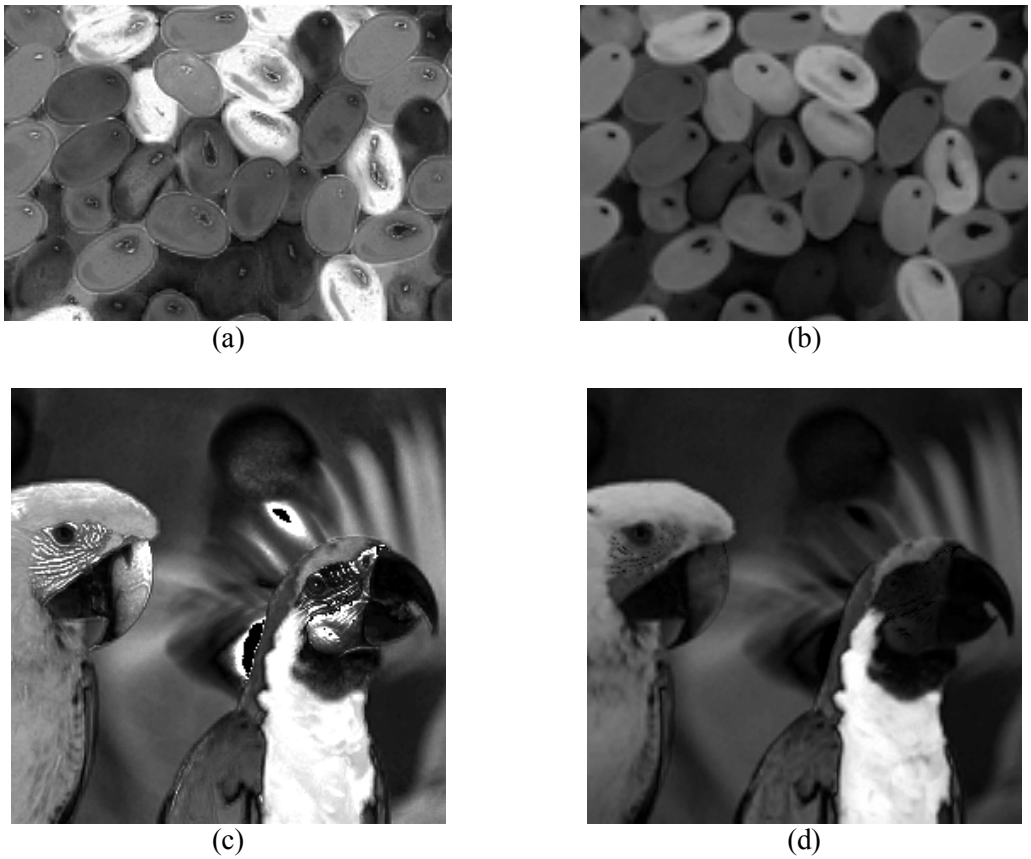


Figura 4.8. Evolución de la saturación para valores reducidos de comoponente acromática.

En vista de los resultados, se propone normalizar los valores de saturación en función de la componente acromática de intensidad, luminancia o valor. El producto normalizado entre el mapa de saturaciones y los valores *I*, *L* o *V* minimiza las discontinuidades, logrando fielmente la representación de cono en HSV o doble cono en HLS [Ortiz, 2001a], [Hanbury, 2001b]. Para el modelo general HSI se ha seguido la norma de HLS, por lo que su representación espacial será similar.

A continuación, en las figuras 4.9.a y 4.9.b se muestran los mapas de saturaciones del espacio HLS sin normalizar y normalizado, respectivamente, para la imagen 'Colour beans' de

la figura 4.5.a. Se observa como el mapa inicial es inestable, principalmente en el borde de los objetos (luminancia baja) y en los brillos o reflejos presentes sobre ellos (luminancia alta). El canal normalizado suaviza la representación de los objetos, reduciendo las discontinuidades e identificando claramente las zonas acromáticas. El canal de saturaciones (figura 4.9.c) de la imagen 'Parrots' (figura 4.7.a) también mejora cuando es normalizado (figura 4.9.d), suavizando la representación de la imagen original.



(a) (b) (c) (d)

Figura 4.9. Mapas de saturaciones originales (a,c) y normalizados (b,d) de las imágenes de 'Colour beans' y 'Parrots', respectivamente.

4.3 Aproximación marginal

Como se comentó anteriormente, el tratamiento marginal de imágenes en color consiste en procesar cada canal de la imagen por separado. La figura 4.10 ilustra este concepto. La imagen se divide en canales individuales, se opera con el mismo criterio en cada uno de ellos para luego componer y unir los resultados [Ortiz, 1998], [Chanussot, 1998a], [Lambert, 1999].

En la definición de las operaciones morfológicas para tratamiento marginal no se observan cambios significativos con respecto al caso de escala de grises. Una erosión se representa como:

$$\varepsilon_Y(f_i)(x,y) = \min_{(s,t)\in Y} f_i(x+s, y+t) \tag{4.6}$$

donde el único detalle aparece en la elección de la función f en la que operar, $i \in [1,2,3]$. Veamos el efecto de la erosión en color, efectuada mediante tratamiento marginal para la imagen de la figura 4.11.a. Todos los canales son erosionados con un elemento estructurante plano de tamaño 3x3.

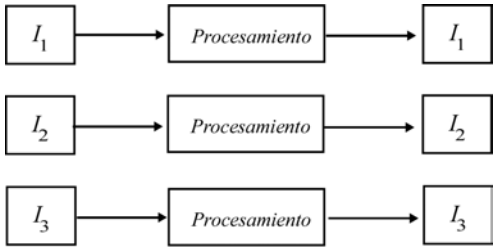


Figura 4.10. Esquema de procesamiento marginal para tres canales de información independientes.

(a) (b)

Figura 4.11.Erosión de una imagen en color mediante procesamiento marginal de canales RGB. Elemento estructurante de tamaño 3x3. (a) Imagen original. (b) Imagen erosionada.

A primera vista, los resultados observados son bastante coherentes con el significado de la operación morfológica efectuada. Se aprecia una perdida de valor de la señal cromática en su conjunto. La imagen parece más oscura. Sin embargo, si se efectúa una operación de *zoom* en una zona determinada de las imágenes original y procesada, se observa como han aparecido nuevas cromaticidades inexistentes en la imagen original (figura 4.12).

El efecto de nuevas cromaticidades, fenómeno conocido como falsos colores, se debe al procesamiento individual de cada canal de información, lo que provoca, en algunos casos, la descomposición de los píxels en la imagen. Se puede observar numéricamente este efecto. En la figura 4.13.a se muestra una sección de la imagen original en representación de pixels RGB. El píxel central de la sección posee un matiz azulado, definido en componentes RGB=(51,102,153). La erosión (figura 4.13.b) produce una nueva composición de valores en el píxel central (51,102,51) que no está presente en el entorno de vecindad. Visualmente, el píxel adquiere un matiz verdoso.

(a) (b)

Figura 4.12. Detalle de la erosión de una imagen en color mediante procesamiento marginal. (a) Zoom de la imagen original. (b) Zoom de la operación de erosión, aparición de nuevas cromaticidades.

	x1			x2			x3		
	R	G	B	R	G	B	R	G	B
y3	204	153	51	204	153	51	204	153	153
y2	255	204	51	51	102	153	204	153	153
y1	153	153	153	51	102	153	153	160	153

(a)

	x1			x2			x3		
	R	G	B	R	G	B	R	G	B
y3	204	153	51	204	153	51	204	153	153
y2	255	204	51	51	102	51	204	153	153
y1	153	153	153	51	102	153	153	160	153

(b)

Figura 4.13. Detalle numérico del efecto de falsos colores en procesamiento marginal de datos. (a) Sección numérica de la imagen en color. (b) Sección numérica de la imagen erosionada.

La operación de dilatación no escapa a la aparición de falsos colores. La dilatación marginal de una imagen en color queda definida por:

$$\delta_Y(f_i)(x) = \max_{(s,t)\in Y} f_i(x-s, y-t) \tag{4.7}$$

donde $i \in [1,2,3]$. La dilatación marginal de la imagen de la imagen 'Globos' (figura 4.11.a) se muestra en la figura 4.14. La dilatación produce un aumento en el valor de la señal cromática en su conjunto. La imagen parece más clara o luminosa. Sin embargo, un análisis más detallado refleja los desagradables efectos presentes en la erosión, los falsos colores.

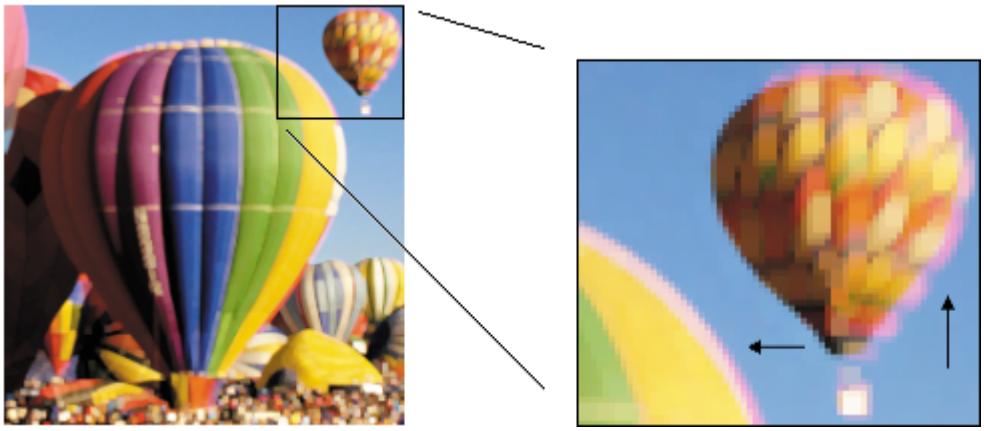


Figura 4.14. Detalle de la dilatación marginal. Efecto de los falsos colores presente, al aparecer cromaticidades magentas inexistentes en la imagen original.

El efecto de la descomposición cromática de pixels no es exclusivo del espacio de color RGB. El procesamiento marginal sobre una base YIQ, L*a*b* o HSI posee, a priori, el mismo inconveniente. La única ventaja de los modelos anteriores, respecto a RGB, es que codifican la luminancia en una componente. Si sólo se procesa esta señal la imagen resultado no variará la composición espectral original. Esta técnica es empleada en [González, 1993]. Asimismo, para morfología matemática en [Lambert, 1999] se propone, como alternativa a RGB, el procesamiento marginal sobre HSI, operando únicamente con la intensidad, permaneciendo siempre intacto el valor de matiz de los pixels. La descomposición del píxel sigue existiendo, lo que sucede es que no se aprecian cambios espectrales en la imagen, pues sólo la intensidad varía de posición bajo el entorno de vecindad definido por la forma del elemento estructurante. El esquema de este método de procesamiento marginal se muestra en la figura 4.15.

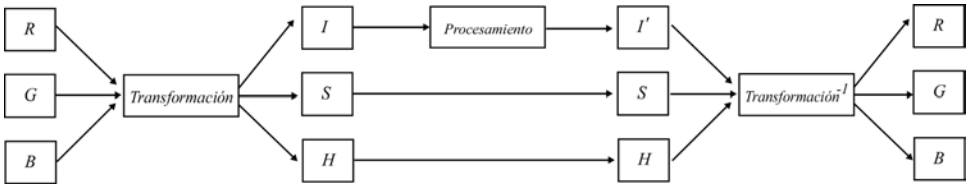


Figura 4.15. Ejemplo de procesamiento marginal para evitar la aparición de los falsos colores.

Se puede concluir afirmando que la aproximación marginal no es, en general, un método satisfactorio para la extensión de morfología clásica a imágenes cromáticas. El fácilmente deducible que el resto de operaciones morfológicas en procesamiento marginal son afectadas igual e incluso mayormente por el efecto de los falsos colores, al ser composición de operaciones básicas.

4.4 Aproximación vectorial

4.4.1 Nociones básicas

Para evitar los inconvenientes anteriores es preciso considerar y tratar cada píxel como un vector de componentes indivisibles. El problema surge en la ausencia de orden natural de los pixels vectoriales, sea cual sea el número de componentes que posean. Será necesario adaptar diferentes estrategias de ordenamiento multidimensional a los modelos cromáticos RGB, YIQ, HLS... con los que se traten las imágenes. Si esto es posible, el procesamiento morfológico de la imagen se efectuará de forma vectorial, tal y como se ilustra en la figura 4.16.

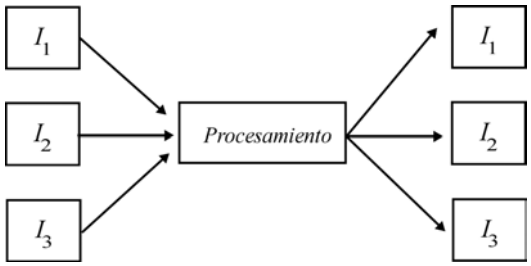


Figura 4.16. Esquema de procesamiento vectorial para tres canales de información independientes.

La ordenación de datos multidimensionales no es una tarea sencilla. A modo de ejemplo, la ordenación de los pixels de una imagen de tres componentes de color, como puede ser RGB, en donde cada elemento se codifica con 256 niveles, tendrá que considerar 256^3=16777216 etiquetas de color diferentes. Habrá que definir una función de orden que, sobre una base Z^n, proyecte un índice de orden en el espacio Z [Chanussot, 1998b]. En imágenes, n=3:

$$o : \mathrm{Z}^3 \to \mathrm{Z} \tag{4.8}$$

Se notarán los elementos vectoriales de un conjunto en negrita, de forma que:

$$\forall(\mathbf{p},\mathbf{q}) \in \mathrm{Z}^3 \quad \mathbf{p} \le \mathbf{q} \Leftrightarrow o(\mathbf{p}) \le o(\mathbf{q}) \tag{4.9}$$

El primer punto a desarrollar es definir el concepto de relación de orden vectorial para diferenciarlas de las relaciones de preorden.

Definición 4.1. Una relación de orden '≤' en un conjunto X^n es una relación binaria que es:

- Reflexiva: $\mathbf{p} \le \mathbf{p}$, $\forall \mathbf{p} \in X^n$. (4.10)
- Transitiva: $\mathbf{p} \le \mathbf{q}$ y $\mathbf{q} \le \mathbf{r} \Rightarrow \mathbf{p} \le \mathbf{r}$, $\forall(\mathbf{p},\mathbf{q},\mathbf{r}) \in X^n$. (4.11)
- Antisimétrica: $\mathbf{p} \le \mathbf{q}$ y $\mathbf{q} \le \mathbf{p} \Rightarrow \mathbf{p} = \mathbf{q}$, $\forall(\mathbf{p},\mathbf{q}) \in X^n$. (4.12)

Una relación binaria en el conjunto X que sólo sea reflexiva y transitiva no podrá conocerse como relación de orden, sino de preorden. Esta consideración será importante en

morfología matemática, pues la ausencia de la propiedad antisimétrica no asegura, en teoría, la unicidad de ínfimo y supremo del retículo completo.

A fin de evitar encontrar dos vectores diferentes con el mismo índice de orden será preferible el empleo de verdaderas relaciones de orden, frente a las de preorden. En las relaciones de orden, la función *o* es biyectiva. Nótese la diferencia entre una aplicación inyectiva (figura 4.17.a), suprayectiva (figura 4.17.b) o biyectiva (figura 4.17.c). Una relación biyectiva es aquella que es inyectiva y suprayectiva. Con ello, se asegura que todo elemento imagen se corresponde con un único elemento origen, es decir, que a cada píxel vectorial le corresponde un único índice de orden y viceversa.

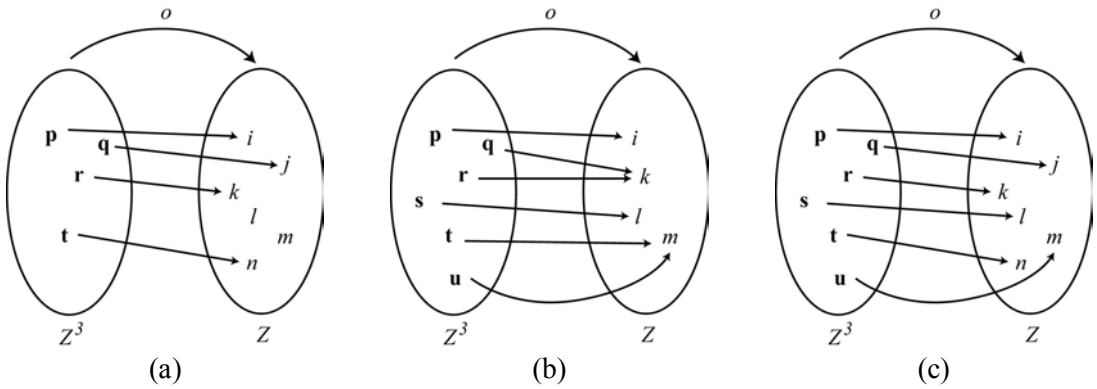


Figura 4.17. Relaciónes de orden inyectiva, suprayectiva y biyectiva.

Si la función de orden definida es biyectiva se asegura la unicidad de ínfimo y supremo, pues existe la función inversa tal que:

$$Infimo = o^{-1}\left[\min(o(\mathbf{x}))\right] \quad \forall \mathbf{x} \in Z^3 \tag{4.13}$$

$$Supremo = o^{-1}\left[\max(o(\mathbf{x}))\right] \quad \forall \mathbf{x} \in Z^3 \tag{4.14}$$

Otra consideración a tener en cuenta en el momento de definir una relación de orden es determinar si ésta es total o parcial. Una relación de orden '$\leq$' en un conjunto X^n es total si dos vectores cualesquiera de X^n son siempre comparables:

$$\forall(\mathbf{p},\mathbf{q}) \in X^n : \quad \mathbf{p} \leq \mathbf{q}, \quad \mathbf{q} \leq \mathbf{p}, \quad \mathbf{p} = \mathbf{q} \tag{4.15}$$

En caso contrario el orden es parcial, definido como tal en el conjunto X^n si existen al menos dos vectores que no son comparables:

$$\exists(\mathbf{p},\mathbf{q}) \in X^n \mid \quad ni \quad \mathbf{p} \leq \mathbf{q}, \quad ni \quad \mathbf{q} \leq \mathbf{p} \tag{4.16}$$

La definición de operaciones morfológicas vectoriales debe amoldarse a los datos sobre los que operar: vectores. En morfología a color el elemento estructurante a emplear es plano, por lo que las operaciones básicas se limitan a minimizaciones (erosión) y maximizaciones

(dilatación) espaciales en función del orden *o* definido previamente. Notaremos la erosión vectorial como ε_v.

$$\varepsilon_{vY}(f)(x,y) = \min_{\substack{o \\ (s,t)\in Y}} f(x+s, y+t) \tag{4.17}$$

La dilatación vectorial se identificará por δ_v y se definirá de forma dual a la erosión:

$$\delta_{vY}(f)(x,y) = \max_{\substack{o \\ (s,t)\in Y}} f(x-s, y-t) \tag{4.18}$$

En el procesamiento de imágenes en color, la transformación del mapa base RGB a otro más tratable, como puede ser YIQ, L*a*b* o HSI, requiere la posterior recuperación a RGB. Las operaciones de conversión producen ya de por si la alteración de la imagen original. En las investigaciones que aquí se presentan se ha empleado un esquema de procesamiento morfológico vectorial que realiza las operaciones directamente sobre RGB pero que emplea información de orden procedente de otros modelos o del propio espacio RGB. La figura 4.18 ilustra el método de procesamiento. Un esquema de actuación similar se discute en [Talbot, 1998], en donde una tabla indexada de índices mantiene ordenado en todo momento el conjunto de pixels cromáticos.

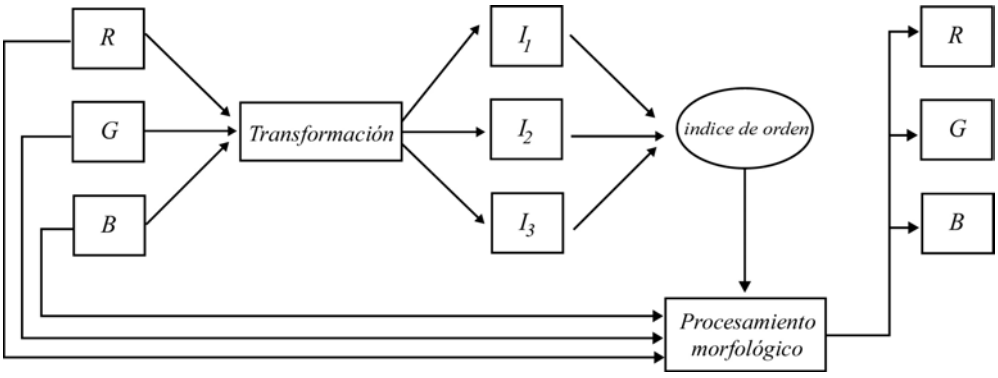


Figura 4.18. Esquema de procesamiento vectorial para morfología matemática en color.

4.4.2 Métodos de ordenación vectorial

A continuación, se analizarán diferentes estrategias de ordenación vectorial para procesamiento morfológico. En [Barnett, 1976] se definen estas estrategias. Cada una de ellas se caracterizará por ser definida como preorden, orden, total o parcial. En procesamiento cromático, como es el caso de los filtros de mediana, estas estrategias han sido empleadas con éxito [Pitas, 1991].

Orden por una componente

La ordenación vectorial mediante una componente es, quizás, la aproximación vectorial más sencilla. Consiste en ordenar vectores atendiendo al valor de una única componente, previamente definida como fuente del orden. El orden en este caso se reduce a una comparación

escalar. Se deduce que este tipo de relación no es antisimétrica, por lo que se definirá formalmente como un preorden *o* tal que:

$$\forall(\mathbf{p}=(x,y,z),\mathbf{q}=(x',y',z'))\in Z^3 \quad \mathbf{p}\le\mathbf{q}\Leftrightarrow x\le x' \tag{4.19}$$

donde *x* e *x'* se corresponden con la componente del vector elegida como escalar que define el índice de orden para el vector.

En teoría, los preordenes no garantizan la unicidad de ínfimo o supremo. Por la no biyectividad de la función de preorden *o*, la inversa de un índice de orden no es única. Por ejemplo, en el caso de procesamiento vectorial sobre una base cromática RGB y orden por componente R, los pixels (234,12,18) y (234,128,45) poseen el mismo índice de orden 234, cuando no son iguales. En la práctica, un criterio geométrico resuelve el problema de la unicidad de ínfimo y supremo. [Comer, 1998] elige como supremo, en una dilatación vectorial, aquel píxel más cercano al origen del elemento estructurante. El mismo criterio se sigue para encontrar el ínfimo de la erosión vectorial. En las investigaciones que aquí se presentan se emplea este mismo método, pues la alternativa, que es tomar el primer o el último máximo como supremo (en el caso de la dilatación) o el primer o último mínimo como ínfimo (en el caso de la erosión) provoca mayores movimientos de pixels en la imagen, totalmente innecesarios. Sólo en el caso en el que existan varios candidatos a ser mínimo local (erosión) o máximo local (dilatación), por estar a la misma distancia geométrica respecto al centro del elemento estructurante, se elige el primero que se seleccionó. El recorrido que se sigue en el estudio de la ventana de vecindad definida por el elemento estructurante se ilustra en la figura 4.19.

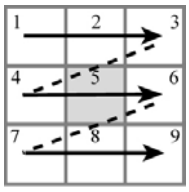


Figura 4.19. Recorrido dentro del elemento estructurante de tamaño 3x3.

Por la propia definición del preorden por un elemento, es deducible el privilegio de la componente que se elige como fuente de orden. Para el modelo de color RGB no parece clara la ventaja de una componente cromática frente a otra, salvo en imágenes o aplicaciones concretas que presenten un claro matiz identificador de los objetos. Cuando se emplea información de la base HSI, YIQ o L*a*b*, si parece lógico el empleo de la componente que ofrece mejor definición de las escenas en la imagen, la intensidad o luminancia. En [Pei, 1991] se propone precisamente el empleo del mapa de luminancias como fuente de orden. Nótese la diferencia entre este método de procesamiento vectorial por una componente, respecto al método marginal presentado en [Lambert, 1999]. En procesamiento vectorial el píxel elegido como ínfimo o supremo (según el valor de luminancia) sustituye enteramente al valor presente bajo el origen del elemento estructurante. En procesamiento marginal sólo la luminancia mínima o máxima (erosión o dilatación) sustituye a la luminancia del centro del elemento estructurante. La figura

4.20 muestra la diferencia numérica entre ambos métodos. Para una sección de una imagen en color, representada en valores ISH de intensidad, saturación y distancia de matiz (figura 4.20.a) en la erosión, con elemento estructurante plano de tamaño 3x3, el método marginal sólo desplaza la intensidad del vector ($x3,y3$) al origen del elemento estructurante, pues sólo esta señal se está procesando (figura 4.20.b). Sin embargo, en la figura 4.20.c se observa como en la erosión vectorial el píxel ($x3,y3$) sustituye por completo al presente en la coordenada ($x2,y2$), (método vectorial).

	x1			x2			x3		
	I	S	d(H)	I	S	d(H)	I	S	d(H)
y3	120	153	51	121	153	51	132	153	153
y2	23	167	57	23	168	61	17	134	153
y1	24	198	153	19	199	153	15	165	153

(a)

	x1			x2			x3		
	I	S	d(H)	I	S	d(H)	I	S	d(H)
y3	120	153	51	121	153	51	132	153	153
y2	23	167	57	15	168	61	17	134	153
y1	24	198	153	19	199	153	15	165	153

(b)

	x1			x2			x3		
	I	S	d(H)	I	S	d(H)	I	S	d(H)
y3	120	153	51	121	153	51	132	153	153
y2	23	167	57	15	165	153	17	134	153
y1	24	198	153	19	199	153	15	165	153

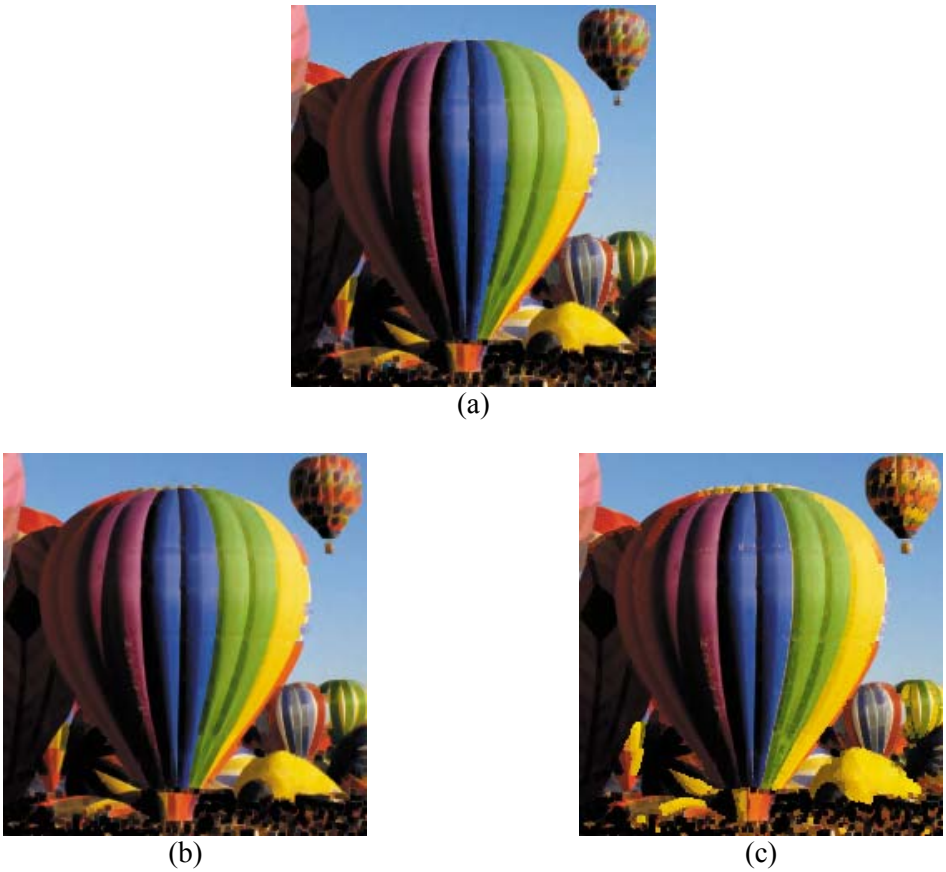
(c)

Figura 4.20. Estrategias de procesamiento morfológico marginal y vectorial, basadas en el uso de la componente de intensidad para una operación de erosión (a). Ventana 3x3 de pixels en representación I-S-d(H). (b) Aproximación marginal. (c) Aproximación vectorial.

A continuación, se ofrecen los resultados de procesamiento vectorial mediante preorden por una componente sobre la base RGB para la imagen original de 'Globos' (figura 4.11.a). El elemento estructurante empleado es plano y de tamaño 3x3. Se muestran las erosiones vectoriales mediante preorden por componente roja, verde y azul en las figuras 4.21.a, 4.21.b y 4.21.c, respectivamente. Visualmente, los resultados obtenidos son bastante similares, si bien se observan ciertas particularidades, como que, en el procesamiento por componente roja, las tonalidades verdosas afianzan su presencia en la imagen. Por el contrario, en procesamiento por componente verde son los elementos de matiz rojizo los que amplían su definición. Por último, en la erosión por matiz azul los objetos amarillos aumentan su tamaño. La explicación a este fenómeno es sencilla, pues por la dualidad de operadores básicos, la erosión de un elemento es equivalente a la dilatación del complementario. Los colores opuestos al rojo, verde y azul son el cyan, magenta y amarillo, respectivamente, que son los que realmente progresan en las erosiones anteriores. Los histogramas de luminancias de la figura 4.22 detallan como la erosión vectorial oscurece la imagen, sea cual sea la señal que gobierna la ordenación de pixels.

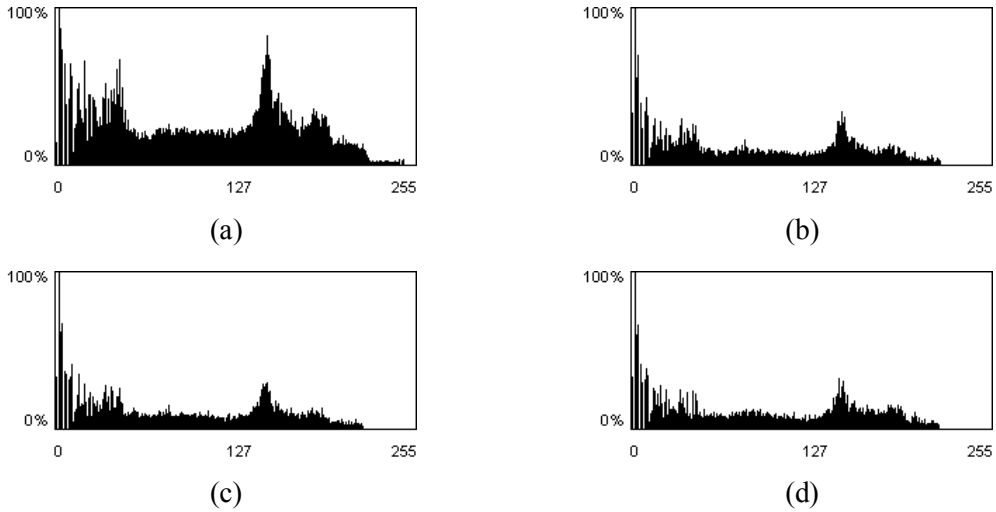
Tal y como se citó anteriormente, con el modelo de color RGB y en escenas visuales con multitud de cromaticidades, la elección de un determinado canal de color frente a otro es prácticamente aleatoria, pues los tres poseen la misma definición de la imagen original. Si en el análisis de componentes de color de la imagen no se observan privilegios de un primario sobre

otro es recomendable efectuar la operación morfológica sobre otra base cromática, por ejemplo YIQ, L*a*b* ó HSI, donde la luminancia o intensidad es el canal elegido como fuente de orden.



(a) (b) (c)

Figura 4.21. Erosión vectorial mediante preorden por una componente. (a) Erosión dirigida por canal *R*. (b) Erosión dirigida por canal *G*. (c) Erosión dirigida por canal *B*.



(a) (b) (c) (d)

Figura 4.22. Histograma de intensidades luminosas para: imagen original (a) e imágenes erosionadas por componente roja (b), verde (c) y azul (d).

El resultado de la erosión vectorial sobre HSI mediante preorden con componente de intensidad o_I se visualiza en la figura 4.23. El histograma de intensidades luminosas de la imagen erosionada no varía significativamente de los presentes en la figura 4.24.

(a)

Figura 4.23. Procesamiento morfológico por preorden de intensidad. Imagen erosionada.

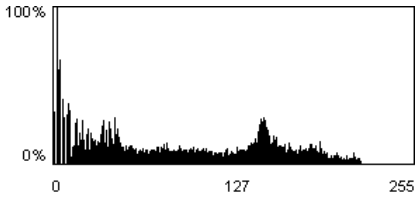


Figura 4.24. Histograma de intensidad luminosa para la imagen erosionada con preorden de intensidad.

En la figura 4.25 se ilustra en detalle el proceso de erosión vectorial de la imagen original, con preorden de señal *R*, realizada bajo la definición de un elemento estructurante de tamaño 3x3. En la operación de minimización espacial, hasta tres pixels, de los nueve presentes, llegan a ser seleccionados, provisionalmente, como mínimos (sombreado), finalmente se selecciona el último de ellos por ser el menor de todos (figura 4.25.a). En la dilatación (figura 4.25.b) se llegan a seleccionar dos máximos, siendo el último el mayor y el elegido.

	x1			x2			x3		
	R	G	B	R	G	B	R	G	B
y3	234	45	51	211	93	81	122	153	153
y2	233	45	57	224	68	61	117	134	153
y1	235	43	51	233	49	63	198	78	78

(a)

	x1			x2			x3		
	R	G	B	R	G	B	R	G	B
y3	234	45	51	211	93	81	122	153	153
y2	233	45	57	224	68	61	117	134	153
y1	235	43	51	233	49	63	198	78	78

(b)

Figura 4.25. Detalle de minimización vectorial (a) y maximización vectorial (b) para preorden o_R .

A continuación y como un estudio novedoso de esta Tesis Doctoral, se procede a realizar un estudio sobre el éxito de las comparaciones en los retículos, por el operador morfológico (tabla 4.2). El porcentaje (%) de ínfimos seleccionados por número de

comparaciones, para tamaños crecientes de elementos estructurantes, en la erosión vectorial (tabla 4.2.a) presenta un comportamiento similar para las cuatro señales. Se trata de detectar cuantos pixels bajo el elemento estructurante pudieron ser seleccionados como candidatos a ser mínimo o máximo local, en la erosión vectorial o dilatación vectorial, respectivamente. Los resultados para la dilatación se muestran en la tabla 4.2.b.

En el porcentaje de selección de nuevos ínfimos o supremos se reduce según aumenta el tamaño del elemento estructurante, ya que, en general, el retículo mayor no garantiza la selección de mejores cotas inferiores, pero si aumenta el número de comparaciones (figura 4.26.a). En la dilatación vectorial (figura 4.26.b), el porcentaje de selección de nuevos supremos se inicia en un 30%, para ir disminuyendo, según el tamaño del elemento estructurante. Se puede observar como la información de orden presente en los canales RGB o la información de intensidad, en una imagen con múltiples cromaticidades, tiene un comportamiento bastante similar, con lo que la elección de un preorden frente a otro es, a priori, arbitraria.

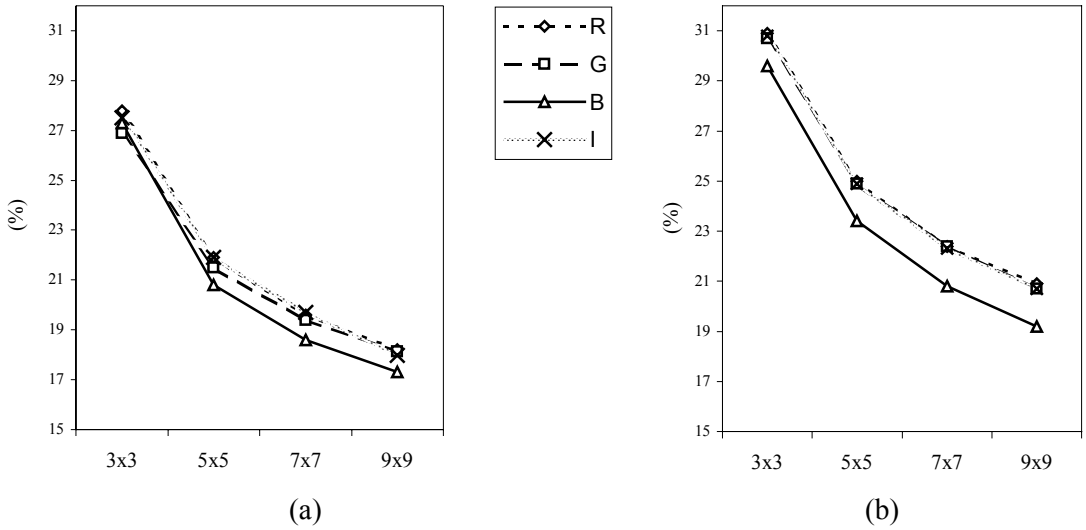
EE	**R**	**G**	**B**	**I**
3X3	27,8	26,9	27,3	27,5
5X5	21,9	21,5	20,8	21,9
7X7	19,6	19,4	18,6	19,7
9X9	18,2	18,2	17,3	18,4

(a)

EE	**R**	**G**	**B**	**I**
3X3	30,9	30,7	29,6	30,8
5X5	25,0	24,9	23,4	24,9
7X7	22,4	22,4	20,8	22,3
9X9	20,9	21,0	19,2	19,5

(b)

Tabla 4.2. Porcentajes (%) de selección de mejores cotas inferiores (a) en erosión vectorial y mejores cotas superiores (b) en dilatación vectorial, para retículos definidos por EE crecientes.



(a) (b)

Figura 4.26. Evolución de los porcentajes de nuevos ínfimos (a) y supremos (b) seleccionados, por tamaño creciente de elemento estructurante empleado en el preorden de *R*, *G*, *B* e *I*.

Preorden por distancia de matiz

En esta Tesis Doctoral se emplea la ordenación del matiz definida por Hanbury y Serra en [Hanbury, 2001a] para crear un preorden en base a la distancia angular con el matiz de referencia. Se realiza, seguidamente, un estudio sobre la erosión y dilatación vectorial de una imagen sintética por preorden de matiz (distancia de matiz). La representación en modulo 2π permite el establecimiento manual de ínfimos en el dominio del matiz. Se observa en la figura 4.27 la imagen sintética original a procesar vectorialmente.

Las figuras 4.28.a, 4.28.b y 4.28.c muestran el establecimiento manual de ínfimos en el círculo de matices en 30º, 135º y 225º, respectivamente. El cambio de los ínfimos modifica la función de distancia de matiz, fuente del preorden, tal y como puede observarse en las figuras 4.29.a, 4,29.b y 4.29.c.

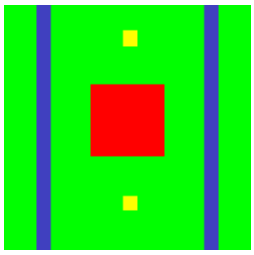
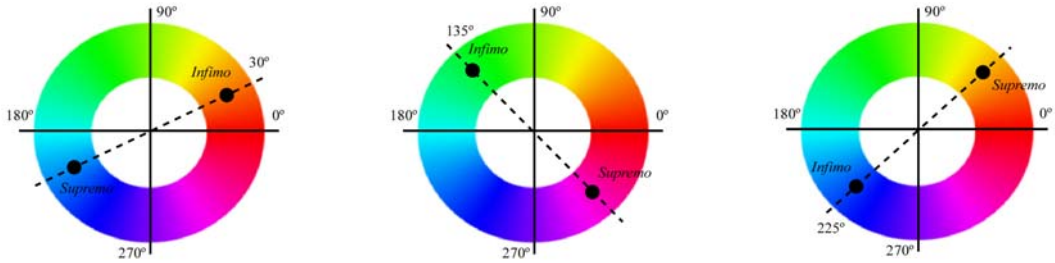
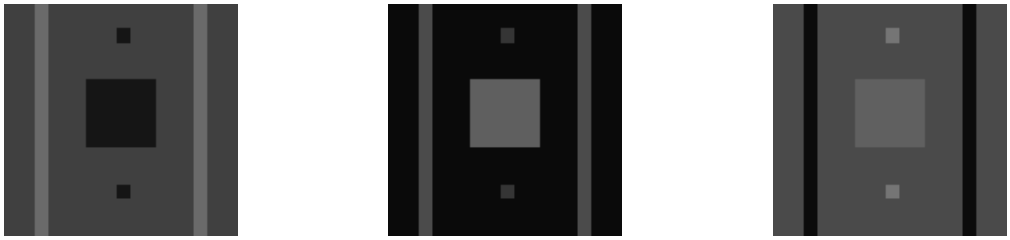


Figura 4.27. Imagen sintética.



(a) (b) (c)

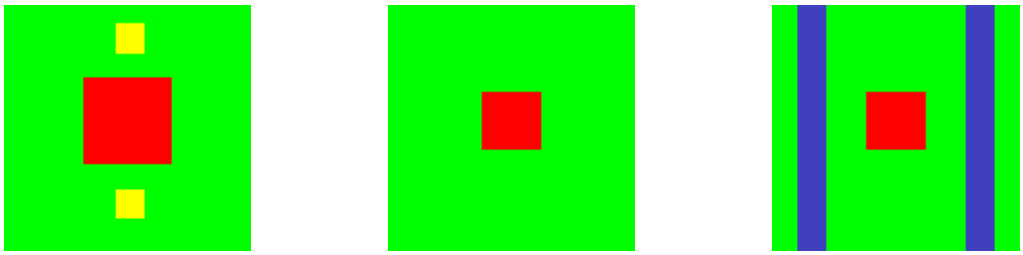
Figura 4.28. Círculos matiz con diferente ínfimo. (a) Matiz de referencia en 30º. (b) Matiz de referencia en 135º. (c) Matiz de referencia en 225º.



(a) (b) (c)

Figura 4.29. Mapa de distancias de matiz con respecto a matiz de referencia situado en 30º (a), 135º (b) y 225º (c).

La operación morfológica efectuada con elemento estructurante plano y de tamaño 9x9 (EE 9x9) sobre la representación RGB y con información de preorden de distancia de matiz varía en función de la modificación experimentada por los mapas de distancias, así, en la figura 4.30.a, la erosión vectorial provoca el aumento de definición de los objetos de matiz amarillo y matiz rojo, pues su distancia a 30º (ínfimo) es menor que la que presenta el objeto de matiz verde. La distancia de matiz del objeto verde es menor que la del objeto azul, por lo que éste último es erosionado, de tal suerte que desaparece. La selección del ínfimo en 135º (matiz verde) produce, en la erosión, la misma desaparición del objeto azul, ya que presenta una distancia mayor que el verde. La distancia de matiz del rojo también es mayor que la presenta el verde y, en consecuencia, el objeto reduce su definición en la imagen. La reducción sufrida por los objetos amarillos (por el mismo motivo anterior) provoca su desaparición (figura 4.30.b). En la última erosión (figura 4.30.c) se ilustra como la selección del matiz azul, como matiz de referencia, logra la atenuación del objeto verde frente a los azules, la eliminación de los amarillos y la reducción del rojo.

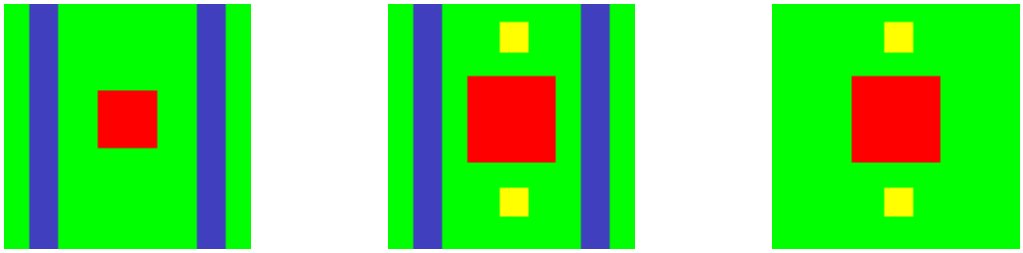


(a) (b) (c)

Figura 4.30. Erosión vectorial por preorden de distancia de matiz. (a) Erosión con matiz de referencia situado en 30º. (b) Erosión con matiz de referencia en 135º. (c) Erosión con matiz de referencia en 225º.

En la operación de dilatación se pretende la maximización (tendencia hacia el supremo) de las distancias presentes bajo el dominio de definición del elemento estructurante elegido, en este caso, una ventana de 9x9 pixels. En la figura 4.31.a, la tendencia hacia el supremo (un matiz azulado) hace que el objeto de similar matiz desplace al verde y éste, al rojo y amarillos, pues ambos están cercanos al ínfimo de 30º. La selección del ínfimo en 135º produce, en la dilatación, la atenuación del objeto verde por todos los demás (figura 4.31.b). Finalmente, en la figura 4.31.c se aprecia la desaparición del objeto azul al ser el seleccionado como matiz de referencia. El estudio sobre la selección de ínfimos y supremos reduce el porcentaje menos del 15%, ya que la imagen empleada en el experimento es totalmente sintética y presenta una alta homogeneidad de valores.

El procesamiento morfológico realizado con la información del mapa de distancias de matiz puede entenderse como un preorden por medida de distancia. Realmente se trabaja con una componente ya dada como distancia y ésta no se calcula, por lo que se ha preferido clasificar dentro de orden por una componente. A continuación se estudiarán detenidamente los preordenes por medida de distancia.



(a) (b) (c)

Figura 4.31. Dilatación vectorial por preorden de distancia de matiz. (a) Dilatación con matiz de referencia situado en 30º. (b) Dilatación con matiz de referencia en 135º. (c) Dilatación con matiz de referencia en 225º.

Orden por medida de distancia

Este método de orden se basa en el cálculo de una distancia a un píxel de referencia, previamente definido. En la mayoría de los casos el píxel de referencia es la coordenada de color negro, (0,0,0) en RGB. [Comer, 1998] emplea la norma euclídea como método de ordenación de pixels sobre la base RGB, de esta manera:

$$\mathbf{p} \le \mathbf{q} \Leftrightarrow \sqrt{p(R)^2 + p(G)^2 + p(B)^2} \le \sqrt{q(R)^2 + q(G)^2 + q(B)^2} \qquad (4.20)$$

El método de la distancia es un preorden, pues es evidente que la reducción a un escalar por medida de distancia (euclídea, por ejemplo) no produce escalares únicos por cada vector. La figura 4.32 refleja esta circunstancia. En el modelo RGB, la flecha de igual color que parte del origen hacia diferentes coordenadas representa una medida idéntica de distancia (figura 4.32.a). En el modelo L*a*b* existe una medida de distancia definida, respecto al origen L=0, a=0 y b=0, como $\Delta E = \sqrt{L^{*2} + a^{*2} + b^{*2}}$ y que es muy utilizada, por otra parte, en evaluación de la calidad de la reproducción en color, o en técnicas de compresión de imágenes en color [Deknuydt, 1992], [Tremeau, 1998]. En la figura 4.32.b se observa como esta distancia ΔE es la misma para cuatro puntos diferentes del espacio L*a*b*.

Los valores de las distancias anteriores, respecto a una misma codificación RGB, son diferentes, pues poseen diferente naturaleza. En la figura 4.33.a se muestra una ventana de tamaño 3x3 de una zona de la imagen de 'Lenna'. A partir de la codificación RGB se han calculado las distancias, euclídea (figura 4.33.b), sobre la misma base RGB y ΔE (figura 4.33.c), sobre la representación L*a*b*. Se ilustra, en sombreado, que la erosión que emplea como fuente de preorden el valor de la distancia euclídea de RGB elige, finalmente como mínimo local, el píxel de coordenada (x2,y1), descartando el (x2,y3), que había sido seleccionado previamente. En la erosión con preorden de ΔE se selecciona como mínimo local el píxel (x2,y3), pues, aunque existen dos mínimos más, el criterio es elegir el que geométricamente está más cerca del origen del elemento estructurante y en caso de duda, el primero seleccionado como mínimo. El resultado de la erosión es diferente.

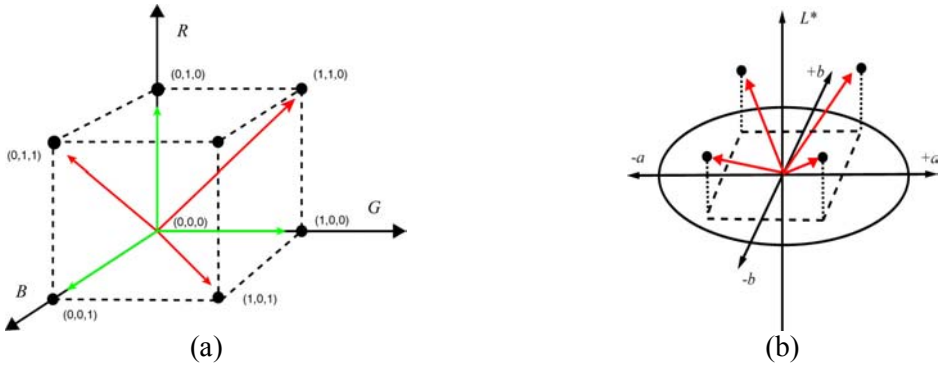


Figura 4.32. Medida de distancia para espacios de color RGB (a) y L*a*b* (b).

	x1			x2			x3		
	R	G	B	R	G	B	R	G	B
y3	171	131	178	171	131	167	175	175	200
y2	171	161	168	181	166	200	182	166	200
y1	171	132	167	171	133	161	183	165	188

(a)

	x1	x2	x3
y3	63	61	72
y2	64	71	71
y1	62	60	70

(b)

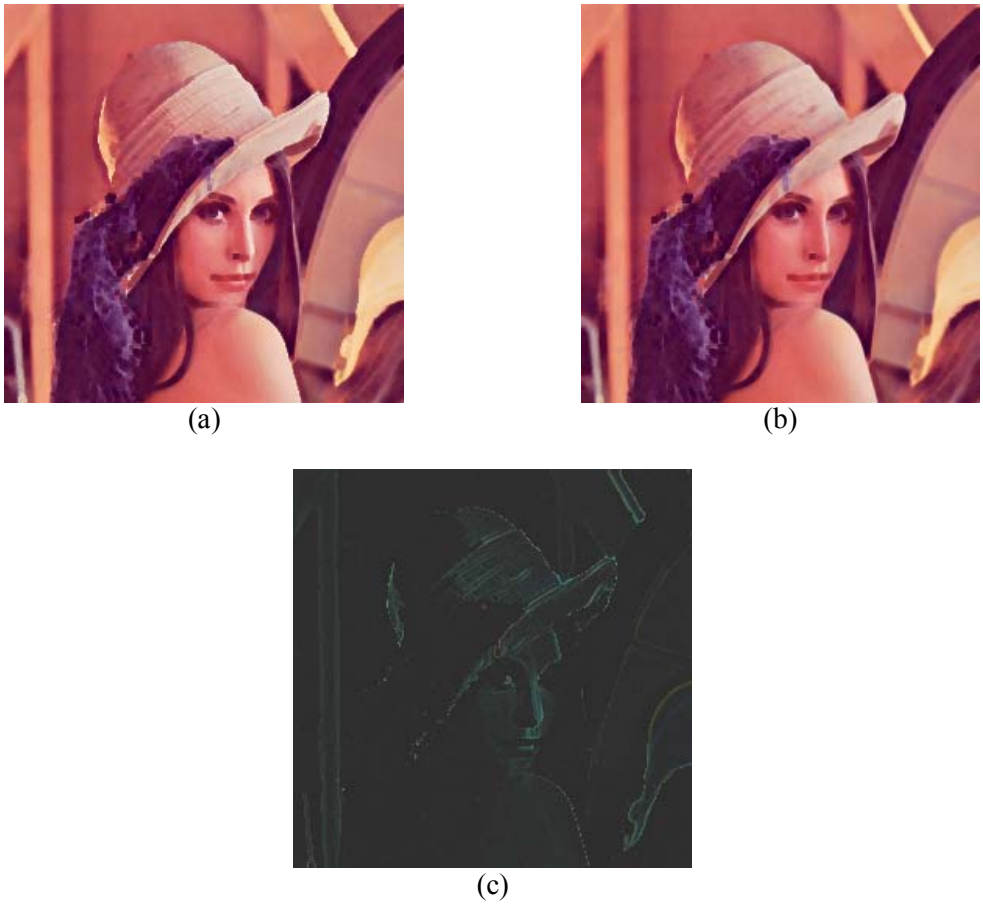
	x1	x2	x3
y3	67	65	75
y2	68	74	74
y1	65	65	72

(c)

Figura 4.33. Valores de distancia para un detalle de la imagen 'Lenna'. (a) Ventana 3x3. (b) Distancia euclídea sobre RGB. (c) Distancia ΔE sobre L*a*b*.

Un ejemplo de procesamiento vectorial mediante preorden por medida de distancia se muestra en la siguiente figura. Se ofrece en la figura 4.34.a el resultado de la erosión vectorial realizada a la imagen 'Lenna' por un elemento estructurante de tamaño 3x3, empleando la información de preorden ofrecida por la distancia euclídea sobre la base RGB. En figura 4.34.b se presenta la imagen erosionada por valor de distancia de color ΔE del espacio L*a*b*. El índice de orden asignado a cada píxel varía según sea la distancia empleada. Las diferencias en los valores de distancia producen las desigualdades reflejadas en la imagen diferencia de erosiones (figura 4.34.c).

Cuando se pretende extender el método de la distancia a otros modelos de color hay que tener en cuenta la particularidad de cada espacio cromático. En las investigaciones llevadas a cabo por este autor y culminadas en esta Tesis Doctoral se ha extendido el preorden por distancia de matiz al espacio HLS, publicado en [Ortiz, 2001a]. En este modelo hay que considerar que la componente de matiz es una medida de ángulo cromático, por lo que no debe sumarse a los elementos de saturación e intensidad en norma euclídea si se desea satisfacer la desigualdad triangular. El empleo de otras funciones de distancias para la extensión de la morfología a imágenes en color se detalla ampliamente en [Vertan, 1996].



(a) (b)

(c)

Figura 4.34. Erosión vectorial por medida de distancia sobre modelo RGB (a) y sobre la base L*a*b* (b). (c) Imagen diferencia entre erosiones vectoriales.

Orden canónico

En la estructura canónica, dos vectores **p** y **q** $\in Z^n$ son ordenados empleando la siguiente comparación:

$$\mathbf{p} \leq \mathbf{q} \Leftrightarrow p(i) \leq q(i) \quad \forall i \in \{1,...,n\} \tag{4.21}$$

en imágenes n=3. Notar que el orden inducido por la comparación es parcial, por ejemplo, los vectores (1,2,3) y (3,2,1) no son comparables en la estructura canónica.

En [Serra, 1993] y [Gu, 1995] se ofrece la definición y una aplicación concreta de la estructura de orden canónico para el filtrado morfológico de imágenes multiespectrales. Es evidente que el método canónico es muy rígido, pues exige que todas las componentes de un vector sean *menores que* o *mayores que* otro vector. En la figura 4.35 se ilustra el concepto de orden canónico para un espacio vectorial bidimensional. Un vector de referencia posee valor 'x' en su primer elemento y valor 'y' en el segundo. Sólo los vectores con componentes primera y segunda mayores al valor de 'x' e 'y', respectivamente, serán mayores que el vector de referencia (puntos en negro). Asimismo, los vectores cuyas componentes posean un valor menor o igual a 'x' e 'y' serán vectores menores o iguales al vector de referencia (puntos grises). Se

observa como existe una parte del espacio en donde el orden es indeterminado. Esa zona se corresponderá con los vectores no comparables con el vector de referencia (orden parcial).

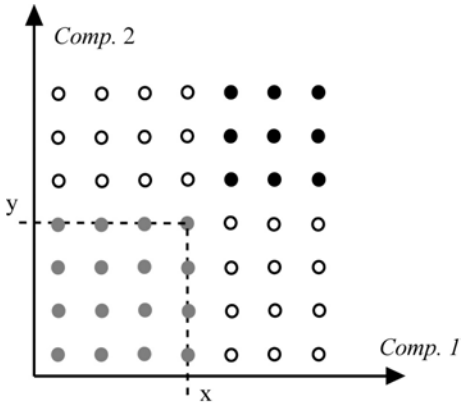


Figura 4.35. Estructura de orden canónica para vectores bidimensionales. Ambigüedad para determinadas coordenadas espaciales

La rigidez del retículo canónico se refleja en el procesamiento morfológico. Sólo los vectores con todas sus componentes *menores que* o *mayores que* serán seleccionados como ínfimos o supremos, respectivamente, en el retículo correspondiente. Un detalle en la definición del orden canónico permite observar que, cuando sólo se realiza la comparación de un elemento del vector, el método se corresponde con la ordenación por una componente, por lo que se puede afirmar que la ordenación por una componente es un caso particular de la ordenación canónica. Un orden híbrido entre ambos métodos es aquel que no considera todas las componentes. En el caso de vectores tridimensionales (RGB, HSI,...) el método híbrido selecciona solamente dos elementos para realizar la comparación. El número de los elementos a comparar entre vectores aumentará la rigidez del orden y provocará, en la práctica, menos selecciones de nuevos ínfimos (erosión) o supremos (dilatación) bajo la definición del elemento estructurante.

Como aportación de esta Tesis Doctoral se ha realizado un estudio comparativo de la erosión vectorial de una imagen cromática efectuada con un elemento estructurante plano y cuadrado de tamaño creciente 3x3, 5x5, 7x7 y 9x9. El orden vectorial se determina, por la norma canónica, empleando los modelos RGB y HSI. En el primer ejemplo de procesamiento se muestran los resultados para el modelo RGB. La figura 4.36.a ilustra la erosión vectorial por norma canónica de una componente (preorden). Se emplea el canal R como única fuente de orden. En la figura 4.36.b se presenta la erosión vectorial con ordenación canónica completa (canales R, G y B). En este caso no hay diferencias visuales significativas. Estas diferencias si se reflejan en el porcentaje de selección de ínfimos (erosión). La tabla 4.3 resume estos porcentajes para los cuatro tamaños de elementos estructurantes definidos anteriormente y para los órdenes canónicos R, RG y RGB. La grafica de la figura 4.37 visualiza la evolución de los datos. El orden más flexible es el que emplea una única componente, o_{R}, mientras que el más rígido es el que utiliza tres señales (o_{RGB}).

(a) (b)

Figura 4.36. Erosión vectorial realizada con información de preorden de señal R (a) y orden canónico de señales RGB (b).

EE	**RGB**	**RG**	**R**
3X3	22,9	25,0	31,1
5X5	17,5	19,3	24,9
7X7	15,9	17,5	22,8
9X9	15,0	16,4	21,6

Tabla 4.3. Porcentajes (%) de selección de la mejor cota inferior en la erosiones vectoriales mediante ordenación canónica de señales R, RG y RGB.

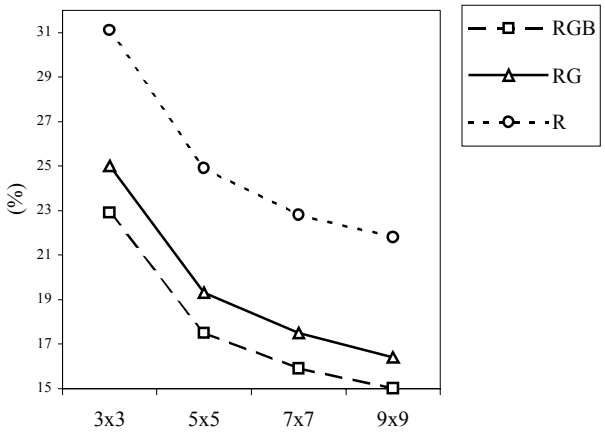


Figura 4.37. Evolución de porcentajes (%) de nuevos ínfimos seleccionados en erosión vectorial canónica R, RG y RGB.

De las investigaciones realizadas se deduce que cuando se emplea el modelo HSI como base de procesamiento se potencian las diferencias visuales entre la ordenación por una componente y la norma canónica. La erosión de la imagen de 'Colour beans' por elemento estructurante 3x3 y ordenación por intensidad o_I ofrece unos resultados visuales bastante aceptables (figura 4.38.a). La señal se ha erosionado conforme a la intuición (oscurecimiento de la imagen). La erosión por ordenación canónica o_{HSI} ofrece una imagen resultado diferente, que alberga claras discontinuidades (figura 4.38.b). Esto es debido a que, si bien la ordenación

canónica reduce el número de ínfimos seleccionados, (14,4% para EE=3x3), los que sí son elegidos son más dispares que el vector de referencia (origen del elemento estructurante). En la tabla 4.4 se resumen los datos del experimento. La diferencia en porcentajes del número de ínfimos calculados en este modelo es bastante significativa. La evolución de datos se presenta en la grafica de la figura 4.39. Según aumenta el tamaño del elemento estructurante disminuye la detección de mejores cotas inferiores.

(a) (b)

Figura 4.38. Erosión vectorial mediante orden canónico de señal I (preorden por una componte) y orden canónico de señales HSI.

EE	**HSI**	**IS**	**I**
3X3	14,4	16,8	30,6
5X5	13,6	15,4	24,1
7X7	13,3	14,9	21,9
9X9	13,0	14,5	20,4

Tabla 4.4. Porcentajes (%) de selección de la mejor cota inferior en la erosiones vectoriales mediante ordenación canónica de señales I, IS y HIS.

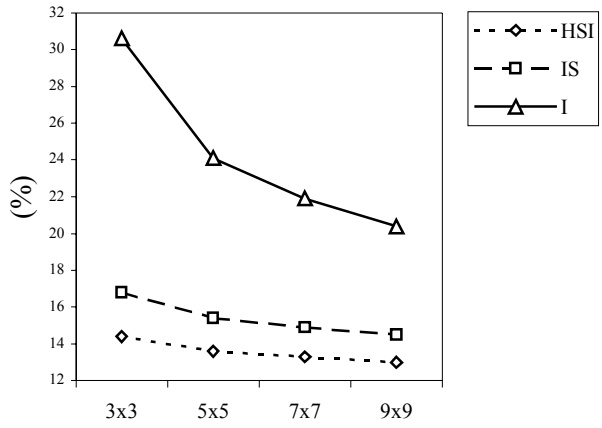


Figura 4.39. Evolución de porcentajes (%) de nuevos ínfimos seleccionados en erosión vectorial canónica I, IS y HSI.

Estrategias de orden lexicográfico

El orden lexicográfico se conoce también como de diccionario [Chanussot, 1998b], [Talbot, 1998] y se basa en la asignación de prioridades a los elementos del vector para que unos posean más peso o importancia que otros, en el momento de definir el orden. El proceso es el siguiente: el orden se determina con la componente de mayor prioridad, si los valores son iguales se pasa a comparar la siguiente componente y así sucesivamente. El orden lexicográfico es un orden total, de forma que todos los vectores son comparables. En la figura 4.40 se ilustra el concepto de orden lexicográfico para un espacio vectorial bidimensional. Según sea elegida una u otra componente como la de mayor prioridad, el orden lexicográfico resultante es diferente. En la figura 4.40.a se observa como el primer elemento es el prioritario y todos los vectores cuya primera componente sea mayor que 'x' serán mayores que el vector de referencia. Sólo en el caso en el que el primer elemento tenga el mismo valor se estudia la segunda componente, que determina el orden para un número más reducido de ocasiones. Los puntos en gris identifican el espacio *menor que,* mientras que los puntos negros agrupan el espacio *mayor* que. En la figura 4.40.b se ilustra el espacio de orden descrito cuando cambia la prioridad en las componentes del vector. Ahora, todos aquellos vectores con valor en el segundo elemento menor que 'y' son menores que el vector de referencia (puntos grises). En el caso que el valor de este elemento sea igual a 'y' se identifica con el valor de la primera componente la zona que resta por determinar que, al igual que el caso anterior ya es muy reducida.

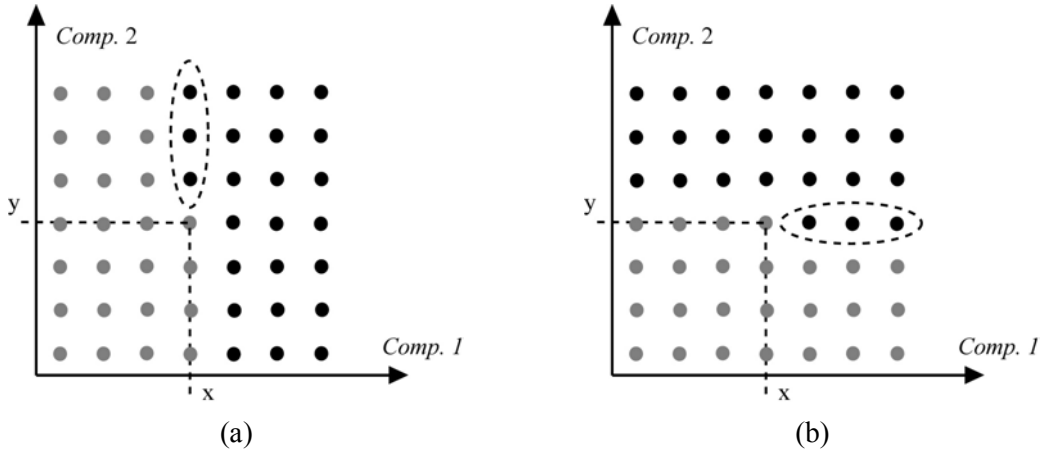


Figura 4.40. Diferencias en la ordenación lexicográfica al variar la prioridad de las componentes que forman el vector. (a) Prioridad en primera componente. (b) Prioridad en segunda componente.

Para vectores de tres componentes, el orden lexicográfico puede definirse formalmente tal como se muestra a continuación:

$$\mathbf{p} \le \mathbf{q} \Leftrightarrow \begin{cases} Si \quad p(1) < q(1) \\ Sino \quad Si \quad p(1) = p(1) \quad y \quad p(2) < q(2) \\ \qquad Sino \quad Si \quad p(1) = q(1) \quad y \quad p(2) = q(2) \quad y \quad p(3) \le q(3) \end{cases} \tag{4.22}$$

donde $p(1)$ se corresponde con la componente del vector **p** de mayor prioridad, $p(2)$ la componente de segunda prioridad y $p(3)$ el elemento de menor prioridad.

Es posible efectuar la reducción a un escalar del orden lexicográfico [Ortiz, 2000b]. Para valores de componentes en intervalo [0,255] y codificación de 8 bits, se construye un número de orden de 24 bits, reflejándose la prioridad de las componentes en la posición que ocupan en el escalar:

$$o(\mathbf{p}) = \sum_{h=0}^{7} 2^h \, p(3)_h + \sum_{s=8}^{15} 2^s \, p(2)_{s-8} + \sum_{i=16}^{23} 2^i \, p(1)_{i-16} \tag{4.23}$$

El esquema de reducción presente en la figura 4.41 ilustra la formulación anterior del número de orden lexicográfico.

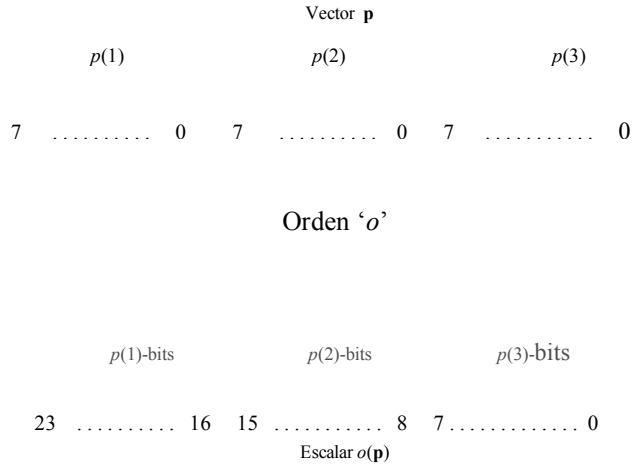


Figura 4.41. Esquema de reducción de orden lexicográfico para tres elementos.

Por la definición de orden lexicográfico, los elementos del vector no van a ser tratados todos por igual y, a priori, se puede deducir que este método de ordenación va a estar orientado a espacios de color cuyas componentes cromáticas poseen una diferente importancia visual para la percepción humana: HSI, HLS, HSV, LCH, L*a*b*, YIQ, etc, [Iwanowski, 1999], [Ortiz, 2000a]. En estos modelos de color, la luminancia o intensidad es el atributo que mejor define los objetos y escenas en una imagen. Cabe pensar en este atributo como el elemento de mayor prioridad para el orden lexicográfico. Sin embargo, habrá ocasiones que el matiz o saturación sea un valor determinante en la identificación de objetos. En general y en imágenes reales, los operadores morfológicos basados en orden lexicográfico con intensidad, luminancia o valor en primera posición o prioridad, serán los adecuados para preservar los contornos de los objetos en la imagen. En situaciones en que los objetos de interés sean altamente coloreados y de elevada saturación, los operadores con matiz en primer lugar serán los idóneos para discriminar unos objetos de otros [Hanbury, 2001b]. Es importante recordar que será el valor de distancia de matiz, definido en el apartado 4.2, y no el matiz, el que establezca el orden en esos casos. En cualquier caso, el orden inducido en el método vectorial estará fuertemente influenciado por la componente prioritaria, pues ésta concentrará la decisión de orden en la

mayoría de ocasiones. En relación a las permutaciones posibles de los tres canales de información de la familia HSI, hasta seis combinaciones son posibles. Sin embargo, en las investigaciones realizadas [Ortiz, 2000a], dos permutaciones van a destacarse por su importancia frente al resto, en concreto:

- Retículo orientado a matiz, (H→I→S), claramente destinado a discriminar unos objetos de matiz determinado frente a otros.
- Retículo orientado a intensidad, (I→H→S), para aplicaciones de atenuación o aumentos de objetos según la intensidad luminosa que poseen.

Retículo orientado a matiz

A continuación, se presenta el resultado del procesamiento morfológico vectorial con ordenación lexicográfica liderada por matiz, seguida de luminancia y saturación (H→L→S) en HLS. Este tipo de procesamiento se ha definido anteriormente como aquel que mantiene un retículo orientado a matiz. La figura 4.42.a contiene la imagen cromática a estudio y su descomposición en mapa de distancia de matiz, respecto a uno de referencia situado en 0º (figura 4.42.b), en mapa de saturación (figura 4.42.c) y en canal de luminancia (figura 4.42.d).y En cuanto al mapa de distancias de matiz destacar como los objetos verdes (120º) y azules (240º) se encuentran alejados del matiz de referencia en 120º.

La erosión vectorial de la imagen original, empleando elemento estructurante de tamaño 9x9 y realizada con información de distancia de matiz (figura 4.43.a) es diferente de la implementada con información lexicográfica de distancia de matiz, luminancia y saturación (figura 4.43.b). Concretamente, en esta última aproximación, la información proporcionada por la saturación es vital para diferenciar los objetos verde y azul. La dilatación vectorial también producirá resultados diferentes entre el preorden (figura 4.43.c) y el método lexicográfico (figura 4.43.d). En la búsqueda del máximo local, la información de orden de saturación reduce la definición de los objetos azules en tal magnitud que desaparecen.

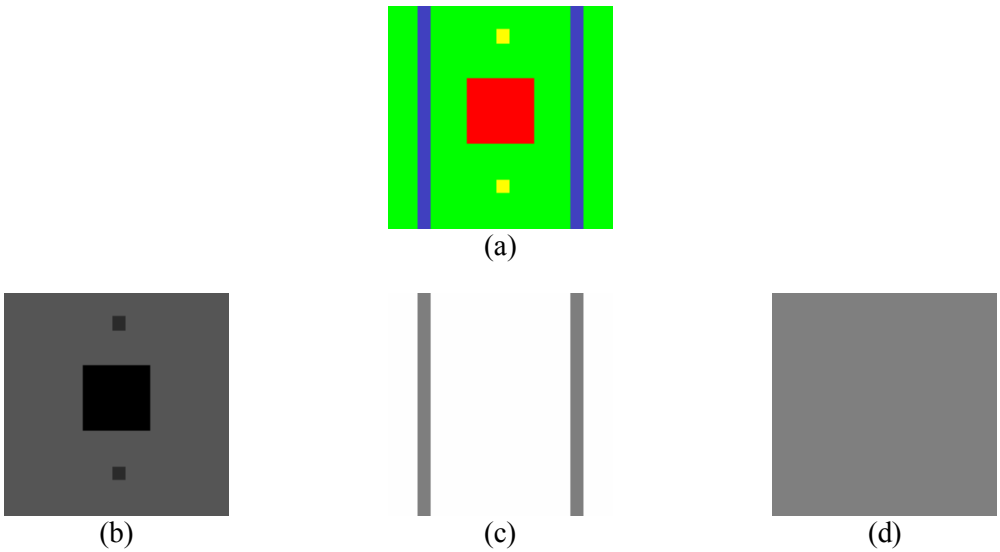


Figura 4.42. Imagen sintética (a) y mapas de distancia de matiz (b), saturación (c) y luminancia (d).

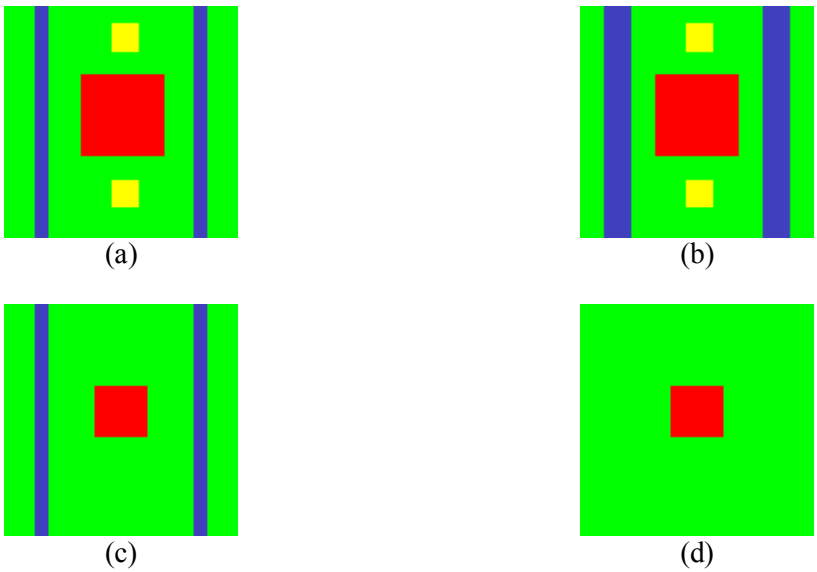


Figura 4.43. Procesamiento morfológico vectorial por preorden de distancia de matiz y orden lexicográfico. (a) Erosión y (c) dilatación por EE 9x9 con preorden de distancia de matiz. (b) Erosión y (d) dilatación por EE 9x9 con orden lexicográfico H→L→S.

Retículo orientado a intensidad, luminancia o valor

En este apartado se presenta el estudio del procesamiento vectorial realizado con ordenación lexicográfica orientada a intensidad que, al igual que el concepto de retículo orientado a intensidad, es una de las aportaciones de esta Tesis Doctoral. Se emplea la imagen cromática de 'Globos' y se realiza sobre ella una erosión vectorial con elemento estructurante 3x3. La figura 4.44 muestra las erosiones vectoriales con ordenación lexicográfica I→H→S, L→H→S y V→H→S, empleando los modelos de color HSI, HLS y HSV, respectivamente. Visualmente, los resultados son bastante similares, pues los tres modelos pertenecen a la misma familia de modelos orientados a usuario. En la tabla 4.5 se presenta la evolución en la utilización de señales (%) para las ordenaciones lexicográficas I→H→S, L→H→S y V→H→S, con tamaño creciente de elemento estructurante. Los resultados reflejan como la primera componente es empleada en la decisión del orden en más de un 90% de los casos, quedando el matiz por debajo del 5%. El uso de la saturación apenas supera el 1%. El comportamiento de los modelos HSI y HLS es bastante similar. El modelo HSV difiere ligeramente de los anteriores elevando el porcentaje de utilización del atributo V en la ordenación vectorial.

La gráfica de la figura 4.45 ilustra el ligero incremento de uso de la intensidad en la ordenación lexicográfica I→H→S al aumentar el tamaño del elemento estructurante. Con este aumento, las señales de matiz y saturación disminuyen su participación en el orden vectorial.

Es importante destacar que el software desarrollado por este autor para la morfología cromática permite encadenar, en el orden lexicográfico, hasta cuatro señales procedentes de diferentes espacios de color, lo que hace aún más flexible la opción de procesamiento. En las investigaciones aquí presentadas se utilizarán las tres señales de un mismo modelo de color.

(a) (b) (c)

Figura 4.44. Erosión vectorial por EE 3x3, con orden lexicográfico I→H→S (a), L→H→S (b) y V→H→S (c).

EE	I	H	S
3x3	93,3	5,0	1,6
5x5	94,7	4,0	1,2
7x7	95,6	3,4	0,9
9x9	95,8	3,3	0,7

(a)

EE	L	H	S
3X3	93,3	5,0	1,5
5X5	94,5	4,3	1,1
7X7	95,1	3,9	0,9
9X9	95,7	3,5	0,6

(b)

EE	V	H	S
3X3	96,3	3,4	0,0
5X5	97,4	2,6	0,0
7X7	97,8	2,2	0,0
9X9	98,2	1,8	0,0

(c)

Tabla 4.5. Evolución del uso de mapas de color (%) en erosión vectorial con ordenación lexicográfica para diferentes tamaños de elementos estructurantes. (a) Ordenación lexicográfica I→H→S. (b) Ordenación lexicográfica L→H→S. (c) Ordenación lexicográfica V→H→S.

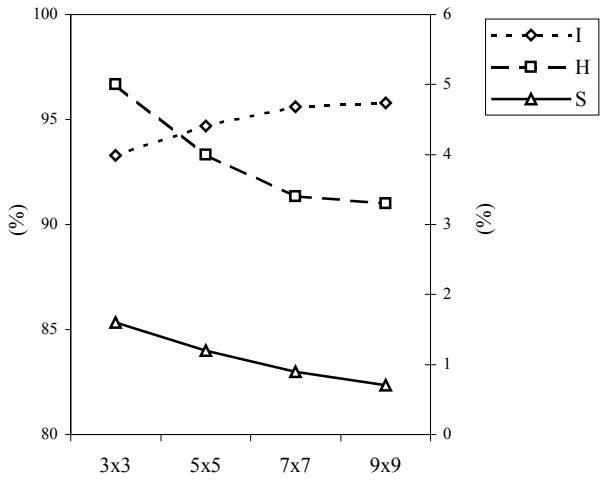


Figura 4.45. Evolución del uso de señales (%) en ordenación lexicográfica I→H→S para elementos estructurantes planos y cuadrados de tamaño 3x3, 5x5, 7x7 y 9x9. Intensidad en escala [0,100], matiz y saturación en escala [0,6]

El análisis de la dilatación vectorial lexicográfica proporciona unos resultados, en cuanto a porcentaje de utilización de señales, similares a los de la erosión. En la figura 4.46 se tienen las dilataciones vectoriales, por ordenación lexicográfica y con EE 3x3, de la imagen

original. Las imágenes procesadas con la información HSI, HLS y HSV, son, visualmente, muy análogas. En la tabla 4.6 se ofrece la evolución en la utilización de señales para las diferentes ordenaciones y tamaños de elementos estructurantes.

(a) (b) (c)

Figura 4.46. Dilatación vectorial por EE 3x3, con orden lexicográfico I→H→S (a), L→H→S (b) y V→H→S (c).

EE	**I**	**H**	**S**
3x3	92,7	5,4	1,7
5x5	94,0	4,5	1,5
7x7	94,7	3,9	1,3
9x9	95,1	3,7	1,4

(a)

EE	**L**	**H**	**S**
3X3	93,4	5,0	1,5
5X5	94,4	4,3	1,1
7X7	95,9	3,9	1,0
9X9	95,3	3,6	0,9

(b)

EE	**V**	**H**	**S**
3X3	95,9	3,9	0,0
5X5	96,4	3,5	0,0
7X7	96,7	3,2	0,0
9X9	96,7	3,2	0,0

(c)

Tabla 4.6. Evolución del uso de mapas de color (%) en dilatación vectorial con ordenación lexicográfica para diferentes tamaños de elementos estructurantes. (a) Ordenación lexicográfica I→H→S. (b) Ordenación lexicográfica L→H→S. (c) Ordenación lexicográfica V→H→S.

Definición de α-lex, un orden lexicográfico ponderado

En vista de los resultados, se propone una variación del orden lexicográfico que reduzca la alta dependencia que posee la primera componente en el establecimiento del orden. La definición del nuevo orden lexicográfico ponderado es una de las aportaciones principales de esta Tesis Doctoral y ha dado lugar a una publicación conjunta con el Centro de Morfología Matemática de la Escuela Nacional de Minas de Paris, [Ortiz, 2001b].

Con la ayuda de un factor de peso α, sumado al valor de la primera componente del modelo cromático elegido para el procesamiento, se logra que el método lexicográfico pueda evaluar en mayor proporción el segundo elemento. La definición del nuevo orden ponderado α-lex para diferentes permutaciones de señales es similar, sólo varía el orden de las componentes en la nueva estructura. Para dos pixels vectoriales **p** y **q**, y con prioridad de componentes en HSI I→H→S (retículo orientado a intensidad), se tiene un nuevo orden lexicográfico, α-lex:

$$\mathbf{p} \le \mathbf{q} \Leftrightarrow \begin{cases} Si \quad (p(I)+\alpha) < q(I) \\ Sino \quad Si \quad p(I) \le q(I) \quad \text{y} \quad d(p(H), H_{ref}) < d(q(H), H_{ref}) \\ \qquad Sino \quad Si \quad p(I) \le q(I) \quad \text{y} \quad d(p(H), H_{ref}) = d(q(H), H_{ref}) \quad y \quad p(S) \le q(S) \end{cases} \tag{4.24}$$

de este modo, la segunda componente interviene en el orden en cuanto el factor de peso α produzca un aumento de la señal $p(I)$ por encima del valor de $q(I)$. En cualquier caso, siempre se exigirá que la señal original $p(I)$ sea menor o igual de $q(I)$. La segunda componente participará en la definición de orden en función del valor α. Con α=0 se tiene un orden lexicográfico clásico. Cuando el valor de α aumenta, el intervalo de uso de la segunda componente se incrementa, reduciéndose, como es lógico, la participación de la primera señal. La figura 4.47 muestra el empleo del factor α en el orden de dos señales $p(I)$ y $q(I)$. Se observa como existen dos intervalos en los que $p(I) \le (p(I)+\alpha) \le q(I)$. Sólo en esos casos, el orden de los vectores **p** y **q** vendrá determinado por el elemento seleccionado con segunda prioridad.

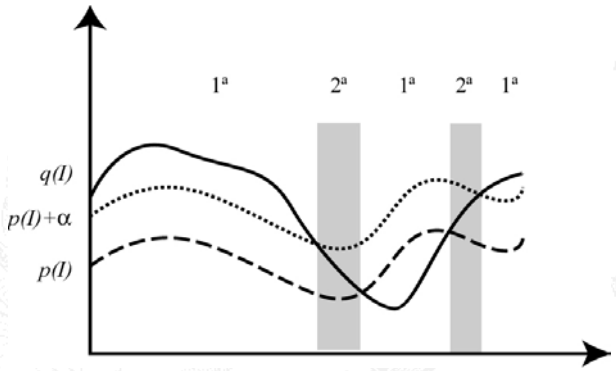


Figura 4.47. Establecimiento de orden por primera o segunda componente en ordenación lexicográfica α-lex con prioridad I→H→S para HSI.

Para mostrar la utilidad del nuevo orden lexicográfico, se presenta, seguidamente, el análisis de utilización de señales para la erosión y dilatación vectorial por elemento estructurante plano y cuadrado de tamaño 3x3, mediante α-lex con prioridades I→H→S (retículo orientado a intensidad) y H→I→S (retículo orientado a matiz). Se ofrecerá el porcentaje de utilización de la primera, segunda y tercera componente del espacio de color HSI con factor creciente de peso α, en rango [0, 255]. Las figuras 4.48.a, 4.48.b y 4.48.c visualizan las erosiones vectoriales de la imagen 'Parrots' efectuadas con α-lex: I→H→S y α=10, α=140, α=255, respectivamente.

La erosión con prioridad H→I→S invierte los resultados anteriores, pues para valores reducidos de α la distancia de matiz se mantiene con mayor uso frente a la intensidad. El aumento del factor de peso provoca el incremento de la utilización de la intensidad a la hora de ordenar los pixels, de esta forma, los resultados se asemejan a los obtenidos para I→H→S y α moderados. Las figuras 4.49.a, 4.49.b y 4.49.c ofrecen las erosiones vectoriales de la imagen 'Parrots' efectuadas con α-lex: I→H→S y α=10, α=140, α=255, respectivamente.

(a) (b) (c)

Figura 4.48. Erosión vectorial en base HSI mediante α-lex. Elemento estructurante plano y cuadrado de tamaño 3x3. Prioridad I→H→S con α=10 (a), α=140 (b) y α=255 (c).

(a) (b) (c)

Figura 4.49. Erosión vectorial en base HSI mediante α-lex. Elemento estructurante plano y cuadrado de tamaño 3x3. Prioridad H→I→S con α=10 (a), α=140 (b) y α=255 (c).

En la figura 4.50 se presenta la evolución que siguen las señales empleadas en el orden lexicográfico, para la erosión y dilatación vectorial, cuando varía el factor de peso α desde 0 a 255. El primer gráfico (figura 4.50.a), muestra el progreso de las señales con prioridad I→H→S y H_{Ref}=0º. Cuando el factor de peso α es nulo, la intensidad determina el orden de los pixels en un 93,4% de los casos, el matiz en un 4,9% y la saturación en un 1,7%. En las primeras 10 unidades de α se produce una fuerte atenuación del uso de la intensidad, pasando del 93,4% al 67,3%. Esto se debe a que, salvo en la discontinuidad de los bordes, el valor de este atributo acromático es muy similar para el conjunto de pixels presentes en el retículo completo. Cuando el factor α llega a 20 unidades la utilización de la intensidad desciende en menor magnitud hasta que α alcanza el valor de 120, en donde vuelve a acelerar su caída. Los resultados de la nueva ordenación lexicográfica y prioridad H→I→S (H_{Ref}=0) se presentan en la figura 4.50.b. Los valores evolucionan de forma más discreta que el caso anterior, pues el mapa de matices posee menor definición que el de intensidades. En los primeros valores de α se produce la mayor modificación de uso de señal. Inicialmente, el orden se determina con el matiz en el 75,4% de comparaciones, con la intensidad en un 22,9% y con la saturación en un 1,57%. Con α=20 los

porcentajes varían de tal manera que prácticamente igualan el uso del matiz (50,7%) con la intensidad (45,01%). La dilatación vectorial no modifica considerablemente la utilización de las señales en α-lex I→H→S (figura 4.50.c) y α-lex H→I→S (4.50.d), respecto a la erosión. La evolución sigue mostrando como la primera componente desciende su peso según aumenta el valor de α.

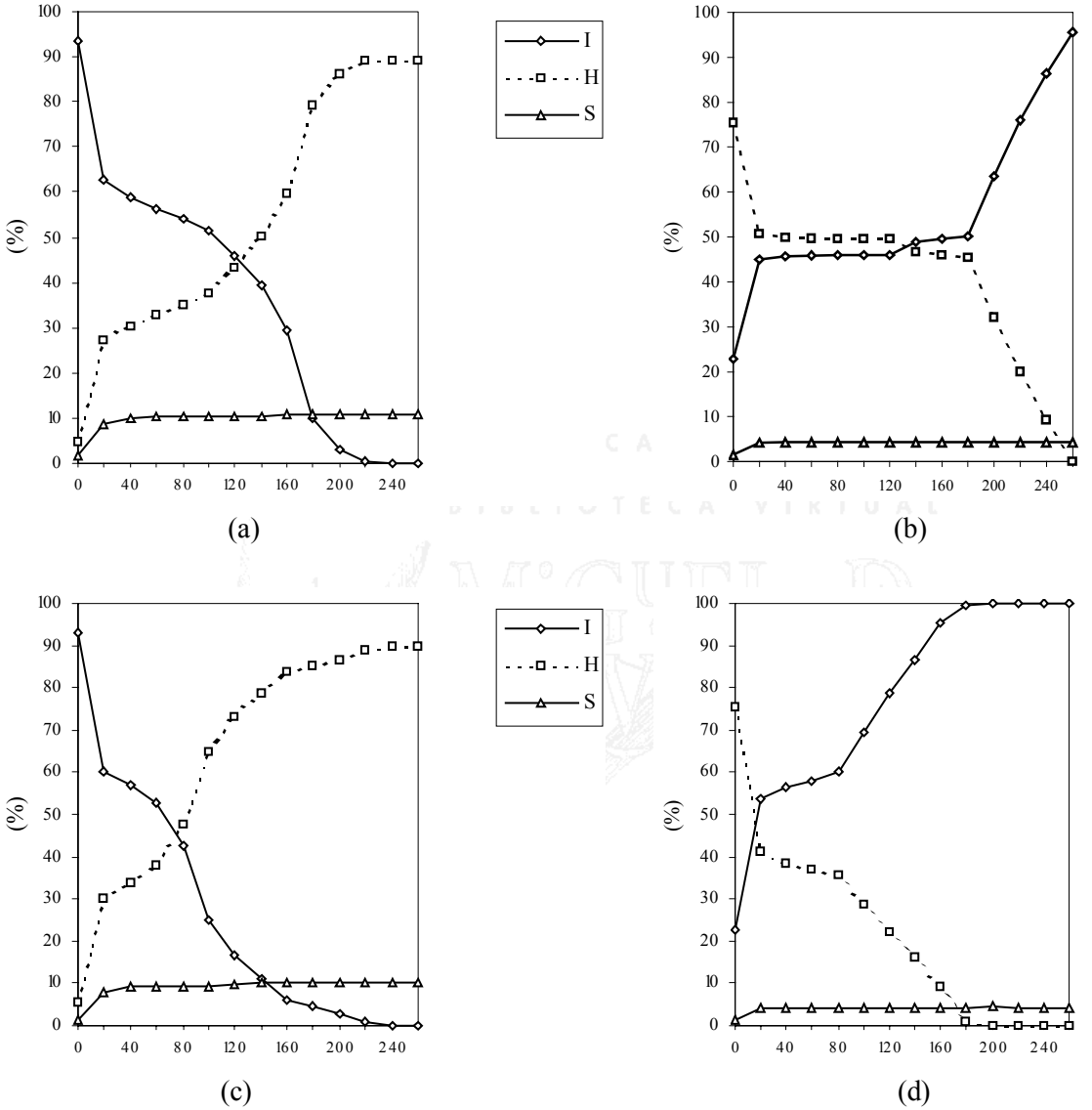


Figura 4.50. Evolución en la participación de señales I, S, H en el orden lexicográfico mediante la variación del factor peso de α en prioridad I→H→S (a) erosión, (c) dilatación , y prioridad H→I→S (b) erosión, (d) dilatación.

Se puede afirmar que el empleo del orden α-lex permite definir una ordenación lexicográfica pseudoautomática, pues el uso del factor α mantiene la decisión de orden en la primera componente si los pixels vectoriales están claramente diferenciados por el valor de la primera señal (a una distancia mayor que α definida por el usuario). En caso contrario, la segunda componente interviene para decidir la ordenación de los elementos del retículo.

Tratamiento del matiz indefinido en orden lexicográfico

Una de las principales aportaciones de esta Tesis Doctoral es el estudio y tratamiento de la situación en la que la señal del matiz es indefinida. Sea cual sea el método lexicográfico empleado en la ordenación vectorial, clásico o α-lex, un problema adicional surge en los modelos HSI, HLS o HSV con la señal de matiz. Si el concepto de distancia logra ordenar esta señal definiendo un ínfimo y un supremo, ¿qué ocurre con los pixels que carecen de saturación?, o lo que es lo mismo, ¿qué sucede con los pixels de matiz indefinido? La señal de matiz no puede emplearse en ningún caso para ordenar los elementos que poseen indefinición en esa señal. En el retículo, la presencia de al menos un píxel con saturación nula provoca que en éste los valores allí presentes sólo puedan ser comparados con la señal de intensidad (HSI), luminancia (HLS) o valor (HSV), [Ortiz, 2002b].

El empleo de la señal de matiz como fuente de orden en procesamiento vectorial exige el estudio o comprobación previa, en el retículo, de que todos los elementos pueden ser comparados. La prioridad de componentes en orden lexicográfico deberá modificarse cuando se detecte al menos un matiz indefinido en el conjunto de pixels del retículo a ordenar. En general, es posible definir un umbral de saturación que determine los pixels puramente cromáticos de los se encuentran muy cercanos a la escala de grises (de baja saturación y con matiz poco significativo). La figura 4.51 ilustra el umbral de saturaciones definido en un espacio de color HSI o HLS. El valor de S_{Um} delimita, con un cilindro en el interior del doble cono normalizado del modelo cromático, los pixels de matiz poco significativo y que, por lo tanto, no deben ser ordenados empleando esta señal. En [Demarty, 2000] se emplea una segmentación similar de los objetos empleando una función de umbral en el modelo HSV.

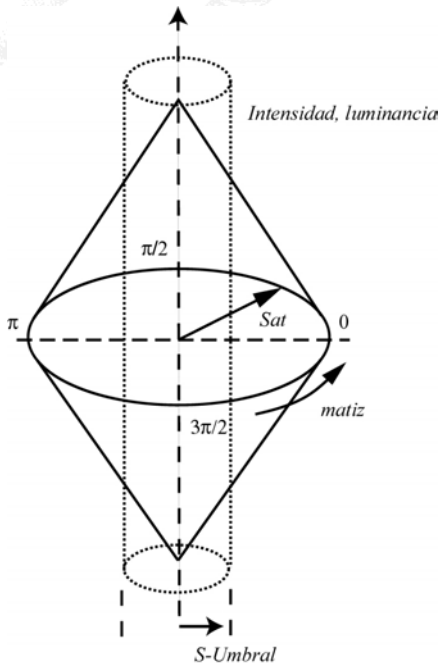


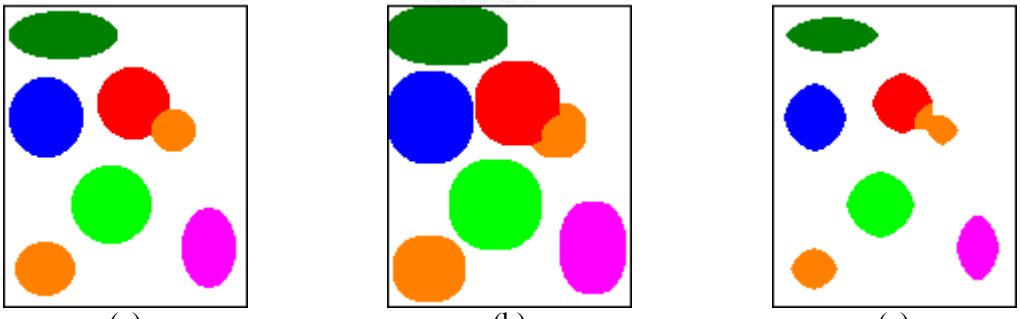
Figura 4.51. Espacio de color HSI/HSL. El umbral de saturaciones S_{Um} determina los pixels con matiz poco significativo. Los pixels con $S>S_{Um}$ poseen matiz significativo.

Cuando el valor de la saturación de un píxel perteneciente a un retículo sea menor o igual que el umbral S_{Um} la ordenación en toda la definición del retículo se modifica en el caso que ésta incluya la señal de matiz como fuente de orden. Para la ordenación lexicográfica α-lex en HSI y con las prioridades de componentes discutidas anteriormente, I→H→S o H→I→S, el orden se modifica tal y como se muestra a continuación:

$$\forall L \in f, si \quad \exists \mathbf{p} \in L \mid p(S) \le S_{Um} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} si & o_{\alpha-lex}(L) = I \to H \to S \\ o & \\ si & o_{\alpha-lex}(L) = H \to I \to S \end{array} \right\} \Rightarrow o_{\alpha-lex}(L) = I \to S \qquad (4.25)$$

donde L es cualquier retículo completo en la imagen f y $\mathbf{p}$ un píxel vectorial.

En imágenes puramente sintéticas no es necesario establecer un valor de S_{Um} para encontrar zonas de la imagen con matiz indefinido, pues todos los grises puros o el blanco y negro empleados, generalmente, como fondo en estas imágenes son colores de saturación nula, con matiz indefinido. Los retículos que interaccionan con estos elementos no pueden ser ordenados con esta señal. En la figura 4.52.a se presenta un imagen sintética de fondo blanco (matiz indefinido) sobre el que se tienen objetos opacos de máxima saturación y variado matiz. La erosión vectorial con elemento estructurante plano de tamaño 5x5 y ordenación lexicográfica H→I→S (H_{Ref}=0) se muestra en la figura 4.52.b. Es importante destacar que los objetos cromáticos no pueden compararse mediante el matiz con el fondo de la imagen, por lo que en estos casos el orden lexicográfico original cambia a I→S (si la saturación es cero sólo se emplea la intensidad). En la erosión, los objetos cromáticos aumentan su definición, al poseer menor intensidad que el fondo de la imagen. La dilatación vectorial (figura 4.52.c) ofrece, visualmente, el efecto contrario que la erosión. En esta última operación, el objeto de matiz naranja aumenta su definición sobre el rojo, al tener mayor valor de distancia de matiz.



(a) (b) (c)

Figura 4.52. Procesamiento morfológico vectorial en base HSI con tratamiento de matiz indefinido. (a) Imagen original. (b) Erosión vectorial. (c) Dilatación vectorial.

La tabla 4.7 (a) ilustra el porcentaje de cambio de prioridad (%) por anulación de señal de matiz, del orden H→I→S a el orden I→S, para la imagen sintética anterior. En la erosión implementada con elemento estructurante 3x3 se realizan más de un 70% de cambios de ordenación, pues el fondo blanco predomina en la escena. Este porcentaje se reduce al 55,8% en

la erosión efectuada con elemento estructurante 9x9. En este caso los objetos cromáticos aumentan de forma considerable su definición en la imagen. Los cambios de orden se incrementan en la dilatación según aumenta el tamaño del elemento estructurante, pues los objetos cromáticos van atenuándose progresivamente.

El cambio del fondo claro en la imagen anterior a uno oscuro y totalmente acromático produce los resultados inversos para las mismas operaciones morfológicas (figura 4.53). Ahora, el fondo es ínfimo en escala de intensidades, lo que provoca, en la erosión, el aumento de su definición. En la dilatación ocurre lo contrario y los objetos cromáticos, al ser más intensos, ganan pixels al objeto negro. Los porcentajes de cambio de orden (tabla 4.7.b) en la erosión de la última imagen coinciden con los de la dilatación de la primera y viceversa.

(a) (b) (c)

Figura 4.53. Procesamiento morfológico vectorial en base HSI con tratamiento de matiz indefinido. (a) Imagen original. (b) Erosión vectorial. (c) Dilatación vectorial.

EE	ε	δ
3X3	70,9	70,9
5X5	66,1	75,3
7X7	61,1	79,6
9X9	55,8	83,5

(a)

EE	ε	δ
3X3	70,9	70,9
5X5	75,3	66,1
7X7	79,6	61,1
9X9	83,5	55,8

(b)

Tabla 4.7. Porcentajes (%) de cambios de orden lexicográfico H→I→S a I→S, por matiz indefinido en el procesamiento de imagen clara de fondo claro (a) e imagen de fondo oscuro (b).

Se realiza el estudio para imágenes reales. En este tipo de imágenes la cantidad de matices indefinidos generalmente suele ser más reducida. Una baja o media calidad en la propia adquisición de la imagen por cámara CCD o escáner induce un residuo cromático en la escena capturada que, aunque escaso, está presente en los pixels de tonos blancos, negros y grises.

En las imágenes cromáticas empleadas en los experimentos e investigaciones de esta Tesis Doctoral, la cantidad de pixels indefinidos osciló entre un 5% y un 15%. Se presentan los resultados para la imagen cromática real que alberga mayor porcentaje de pixels con saturación nula, 'Globos', con un 15%. La figura 4.54 muestra la ilustración gráfica de la evolución del umbral de saturaciones S_{Um} (figuras 4.54.a, 4.54.b y 4.54.c) con valores 0, 20 y 50. Se presentan los mapas de distancias de matiz con respecto a 0º (rojo) y umbral S_{Um}=0 (figura 4.54.d),

S_{Um}=20 (figura 4.53.e) y S_{Um}=50 (figura 4.54.f). Las erosiones (EE 3x3) efectuadas con ordenación vectorial lexicográfica inicial H→I→S, considerando los umbrales anteriores, se ofrecen en las figuras 4.54.g, 4.54.h y 4.54.i. Los pixels marcados en blanco en el mapa de distancias de matiz provocan el cambio a orden lexicográfico I→S en todos los retículos de los que formen parte. El cambio de orden lexicográfico α-lex a I→S, por valor de S_{Um}, aumenta de forma logarítmica, tal y como puede observarse en la gráfica de la figura 4.55. Concretamente, con S_{Um}=20 el cambio de H→I→S a I→S asciende a un 48% por ciento respecto al 16,5% inicial. Cuando S_{Um} define un radio de 50 el porcentaje anterior se eleva al 67,8%. Nótese que esta variación en el orden α-lex es independiente de la operación morfológica efectuada, pues sólo depende de la indefinición de matices bajo la definición del elemento estructurante.

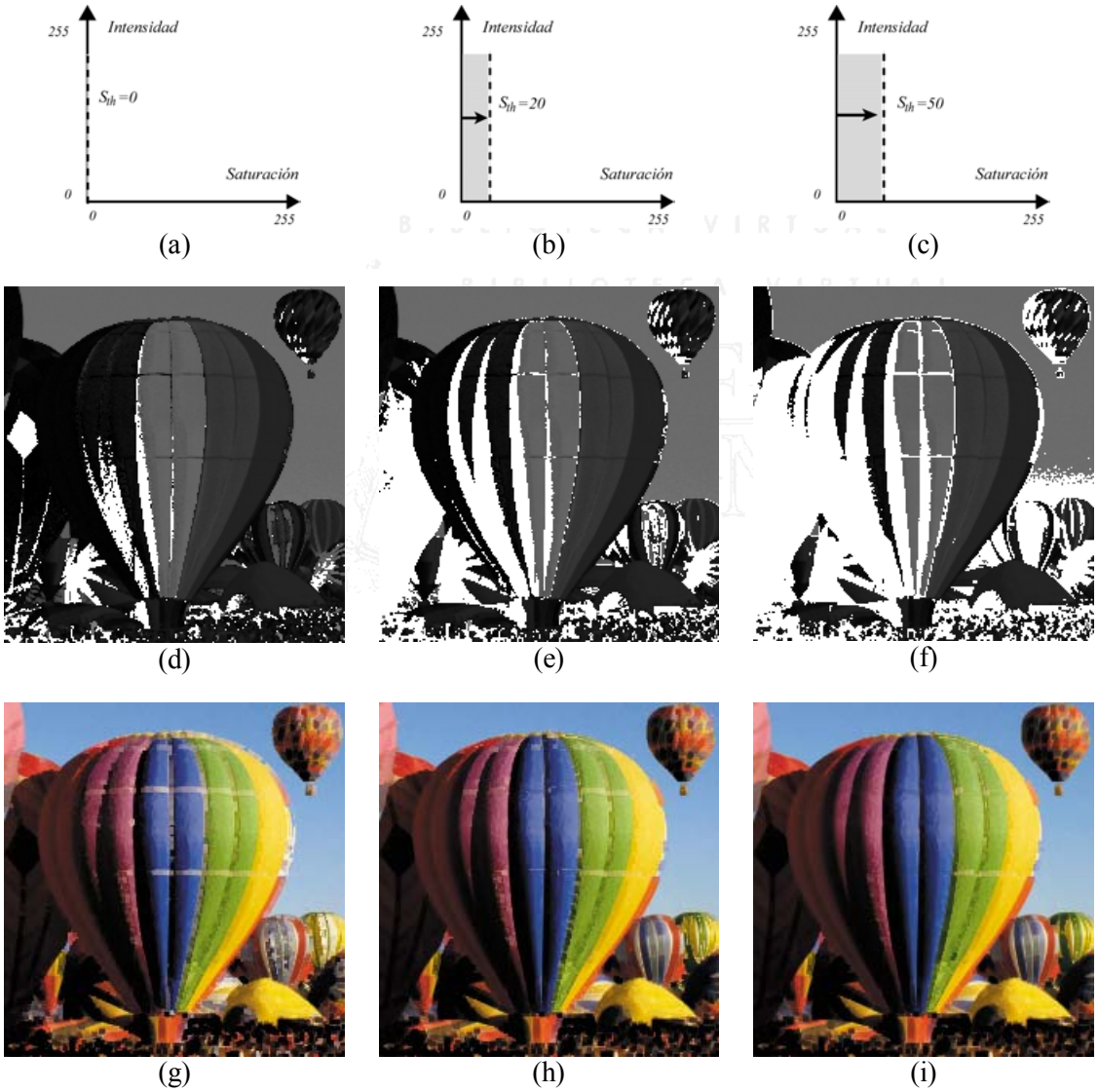


Figura 4.54. Erosiones vectoriales en base HSI con ordenación lexicográfica inicial H→I→S. Cambios de orden por valor de S_{Um}. Mapa de distancias de matiz con S_{Um}=0 (d), S_{Um}=20 (e) y S_{Um}=50 (f). Erosión vectorial para S_{Um}=0 (g), S_{Um}=20 (h) y S_{Um}=50 (i).

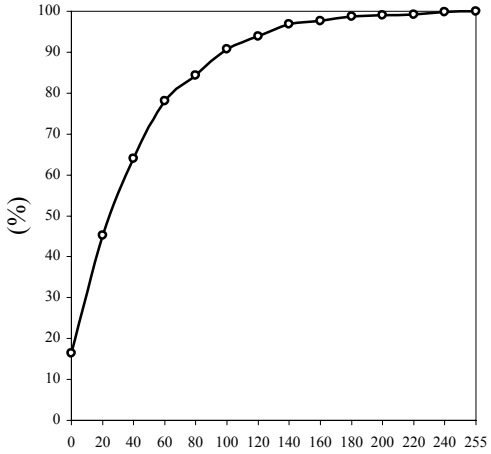


Figura 4.55. Evolución de cambios de orden lexicográfico H→I→S a I→S en erosión vectorial (EE 3x3) por valor de distancia radial S_{Um}, para la imagen cromática 'Globos'. Escala de saturación [0,255].

El empleo del orden lexicográfico permite tratar adecuadamente el problema del matiz indefinido. En orden canónico (orden parcial), una comprobación previa de saturaciones nulas en el retículo anula la señal de matiz como fuente de orden, por lo que en este caso tampoco surgen inconvenientes. El problema puede presentarse en el preorden por una componente, en el caso que fuese elegido el matiz como componente de orden.

Otro método de ordenación vectorial lexicográfica es el presentado en [Sartor, 200l]. Se compone un orden híbrido entre distancia y lexicográfico sobre base RGB. La primera componente del orden es una distancia euclídea respecto a un píxel de referencia. El resto de componentes son transformaciones lineales de los elementos *R* y *G*. En [Iwanowski, 1999] se define un orden lexicográfico *lgr-ordering* con componente lumínica *lum* procedente de diferentes transformaciones lineales de elementos *R*, *G* y *B* en primer lugar, seguida de los valores de *R* y *G* en segundo y tercer puesto, respectivamente.

Otras estrategias de ordenación vectorial

Los retículos condicionales, definidos por Serra [Serra, 1993], [Hanbury, 2001c] permiten extender y generalizar la noción de orden canónico, introduciendo prioridades entre los diferentes elementos del vector a comparar. De esta manera, es posible situar los retículos condicionales como un método intermedio entre el orden canónico rígido (totalmente simétrico) y un orden muy flexible, el orden lexicográfico (totalmente asimétrico). Sin embargo, estas relaciones de orden condicionales siguen siendo, al igual que el retículo canónico, relaciones de orden parciales, con la consecuente ambigüedad e indeterminación de orden para algunos vectores.

Se pueden encontrar en la bibliografía otros métodos de ordenación vectorial. En [Chanussot, 1998a] se propone la estrategia de ordenación vectorial por entrelazado de bits. Este método de ordenación tiende a tratar las diferentes componentes del píxel vectorial de la forma

más simétrica posible, evitando el inconveniente de no totalidad del orden canónico. El entrelazado de bits logra un orden total simétrico, codificando los bits de los elementos de tal manera que, apoyándose en la representación binaria de las señales (cada una de ellas representadas con 8 bits), se forma un escalar de 24 bits mezclando valores.

Para el espacio cromático RGB, el método por entrelazado de bits construye un número o índice de orden disponiendo, en primer lugar, el bit más significativo del canal *R*, en segundo lugar, el bit más significativo del canal *G* y en tercera posición el primer bit *B*. A continuación se componen los siguientes tres bits del escalar con el segundo bit de *R*, *G* y *B*, así hasta llegar al último bit de cada señal cromática. La figura 4.56 ilustra la codificación y decodificación de un píxel de color RGB por entrelazado de bits.

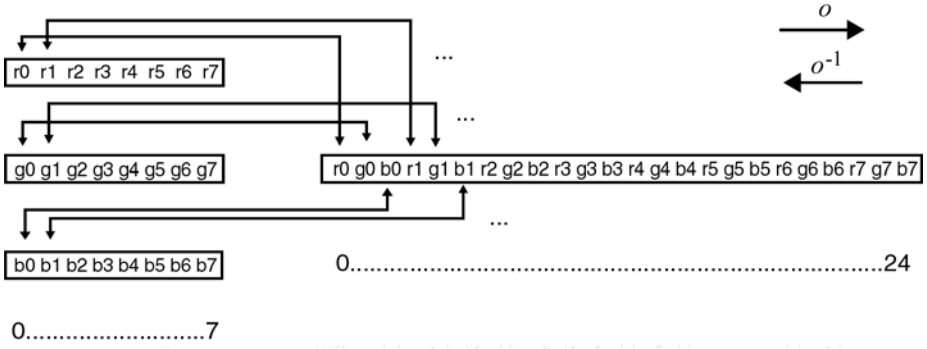
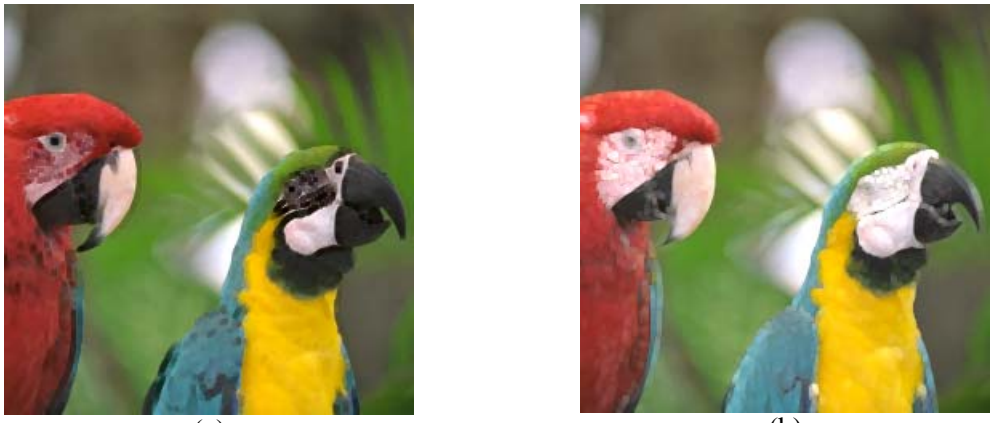


Figura 4.56. Entrelazado de bits para espacio de color RGB.

Por la simetría de la codificación anterior, el método de entrelazado es idóneo para espacios de color, como el RGB, en donde todas las componentes cromáticas son de la misma naturaleza y poseen la misma importancia visual de la imagen. Es evidente que la mezcla binaria de señales totalmente diferentes como intensidad, saturación y matiz no tiene ningún sentido. En la figura 4.57 se muestra un ejemplo de procesamiento morfológico vectorial realizado con ordenación por entrelazado de bits sobre la base RGB. El resultado visual de la erosión (figura 4.57.a) y de la dilatación (figura 4.57.b) de la imagen 'Parrots', por elemento estructurante plano y cuadrado de tamaño 3x3 es muy aceptable y responde al significado de las operaciones elementales.

Es posible modificar la simetría de la codificación básica por entrelazado de bits alterando la mezcla de bits, por ejemplo, agrupando bits en grupos de dos, de tres o más. La componente ubicada en la parte más significativa del número de orden con más bits será la más privilegiada y dominante a la hora de establecer el orden. De hecho, la agrupación extrema de bits converge en el orden clásico lexicográfico: los ocho bits de la componente elegida como prioritaria se ubican en cabeza, seguidos de la segunda componente prioritaria y de la tercera. Según la fortaleza con la que se defina la importancia de una componente de color frente otras la agrupación de bits será diferente.



(a) (b)

Figura 4.57. Procesamiento morfológico vectorial en base RGB con ordenación por entrelazado de bits. (a) Erosión vectorial. (b) Dilatación vectorial.

Resumen de ordenes vectoriales

En relación a las estrategias de orden vectorial comentadas y analizadas en esta Tesis Doctoral, se resumen en la tabla 4.8 sus características y la adecuación de su uso en determinados espacios de color. En sombreado se destacan los métodos de orden totales para espacios de la familia HSI: el lexicográfico clásico y el ponderado α-lex, una aportación principal de esta Tesis Doctoral.

Orden vectorial	**Características**	**Espacios óptimos**
Una componente.	- Preorden. - Útil cuando una única componente proporciona suficiente información de la escena.	RGB, HSI, YIQ, CIELAB, CIELUV.
Distancia.	- Preorden. - Basado generalmente en una medida de distancia euclídea.	RGB, CIELAB, CIELUV.
Canónico.	- Orden parcial. - Orden muy rígido. Sólo útil en componentes simétricas.	RGB.
Lexicográfico clásico.	- Orden total. - Adecuado cuando la importancia de las señales en la información de la imagen es diferente. - Permite el tratar la indefinición del matiz.	HSI, LCH.
Nuevo lexicográfico α-lex.	- Orden total. - Reduce la excesiva participación de la primera componente del vector en el orden lexicográfico clásico. - Permite tratar la indefinición del matiz.	HSI, LCH.
Entrelazado de bits.	- Orden total. - Útil cuando se evidencia una simetría entre las componentes del vector.	RGB.

Tabla 4.8. Resumen de ordenes vectoriales. Métodos idóneos para espacio HSI (sombreado).

4.4.3 Propiedades de las operaciones básicas de erosión y dilatación vectorial

Las operaciones básicas de erosión y dilatación vectorial deberán cumplir las mismas propiedades que las operaciones morfológicas binarias o de escala de grises. El establecimiento del orden 'o' en los vectores, con cualquiera de los métodos expuestos anteriormente, que actúa de índice de referencia para todos ellos asegura que las operaciones vectoriales sean crecientes, pues es evidente que, con la relación de orden 'o', para dos imágenes en color:

$$Si \quad f \leq_o g \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_V(f) \leq_o \varepsilon_V(g) \tag{4.26}$$

$$Si \quad f \leq_o g \quad \Rightarrow \quad \delta_V(f) \leq_o \delta_V(g) \tag{4.27}$$

siempre y cuando el mismo método de orden 'o' sea el empleado en las operaciones de erosión y dilatación vectorial, y en la comparación de funciones en color: $o(f) \leq o(g)$.

La operación de dilatación vectorial es extensiva, por maximización espacial mediante el orden 'o' se logra, en el peor de los casos que $o(\delta_V(f)) = o(f)$ y, en general, $o(\delta_V(f)) \geq o(f)$. La erosión vectorial es, por minimización, una operación antiextensiva: $o(\varepsilon_V(f)) \leq o(f)$. Se cumple, por tanto:

$$\varepsilon_V(f) \leq_o f \leq_o \delta_V(f) \tag{4.28}$$

4.4.4 Residuo de transformaciones básicas: gradiente vectorial

Los gradientes morfológicos de Beucher [Beucher, 1977] pueden extenderse a imágenes en color al ser residuos de transformaciones elementales que han demostrado su adaptación al caso vectorial. Para el residuo bastará calcular la diferencia entre imágenes de vectoriales. En este sentido, varias aproximaciones son posibles, pues la diferencia puede efectuarse en cada canal cromático RGB por separado y permanecer así, o combinar los resultados (por media o maximización de canales) para ofrecer un escalar que defina la magnitud del gradiente. Sea cual sea la aproximación, no afecta a la definición de gradiente vectorial, pues esta se realiza a posteriori. El gradiente vectorial por erosión se define como sigue:

$$\rho_V^-(f) = f - \varepsilon_V(f) \tag{4.29}$$

de forma similar, el gradiente por dilatación y el gradiente simétrico también son adaptables al caso cromático:

$$\rho_V^+(f) = \delta_V(f) - f \tag{4.30}$$

$$\rho_V(f) = \delta_V(f) - \varepsilon_V(f) \tag{4.31}$$

En la figura 4.58 se muestra un ejemplo básico de gradiente vectorial por erosión. En este caso, se ha empleado la imagen sintética de la figura 4.27. Puesto que el gradiente es función de operaciones básicas vectoriales, la relación de orden empleada en la operación condicionará los resultados. En el ejemplo, se ha erosionado vectorialmente la imagen original con un elemento estructurante de tamaño 3x3 y relación de preorden por distancia de matiz (matiz de referencia en 0º). El resultado de la erosión se presenta en la figura 4.58.a. El gradiente por erosión se tiene en la figura 4.58.c. La operación de diferencia de imágenes se ha realizado por canales RGB, de ahí la cromaticidad de los bordes detectados. En este sentido es necesario comentar que el residuo cromático producirá en el resultado nuevos colores no existentes en la imagen original o en las transformaciones morfológicas. La misma situación se tiene en escala de grises: la diferencia entre un píxel de valor 100 y un píxel de valor 30 es 70.

Como se puede observar en los resultados del gradiente, los objetos azules de la imagen escapan al gradiente, pues la erosión no ha modificado su definición al poseer la misma distancia de matiz que el objeto verde. La utilización de la ordenación lexicográfica H→I→S en la erosión vectorial mejora los resultados de la segmentación. Ahora y gracias a la señal de saturación los objetos azules usurpan definición del verde (figura 4.58.b) y el gradiente vectorial así lo refleja (4.58.d).

BIBLIOTECA VIRTUAL

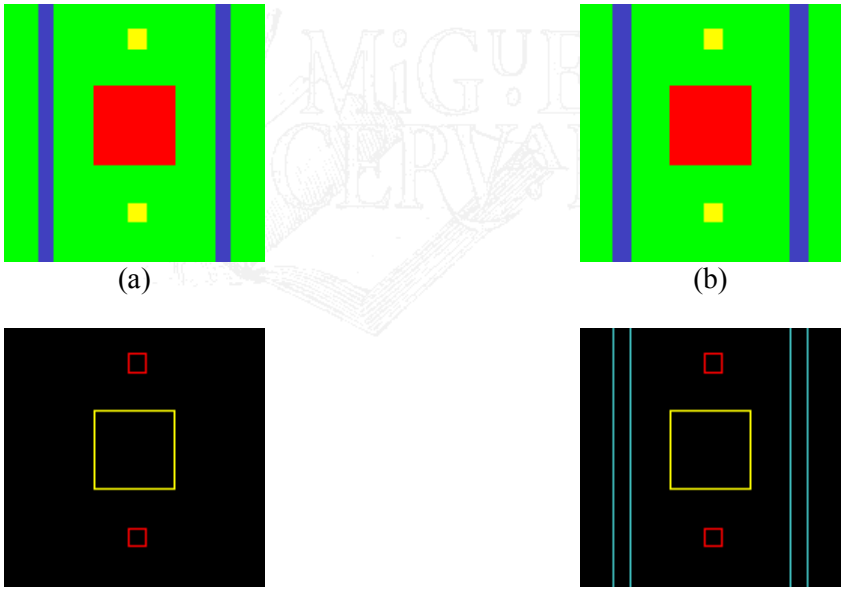
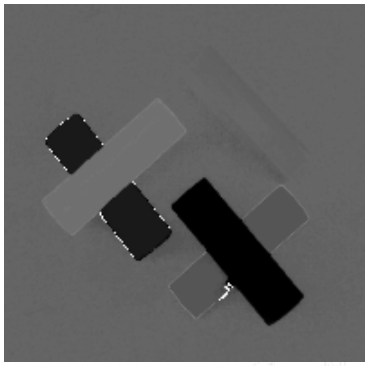


Figura 4.58. Ejemplo de gradiente vectorial por erosión de una imagen sintética. Erosión por elemento estructurante 3x3 y (a) preorden de distancia de matiz, (b) orden lexicográfico H→I→S. Residuo entre imagen original de la figura 4.42.a y erosión por preorden (c) u orden lexicográfico (d).

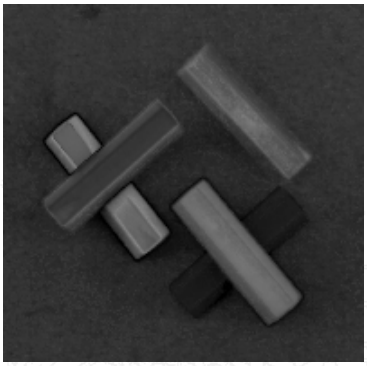
A continuación se presenta un ejemplo de gradiente en imagen real adquirida con cámara CCD a color. La imagen empleada se corresponde con una captura de objetos cromáticos superpuestos a un fondo azul (figura 4.59.a). La descomposición de la imagen en canal de distancia de matiz, con respecto a 0º (figura 4.59.b), en mapa de saturación

normalizada (figura 4.59.c) y en canal de intensidad (figura 4.59.d) desvela el aporte de información de cada señal en la definición de los objetos cromáticos.

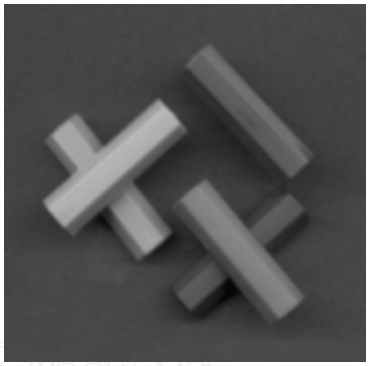
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4.59. Imagen en color adquirida con cámara CCD. (a) Imagen original. (b) Canal de distancia de matiz. (c) Mapa de saturación normalizado. (d) Canal de intensidad.

El gradiente por erosión vectorial, resultado del residuo entre la imagen original y la erosión vectorial, implementada ésta última con preorden de distancia de matiz y elemento estructurante 3x3, identifica el contorno de la mayor parte de los objetos, si bien, el objeto azul es confundido con el fondo en la mayor parte de su definición (figura 4.60.a). El empleo del preorden de intensidad produce unos resultados ligeramente diferentes. La identificación de contornos es más suave que en el caso anterior, pues el mapa lumínico posee mayor definición. Sin embargo, parte del objeto cyan es confundido con el objeto amarillo (figura 4.60.b). Los resultados del gradiente, al introducir la ordenación lexicográfica $H \rightarrow I \rightarrow S$ se presentan en la figura 4.60.c y constituyen otra aportación de la presente Tesis Doctoral pues su cálculo se realiza con el nuevo método de orden presentado en esta memoria. En este caso, la distancia de matiz controla la erosión en un 69% de ocasiones, frente al 25,1% de la intensidad y 5,9% de la saturación. La mayor detección de cambios formas en la imagen es evidente. El mejor resultado, en cuanto a mayor detección de formas se obtiene, sin embargo, cuando se emplea el orden lexicográfico clásico $I \rightarrow H \rightarrow S$, en el que la intensidad decide el ínfimo en más del 83% de ocasiones (figura 4.60.d). En este caso, los objetos se detectan con alta definición, muy superior a la lograda cuando el matiz controlaba la ordenación. La distancia de matiz interviene en

aquellos casos en los que la intensidad permanece constante. De esta manera, se logra identificar parte del contorno del objeto cyan respecto al objeto amarillo. La saturación, por su parte, permite distinguir el objeto azul del fondo.

Una consideración a tener en cuenta es que, en ocasiones, no es será útil la detección total de cualquier cambio luminoso o espectral en la imagen. En particular, la escena empleada en el experimento presenta alteraciones de luminosidad en el interior de las formas cromáticas. La señal de matiz no va a detectar los cambios de intensidad en la imagen, por lo que en aquellas aplicaciones que únicamente deseen detectar estructuras homogéneas en color, la información de distancia de matiz será la única tenida en cuenta en el procesamiento, mientras que cuando cualquier cambio en la escena se considere imprescindible, el orden lexicográfico $I \rightarrow H \rightarrow S$ se presentará como el más idóneo en esos casos.

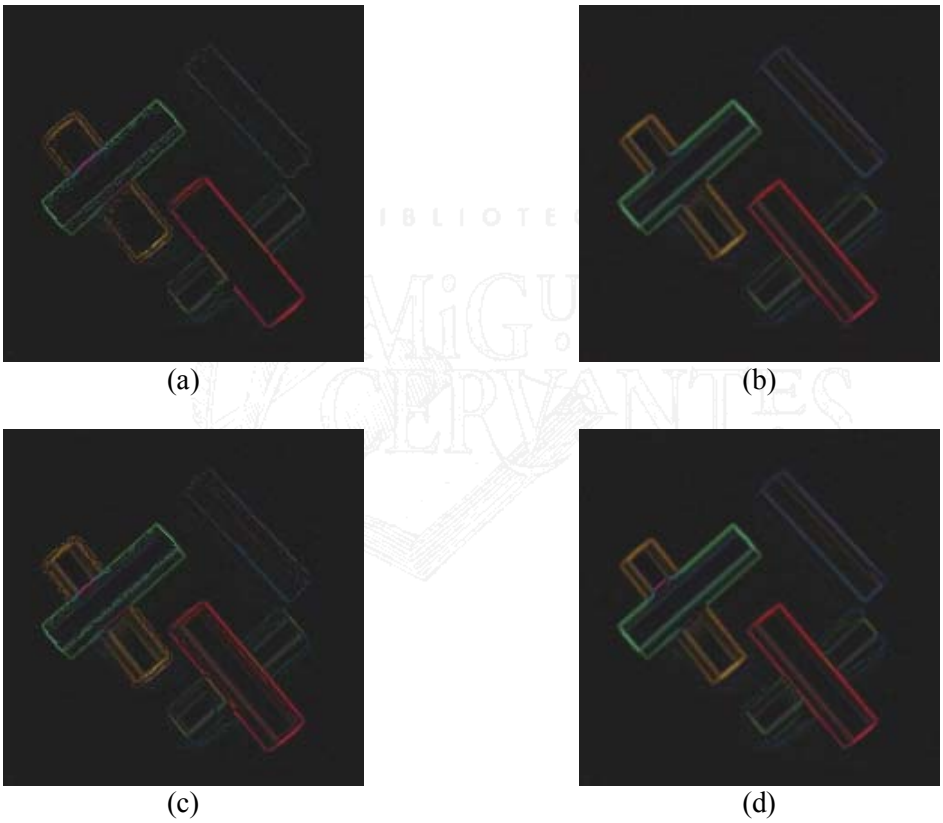


Figura 4.60. Gradientes morfológicos vectoriales. Gradiente por erosión vectorial realizado con ordenación procedente de distancia de matiz (a), intensidad (b), $H \rightarrow I \rightarrow S$ y $\alpha=0$ (c), $I \rightarrow H \rightarrow S$ y $\alpha=0$ (d).

Uno de los mayores inconvenientes del gradiente es su alta sensibilidad a las discontinuidades de la imagen. El tamaño del elemento estructurante empleado en las operaciones influirá en el resultado. Se dará el caso de unión y confusión de bordes de los objetos cuando se utilicen elementos estructurante grandes. Por otra parte el ruido afectará de forma inaceptable al resultado cuando se empleen elementos estructurante pequeños. Para evitar estos inconvenientes en [d'Ornellas, 2000] se propone un nuevo gradiente morfológico que

combina sumas y restas de operaciones elementales para unir luego los resultados en un escalar único que define la magnitud del gradiente:

$$G(f) = \frac{1}{scale} \sum_{i}^{scale} \delta_i^2(\varepsilon_i(f)) - 2\varepsilon_i(f) + \delta_i(\varepsilon_i^2(f)) \tag{4.32}$$

donde *scale* es el número de canales que forman es espacio cromático e *i* especifica el canal en el que se realiza la operación.

4.4.5 Filtrado morfológico vectorial

Al igual que en el caso binario o de escala de grises, la apertura vectorial de una imagen cromática *f* se define como la erosión vectorial seguida por la dilatación vectorial. Ambas operaciones elementales se deben realizar con la misma estrategia de ordenación vectorial para garantizar la operación sea creciente e idempotente, propiedades fundamentales de cualquier filtro morfológico. La apertura vectorial:

$$\gamma_V(f) = \delta_V(\varepsilon_V(f)) \tag{4.33}$$

El cierre morfológico vectorial se denota por φ_V y se define como la erosión vectorial de la dilatación vectorial de una imagen *f*:

$$\varphi_V(f) = \varepsilon_V(\delta_V(f)) \tag{4.34}$$

El cierre vectorial, del mismo modo que la apertura, es independiente del origen del elemento estructurante empleado. Asimismo, es creciente, idempotente y mantiene con la apertura vectorial la siguiente relación de orden:

$$o(\varphi_V(f)) \le o(f) \le o(\gamma_V(f)) \tag{4.35}$$

La operación de top-hat es fácilmente extendible al caso vectorial. Se definirá el top-hat por apertura como:

$$TH\gamma_V(f) = f - \gamma_V(f) \tag{4.36}$$

mientras que el top-hat por cierre se definirá como sigue:

$$TH\varphi_V(f) = \varphi_V(f) - f \tag{4.37}$$

En ambas operaciones hay que considerar que, como en cualquier otro residuo cromático por diferencia, la imagen resultado contendrá cromaticidades inexistentes tanto en la imagen original como en la imagen procesada morfológicamente. En la figura 4.61 se presenta la imagen cromática sobre la que se van a calcular los filtros básicos de apertura y cierre y los residuos de top-hat. La imagen se corresponde con una captura por cámara CCD de un conjunto de objetos cromáticos (rotuladores) dispuestos sobre un fondo homogéneo azul.

La apertura y cierre vectorial de la imagen cromática 'Rotuladores' se muestran en la figura 4.62. Ambos filtros se han implementado manteniendo una ordenación lexicográfica clásica (α=0), en espacio HSI, dirigida por intensidad, matiz y saturación. El elemento estructurante utilizado ha sido cuadrado y de tamaño 3x3. En la apertura, las zonas claras de la imagen se atenúan considerablemente, pues gran parte de ellas han sido eliminadas en la erosión vectorial. En el cierre, por el contrario, son las estructuras oscuras las que disminuyen su tamaño.

BIBLIOTECA VIRTUAL

Figura 4.61. Imagen cromática 'Rotuladores'.

(a)

(b)

Figura 4.62. Filtrado morfológico vectorial de apertura (a) y cierre (b). Ordenación lexicográfica clásica I→H→S.

El residuo de top-hat para el filtrado vectorial de apertura y cierre anterior se presenta en la figura 4.63. El top-hat por apertura ofrece las zonas eliminadas en la apertura vectorial. En este caso (figura 4.63.a) se intensifican los objetos claros eliminados en la apertura vectorial. Por el contrario, el top-hat por cierre (figura 4.63.b) muestra los detalles oscuros atenuados en el cierre vectorial.

La composición de los filtros vectoriales básicos (apertura y cierre) permite la extensión de la noción de filtro alterno y filtro alterno secuencial al caso cromático. Si el orden vectorial no se modifica es obvio que los filtros alternos vectoriales son idempotentes y crecientes. Se presenta en el siguiente ejemplo la eficacia de los filtros alternos secuenciales vectoriales FAS_v

en la eliminación de ruido impulsivo cromático. La figura 4.64.a muestra la imagen cromática contaminada con un 10% de presencia de ruido impulsivo. Un filtro FAS_v de tamaño 2, elemento estructurante lineal 1x3, y de patrón $\gamma_v\varphi_v$, permite eliminar con éxito el ruido de la imagen. Nótese, sin embargo, que la pérdida de detalles en la imagen es proporcional al tamaño del elemento estructurante que se emplea en el filtro alterno. En este caso, el segundo filtrado produce la pérdida de algunas formas oscuras de la imagen.

(a) (b)

Figura 4.63. Versiones vectoriales del top-hat por apertura (a) y top-hat por cierre (b).

(a) (b)

Figura 4.64. Eliminación de ruido impulsivo con filtrado alterno secuencial vectorial de tamaño 2. (a) Imagen cromática con ruido impulsivo (10%). (b) Filtrado FAS_v de tamaño 2 y patrón $\gamma_v\varphi_v$.

4.5 Conclusiones

En este capítulo se ha presentado la extensión de la Morfología Matemática a imágenes en color empleando información cromática de la familia de modelos HSI. Se han comentado las particularidades de estos espacios cromáticos en procesamiento de imágenes, tratándose adecuadamente el problema del orden e indefinición del matiz. En cuanto a las estrategias de ordenación vectorial se ha realizado un amplio estudio sobre cada una de ellas, situándose el método lexicográfico como el que mejor interacciona con el espacio HSI. Sobre esta estrategia se han presentado los conceptos de retículo orientado a matiz y de retículo orientado a

intensidad, como las permutaciones más idóneas de todas las combinaciones posibles de las señales de modelo cromático. Para reducir la alta dependencia del método lexicográfico con la señal definida como prioritaria se ha desarrollado un nueva versión de ordenación, conocida como α-lex, en donde el factor de peso permite reducir la alta dependencia del orden con la componente prioritaria y consigue la transformación de un retículo lexicográfico orientado a matiz a un retículo lexicográfico orientado a intensidad y viceversa.

Por último, y una vez expuesta la metodología a emplear en las operaciones morfológicas en color, se han comprobado las propiedades de las operaciones. Asimismo, se han definido los filtros morfológicos vectoriales básicos y se han presentado los primeros residuos cromáticos.

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

Capítulo 5

Transformaciones Geodésicas

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

5.1 Introducción

El concepto fundamental en el desarrollo geodésico es la conectividad, fuente de multitud de aplicaciones en procesamiento de imágenes. La conectividad de un conjunto puede ser definida como sigue: un conjunto es conectado si cada par de elementos pueden ser unidos por un camino definido por elementos pertenecientes al conjunto. En el caso discreto 2D se puede definir la conectividad como una vecindad local de pixels adyacentes, en este sentido se tiene, por ejemplo, la 4-conectividad o la 8-conectividad como vecindades válidas entre puntos (figura 5.1). El etiquetado de una imagen es una transformación directamente asociada con la noción de conectividad [Rosenfeld, 1966].

Figura 5.1. Diferencia entre 4-conectividad (a) y 8-conectividad (b).

La noción de conectividad, que es natural en los conjuntos, no se puede extender automáticamente a funciones numéricas. Se pueden introducir definiciones alternativas que requieren el concepto de partición en el retículo de funciones. Este proceso consiste en dividir los valores de la función en particiones disjuntas de acuerdo a un criterio previamente establecido. Un criterio comúnmente empleado es el de zonas planas, [Serra, 1993], [Salembier, 1995].

Definición 5.1. Para una función numérica f, el conjunto de zonas planas, denotado por Z_x es el conjunto de componentes conectadas a x del espacio donde la función es constante:

$$Z_x = \{(x, y) \in Z, x \neq y \Rightarrow f(x) = f(y)\} \tag{5.1}$$

No existe una restricción en el tamaño de las zonas planas y éstas pueden estar formadas por un único punto. De esta manera, los valores numéricos de las funciones constituyen particiones en el espacio. En la figura 5.2 se muestran las particiones definidas en los valores de la función f. En este caso, las componentes conectadas son los segmentos con el mismo valor numérico o cualquier otro punto de la señal.

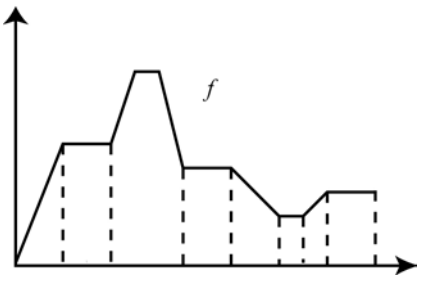


Figura 5.2. Zonas planas en una función numérica.

Aunque la conectividad más extendida en funciones es la definida por zonas planas, existen otra serie de criterios para formar particiones de elementos conexos sobre una función. Se puede definir por ejemplo, la denominada conectividad por saltos como la formada por los pixels que, a partir de un mínimo local x, posean un valor de f menor o igual a un cierto umbral k (figura 5.3). Al ser mínimo local, $f(x)<k$. En [Meyer, 1998] se discute ésta y otras particiones diferente de la función f.

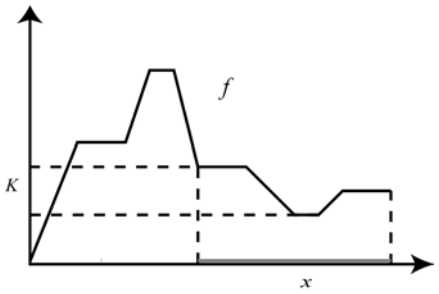


Figura 5.3. Ejemplo de conectividad por saltos.

En geodesia las transformaciones operan con la noción de conectividad. Se hablará, pues, de operadores conexos cuya definición podrá adquirir un matiz diferente cuando se trate de operadores para conjuntos, particiones o funciones numéricas. En cualquier caso todas las definiciones se basarán en el mismo concepto de conectividad:

Definición 5.2. Una transformación ψ que opera sobre conjuntos es conectada cuando para cualquier conjunto X, la diferencia simétrica $X\Delta\psi(X)$ se compone exclusivamente de las componentes conectadas de X o de su complementación $\mathbf{C}X$. La diferencia simétrica está formada por las sustracciones $X \setminus \psi(X)$ y $\psi(X) \setminus X$.

Definición 5.3. Una transformación ψ que opera sobre particiones es conectada cuando para cualquier familia de particiones A el conjunto de particiones de $\psi(A)$ es menor que las presentes en A.

Definición 5.5. Una transformación ψ que opera sobre funciones numéricas es conectada cuando para cualquier función f el número de zonas planas de $\psi(f)$ es menor que el número de zonas planas de f.

La reducción de las particiones o las zonas planas de la imagen se realiza por inclusión de unas en otras [Crespo, 1995]. La figura 5.4 ofrece un ejemplo del resultado de un operador conexo en una sección concreta de una imagen numérica de escala de grises. Todos los pixels de la imagen se incluyen en una zona plana determinada. Inicialmente, se distinguen cuatro zonas planas en la región. El operador conexo reduce a dos el número de particiones. Notese que existen dos zonas planas con el mismo valor de intensidad ya que están ubicadas en regiones

diferentes y no están conectadas. En este ejemplo el operador conexo actúa con 4-conectividad. La transformación reduce las zonas planas por inclusión.

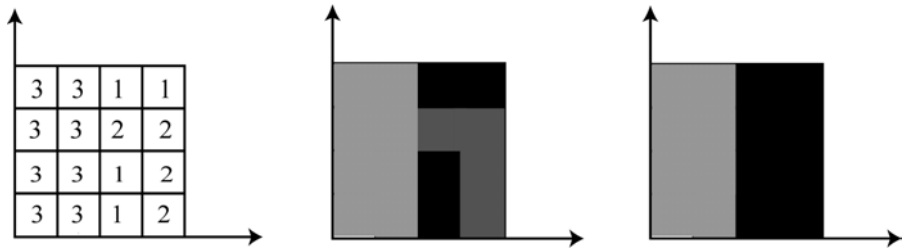


Figura 5.4. Ejemplo de reducción de zonas planas por operador conexo.

En el siguiente punto se comenta el concepto de métrica geodésica, métrica que define el fundamento geodésico y a partir de la cual se desarrollan los operadores.

5.2 Distancia geodésica

En la distancia euclídea, tanto en versión continua como digital, todos los posibles obstáculos entre dos puntos son ignorados a la hora de calcular la distancia, es decir, la convexidad del conjunto puede existir o no y la distancia poseerá el mismo valor entre los puntos.

Definición 5.5. Sea X un conjunto no vacío. La distancia geodésica $d_X(p,q)$ entre dos puntos q y $q \in X$ es el mínimo de todos los caminos desde p hasta q formados por puntos intermedios pertenecientes al conjunto X [Soille, 1992]. Si el conjunto es no conectado, como el del ejemplo presente en la figura 5.5, no existe un camino que una los puntos p y r, en este caso se adopta el criterio que la distancia geodésica que separa los puntos es infinita ∞.

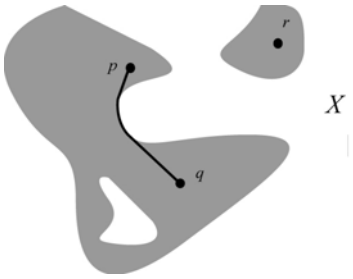


Figura 5.5. Distancia geodésica en el conjunto X.

La distancia geodésica satisface los tres axiomas de cualquier métrica:

$$d_X(p,q) = d_X(q,p) \tag{5.2}$$

$$d_X(p,q) = 0 \Leftrightarrow p = q \tag{5.3}$$

$$d_X(p,s) \leq d_X(p,q) + d_X(q,s) \tag{5.4}$$

La distancia geodésica entre un píxel p del conjunto X y un subconjunto A del conjunto X se define como la menor de las distancias geodésicas entre p y cualquier punto $a \in A$. En este caso, al conjunto A se le conoce como marcador y al conjunto X como máscara.

A partir de la distancia geodésica es posible definir el concepto de disco geodésico:

$$D_X^{\lambda}(p) = \{y, d_X(p,z) \leq \lambda\} \tag{5.5}$$

en donde λ, es el radio. Cuando este valor aumenta, los discos progresan como frente de ondas emitidos por la fuente z dentro de X (figura 5.6). La fuente puede ser cualquier conjunto $A \subset X$.

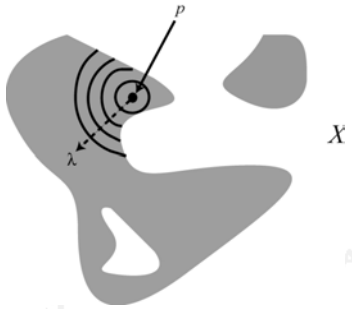


Figura 5.6. Disco geodésico de radio λ en la máscara X.

La teoría de la métrica geodésica para el análisis de imágenes fue propuesta por Ch. Lantuéjoul y S. Beucher en [Lantuéjoul, 1981]. Enriquecimientos teóricos en geodesia se desarrollan en [Schmitt, 1989].

5.3 Dilataciones y erosiones geodésicas

La dilatación geodésica está íntimamente relacionada con el concepto de distancia geodésica. De hecho, la unión de los discos geodésicos se corresponde con la dilatación geodésica de A (marcador) en X (máscara). La dilatación geodésica de tamaño λ del conjunto A en X se define como:

$$\delta_X^{(\lambda)}(A) = \cup\left\{D_X^{\lambda}(p), p \in A\right\} \tag{5.6}$$

La máscara actúa de límite de propagación de la dilatación del marcador. En el caso de funciones o imágenes, g denota el marcador y f la máscara, tal que $f \leq g$. La dilatación geodésica de tamaño 1 del marcador g con respecto a f se define como el mínimo entre la dilatación de g y la máscara f:

$$\delta_f^{(1)}(g) = \delta^{(1)}(g) \wedge f \tag{5.7}$$

donde $\delta_f^{(0)}(g) = g$. Como *f* actúa de límite, es evidente que:

$$\delta_f^{(1)}(g) \leq f \tag{5.8}$$

Además, la dilatación geodésica es, al igual que la dilatación clásica, una operación creciente y extensiva. Un ejemplo de dilatación geodésica de señal 1D se proporciona en la figura 5.7. Se observa como la señal marcador es inferior a la señal máscara (figura 5.7.a). El resultado de dilatar el marcador con un elemento estructurante de tamaño 3 se presenta en la figura 5.7.b. La dilatación geodésica del marcador anterior respecto a la máscara suprime los puntos de *g* mayores a *f*. (figura 5.7.c). La máscara frena la dilatación clásica del marcador.

La dilatación geodésica de tamaño *n* de una imagen marcador *g* con respecto a la imagen máscara *f* se obtiene mediante iteración:

$$\delta_f^{(n)}(g) = \delta_f^{(1)}\left[\delta_f^{(n-1)}(g)\right] \tag{5.9}$$

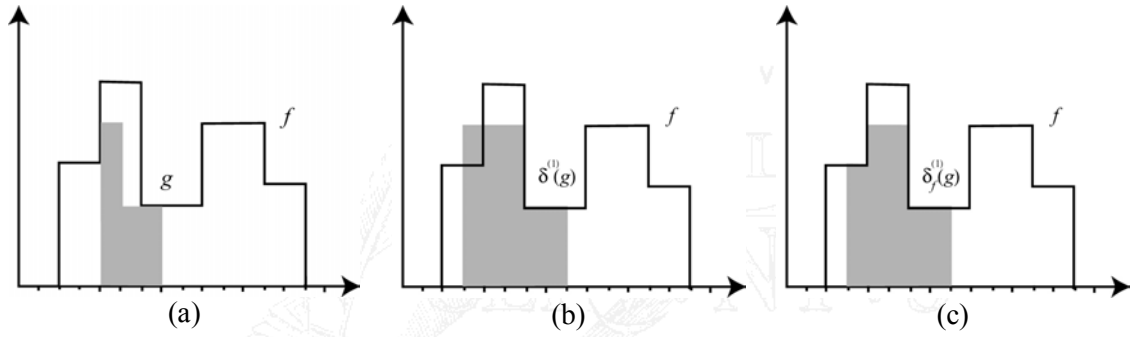


Figura 5.7. Dilatación geodésica de una señal marcador *g* con respecto a una señal máscara *f*. Comparación con la dilatación clásica. (a) Señales originales. (b) Dilatación clásica de *g*. (c) Dilatación geodésica de *g* respecto a *f*.

La erosión geodésica es la operación dual a la dilatación geodésica, con respecto a la complementación:

$$\varepsilon_f^{(1)}(g) = \left[\delta^{(1)}(g^c) \wedge f^c\right]^c = \left[(\varepsilon^{(1)}(g))^c \wedge f^c\right]^c = \varepsilon^{(1)}(g) \vee f \tag{5.10}$$

donde $g \geq f$, es decir, el marcador es mayor que la máscara. La imagen marcador *g* se erosiona y seguidamente se calcula el máximo entre la función erosionada y la máscara. El efecto visual de este tipo de erosión es que la máscara retiene al marcador para que éste no desaparezca (se limita la contracción del marcador). En este caso, la erosión geodésica es mayor o igual que la máscara, además, es una operación creciente y antiextensiva. La figura 5.8 muestra la diferencia entre una erosión clásica (figura 5.8.b) y una erosión geodésica (figura 5.8.c). En la erosión geodésica se puede observar el límite impuesto por la máscara a la desaparición del marcador.

La formación de erosiones geodésicas de tamaño mayor a 1 se realiza, como en la dilatación geodésica, mediante la iteración de erosiones geodésicas de tamaño creciente:

$$\varepsilon_f^{(n)}(g) = \varepsilon_f^{(1)}\left[\varepsilon_f^{(n-1)}(g)\right] \tag{5.11}$$

Una erosión geodésica de tamaño 0 no produce cambios en la señal original, $\varepsilon_f^{(0)}(g) = g$.

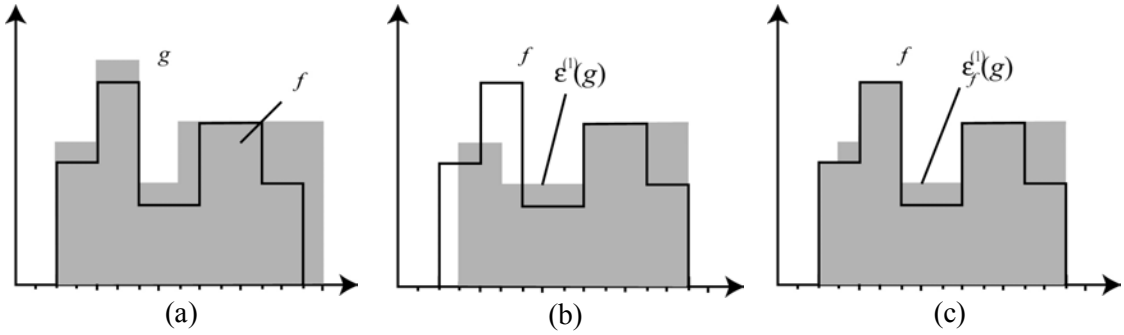


Figura 5.8. Erosión geodésica de una señal marcador *g* con respecto a una señal máscara *f*. (a) Señales originales. (b) Erosión clásica de *g*. (c) Erosión geodésica de *g* respecto a *f*.

Nótese que las transformaciones geodésicas en escala de grises son posibles porque éstas son crecientes. Tal y como se comentó en el capítulo 3 de esta Tesis Doctoral, una imagen en escala de grises puede descomponerse en una serie de conjuntos definidos por umbrales de *f*, cuyos valores oscilan entre 0 y 255. Estos conjuntos satisfacen relaciones de inclusión que son preservadas al aplicar cualquier operación creciente en cada uno de los conjuntos.

Un grupo bastante importante de operaciones geodésicas en escala de grises se presentan con detalle en [Beucher, 1990] y en [Grimaud, 1991].

5.4 Reconstrucción geodésica

La erosión y la dilatación geodésica poseen la particularidad que cuando iteran hasta la estabilidad o idempotencia permiten la definición de poderosos algoritmos de reconstrucción morfológica. Tanto la erosión geodésica como la dilatación convergen a la idempotencia en un número finito de iteraciones [Vicent,1993]. La reconstrucción por dilatación de una imagen máscara *f* desde una imagen marcador *g*, ambas con el mismo dominio y $g \leq f$, se define como la dilatación geodésica de *g* respecto a *f* hasta la idempotencia y se denota por $R_f(g)$:

$$R^{\delta}{}_f(g) = \delta_f^{(n)}(g) \tag{5.12}$$

donde *n* es tal que $\delta_f^{(n)}(g) = \delta_f^{(n+1)}(g)$, es decir, la operación no varía.

Como *f* actúa de límite de propagación, $\delta_f^{(n)}(g) \leq f$, por lo que llegado el momento, la dilatación geodésica no produce ninguna variación de la señal. Es evidente que la reconstrucción es una operación idempotente. Además, la reconstrucción por dilatación es una

operación antiextensiva, pues $R_f(g) \leq f$. La noción de reconstrucción por erosión para imágenes de escala de grises se describe detalladamente en [Goetcherian, 1980]. Un ejemplo numérico de reconstrucción por dilatación de una señal unidimensional se presenta en la figura 5.9. Cada una de las dilataciones geodésicas que componen la reconstrucción se realiza a partir de la dilatación geodésica de la iteración anterior. De este modo, el marcador puede ir reduciendo progresivamente su intensidad en la propagación bajo la máscara.

El efecto de una reconstrucción por dilatación de una imagen máscara (figura 5.10) desde un marcador (figura 5.11.a) se ofrece en la figura 5.11.b. La zona más luminosa del marcador *g* es situada generalmente sobre aquella estructura de la imagen que se desea 'reconstruir'. A partir del posicionamiento original del marcador, éste va propagándose a lo largo de la definición de la máscara *f*. Siempre se exigirá que *g* sea menor o igual *f,* por lo que las sucesivas dilataciones geodésicas de la reconstrucción igualarán o reducirán la luminosidad de la dilatación geodésica anterior. En los resultados se observa como la imagen reconstruida posee menor número de zonas planas que la imagen original. El área de las zonas planas que se conservan ha aumentado. La simplificación de la imagen es evidente. La zona de la máscara sobre la que se sitúa el marcador es la que conserva la mayor luminosidad, el resto la pierde, pues la magnitud de la dilatación geodésica es decreciente.

BIBLIOTECA VIRTUAL

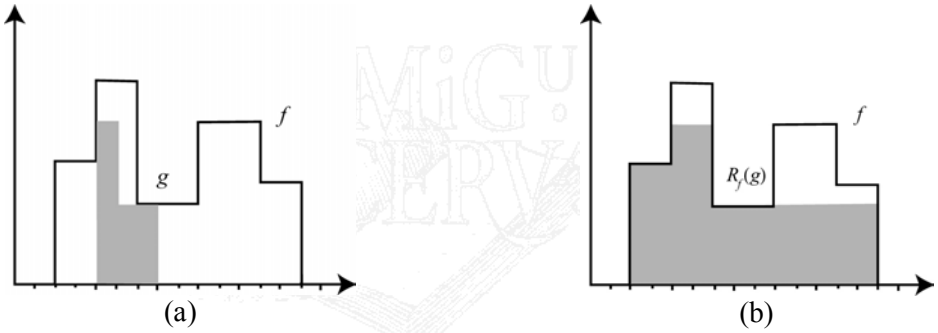
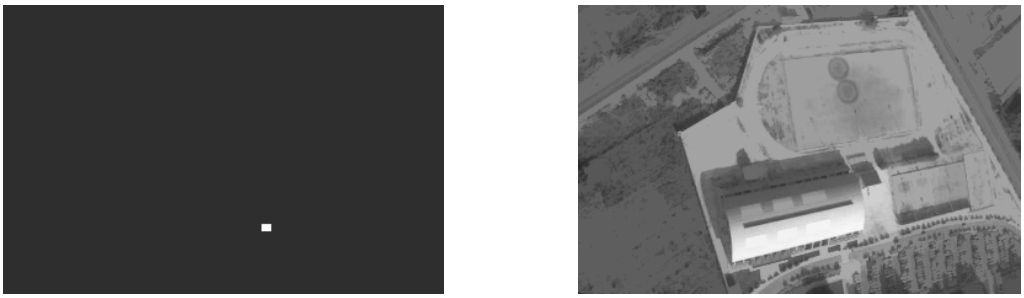


Figura 5.9. Reconstrucción geodésica por dilatación de la señal *f* desde la señal *g*. La reconstrucción se obtiene por la dilatación geodésica de tamaño 7 del marcador *g*.

Figura 5.10. Imagen en escala de grises. Área deportiva de la Universidad de Alicante.

La reconstrucción geodésica permite, mediante el uso de marcadores, destacar en una imagen los objetos de interés, facilitando su extracción del resto de la escena, pues la

simplificación en la imagen mejorará sensiblemente el proceso posterior de segmentación. Es de destacar que, en la reconstrucción, la definición del objeto sobre el que se sitúa el marcador es perfecta, siempre que éste no que no presente elevaciones de intensidad en su superficie.



(a) (b)

Figura 5.11. Reconstrucción morfológica por dilatación. (a) Imagen marcador. (b) Resultado de la reconstrucción.

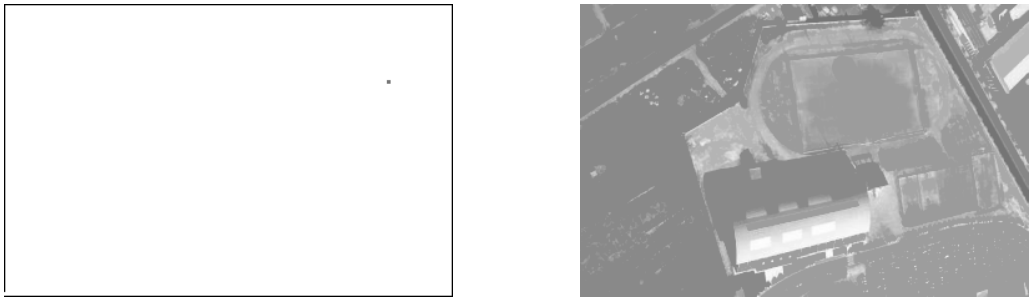
Por dualidad, es posible introducir la operación de reconstrucción por erosión de una máscara *f* desde un marcador *g*, como la erosión geodésica de *g* con respecto a *f* hasta la estabilidad:

$$R^{\varepsilon}{}_{f}(g) = \varepsilon_{f}^{(n)}(g) \tag{5.13}$$

siendo la máscara menor o igual que el marcador ($f \leq g$). Asimismo, la reconstrucción por erosión de *f* desde el marcador *g* es equivalente al complemento de la reconstrucción del complemento de *f*, desde el complemento de *g:*

$$R^{\varepsilon}{}_{f}(g) = \mathbf{C}\left[R^{\delta}{}_{\mathbf{C}f}(\mathbf{C}g)\right] \tag{5.14}$$

La reconstrucción por erosión de la imagen máscara de la figura 5.10 desde el marcador de la imagen 5.12.a se presenta en la figura 5.12.b. Se pretende extraer el objeto 'carretera' en la imagen original. El marcador *g* fuerza el valor mínimo de la imagen en la conectividad de la zona plana de la máscara *f* en la que se sitúa. En cualquier caso, siempre $g \geq f$. Las sucesivas erosiones geodésicas evitarán la eliminación de la luminosidad del marcador, no permitiéndose, en ningún punto del dominio, que la intensidad de cualquier iteración de la erosión geodésica quede por debajo que la que presenta la máscara. En el resultado destaca, con menor luminosidad, la estructura que se deseaba a segmentar.



(a) (b)

Figura 5.12. Reconstrucción morfológica por erosión. (a) Imagen marcador. (b) Resultado de la reconstrucción.

Apertura y cierre por reconstrucción

La apertura por reconstrucción de tamaño *n* de una imagen *f* se define como la reconstrucción por dilatación de *f* a partir de la erosión clásica de tamaño *n* de *f:*

$$\gamma_R^{(n)}(f) = R_f^{\delta}\left[\varepsilon^{(n)}(f)\right] \tag{5.15}$$

Contrariamente a la apertura clásica, la apertura por reconstrucción preserva perfectamente la forma de los objetos que no son eliminados por la erosión. Todos los objetos menores que el elemento estructurante son suprimidos, el resto permanece sin alteración en la imagen. En la figura 5.13 se ilustra este sencillo filtro morfológico sobre una imagen binaria en la que se sitúan objetos de diferente forma y tamaño. En la apertura por reconstrucción, los objetos más pequeños que el elemento estructurante son eliminados por una erosión clásica, los objetos mayores también pierden definición, pero ésta se recupera totalmente al actuar de marcadores en la dilatación geodésica (hasta la idempotencia) de la reconstrucción.

(a) (b)

Figura 5.13. Apertura por reconstrucción de una imagen binaria. (a) Imagen original. (b) Reconstrucción de la imagen erosionada. En linea discontínua se señalan los objetos eliminados.

El cierre por reconstrucción se define por dualidad y se corresponde con la erosión geodésica hasta la idempotencia de la imagen dilatada:

$$\varphi_R^{(n)}(f) = R^{\varepsilon}{}_f\left[\delta^{(n)}(f)\right] \tag{5.16}$$

Es posible observar la siguiente relación de orden entre los filtros de apertura y cierre geodésicos anteriores y los filtros clásicos:

$$\gamma \leq \gamma_R \leq I \leq \varphi_R \leq \varphi \tag{5.17}$$

5.5 Aplicaciones de la reconstrucción geodésica

5.5.1 Introducción

En el apartado anterior se comentó una aplicación sencilla de la apertura por reconstrucción, la eliminación de objetos menores en tamaño que el elemento estructurante. En esta sección se presentan otras aplicaciones más complejas, algunas de ellas basadas en la composición de operaciones geodésicas básicas. Los algoritmos basados en la reconstrucción son la base de numerosas transformaciones de imágenes. Los resultados de la reconstrucción están fuertemente influenciados por la elección correcta de los conjuntos máscara y marcador. La imagen bajo estudio es usualmente el elemento máscara. En [Soille, 1999] se establece que un buen marcador será aquel que proceda de:

- Conocimiento del resultado esperado.
- Conocimiento de los objetos presentes en las imágenes.
- Transformaciones básicas de la imagen máscara.
- Interacción con el usuario: marcadores definidos manualmente.

5.5.2 Eliminación de estructuras que tocan el borde

Se muestra el resultado de elegir un buen marcador en la eliminación de las estructuras que tocan el borde de una imagen. La eliminación de los objetos que permanecen conectados al borde no es una tarea compleja si se emplean útiles geodésicos. En este caso, se define el marcador *g* como la línea de contorno de la imagen. La reconstrucción por dilatación de la imagen *f* desde de la línea de borde *g* es una imagen en la que sólo los objetos que tocan el borde están presentes. Una operación de diferencia entre la imagen original *f* y la reconstrucción ofrece el resultado deseado (figura 5.14).

(a) (b)

Figura 5.14. Eliminación de objetos que tocan el borde de la imagen.

5.5.3 Máximos y mínimos regionales

Una aplicación muy interesante en morfología es la detección de máximos y mínimos regionales, debida a Meyer y Beucher, y presente en [Meyer, 1990]. Mediante geodesia es una

tarea fácil de implementar. En la detección de máximos regionales se emplea una imagen marcador resultado de desplazar hacia abajo la función original *f* por una constante *c*, en este caso, *c*=1. Los máximos regionales son el residuo entre la imagen original y la reconstrucción por dilatación de *f* desde la imagen desplazada:

$$MAX(f) = f - R^{\delta}{}_{f}(f-1) \tag{5.18}$$

con un procedimiento similar es posible detectar e identificar los mínimos regionales. En este caso, se emplea la reconstrucción por erosión a partir de un marcador que eleva la señal en un nivel:

$$MIN(f) = R^{\varepsilon}{}_{f}(f+1) - f \tag{5.19}$$

5.5.4 Relleno de agujeros y eliminación de brillos

Los operadores de reconstrucción por erosión y dilatación son realmente útiles en aquellas aplicaciones que requieren la eliminación de zonas oscuras locales (relleno de agujeros) o zonas claras (atenuación de brillos, por ejemplo). Estas aplicaciones son equivalentes a la búsqueda de mínimos o máximos en una imagen. Para la eliminación de partículas oscuras, como es el relleno de agujeros, una reconstrucción geodésica por erosión destaca frente al resto de operaciones, pues el operador conexo garantiza la elevación de la luminosidad de los mínimos regionales al valor presente en el contorno, sin alterar el resto de formas definidas en la señal o imagen. En la figura 5.15 se ilustra el proceso de eliminación de mínimos en una señal unidimensional *f*. El marcador elegido es una señal mayor o igual a la máscara. El elemento estructurante utilizado es plano y de tamaño 3. En [Soille, 1990b] se discute ampliamente el proceso de relleno de agujeros mediante operadores morfológicos geodésicos.

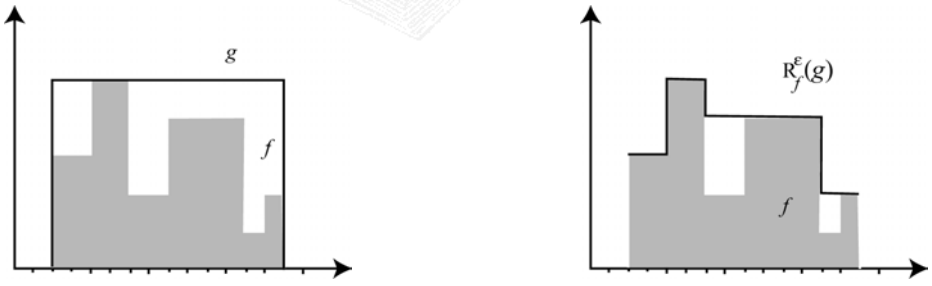


Figura 5.15. Relleno de agujeros. (a) Señales máscara *f* y marcador *g* originales. (b) Reconstrucción geodésica por erosión de la señal *f* desde la señal *g*.

Para la eliminación de brillos lo que interesa es atenuar los máximos locales de una imagen. El procesamiento idóneo en este caso es una reconstrucción por dilatación que garantiza la eliminación de los ascensos lumínicos de las formas y objetos de la imagen. El marcador puede ser definido como un conjunto de puntos en las posiciones de la máscara que presentan una intensidad luminosa homogénea, libre de brillos. En la figura 5.16 se muestra la imagen de grises 'Manzanas' que presenta claramente brillos en la superficie de las formas que

contiene. En el proceso de reconstrucción esta imagen se corresponderá con la máscara *f*. La imagen marcador *g* a emplear en la operación se presenta en la figura 5.17.a. El resultado de la reconstrucción geodésica por dilatación de la imagen *f* desde la máscara *g* se muestra en la figura 5.17.b. Al ser la propagación del marcador una proceso decreciente, es importante que éste se encuentre definido fuera de la zonas brillantes de la imagen, como ocurre en este caso, de esta manera, cuando el marcador penetre en dichas regiones extenderá e impondrá su intensidad luminosa, menor que la que presentan los brillos y éstos quedarán sensiblemente atenuados.

La eliminación de estructuras residuales oscuras (agujeros) o claras (brillos) será muy interesante a la hora de segmentar la imagen, pues estas partículas provocan falsas detecciones de objetos.

Figura 5.16. Imagen original de 'Manzanas'.

(a) (b)

Figura 5.17. Proceso de reconstrucción geodésica. (a) Imagen marcador. (b) Reconstrucción de la imagen de la figura 5.16 desde el marcador. La imagen permanece libre de brillos.

5.5.5 Esqueleto geodésico por zonas de influencia

La definición de esqueleto geodésico por zona de influencia (SKIZ), [Lantuéjoul, 1978], [Lantuéjoul, 1981] procede directamente del concepto de distancia geodésica.

Definición 5.6. Sea X un conjunto compuesto por la unión de k componentes conectadas B. La zona de influencia geodésica de cada componente conectada en X se define como:

$$IZ_X(B_i) = \{p \in X \mid \forall j \in [1...k] \setminus \{i\} : d_X(p, B_i) < d_X(p, B_j)\} \tag{5.20}$$

El conjunto $IZ_X(B)$ es la unión de las zonas de influencia geodésica de las componentes conectadas B:

$$IZ_X(B) = \bigcup_{i=1}^{k} IZ_X(B) \tag{5.21}$$

El complemento del conjunto $IZ_X(B)$ define el esqueleto por zona de influencia geodésica SKIZ:

$$SKIZ_X(B) = X \setminus IZ_X(B) \tag{5.22}$$

que presenta todos los puntos equidistantes (en distancia geodésica) a dos componentes del conjunto X. En la figura 5.18 se muestra un ejemplo de SKIZ.

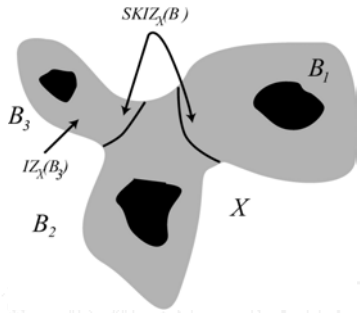


Figura 5.18. SKIZ del conjunto X constituido a partir de las zonas de influencia geodésica IZ.

El SKIZ es la base de la definición de la transformación de watershed, la herramienta más poderosa de segmentación morfológica.

5.5.6 Watershed

En términos geodésicos el watershed puede definirse como el SKIZ de los mínimos locales de una imagen:

$$WS(f) = SKIZ_f\left[RMIN(f)\right] \tag{5.23}$$

El significado de la operación de watershed se encuentra en su notación francesa como la *ligne de partage des eaux* (línea de separación de las aguas). Esta transformación consiste en simular la inundación de la imagen numérica (vista como un mapa topográfico) a partir de los mínimos regionales. El resultado es un conjunto de contornos que identifican las regiones de la imagen. Un eficaz algoritmo de segmentación por watershed se define en [Soille, 1990a].

En la práctica, el proceso de segmentación morfológica suele partir de la imagen de gradiente, aplicándose a ésta última la transformación de watershed, pues se pretende identificar el contorno de los objetos y no su zona de influencia. Los mínimos proceden en este caso de la imagen gradiente. El resultado en imágenes reales suele conducir al fenómeno de la sobresegmentación, porque la presencia de mínimos en esta imagen es bastante alta. Para evitar este inconveniente se pueden eliminar todos los mínimos parasitarios y reemplazarlos por

marcadores. El nuevo algoritmo resultante se denomina watershed controlado por marcadores (figura 5.19). La elección de unos buenos marcadores será clave para obtener unos buenos resultados.

El watershed controlado por marcadores reduce el efecto de sobre identificar zonas o regiones en la imagen. En la figura 5.20 se muestra una imagen en escala de grises. La transformación de watershed de esta imagen provoca una sobresegmentación que se puede observar en la figura 5.21.a. En la figura 5.21.b se tiene el resultado del watershed controlado por marcadores. La mejora del proceso de segmentación es evidente.

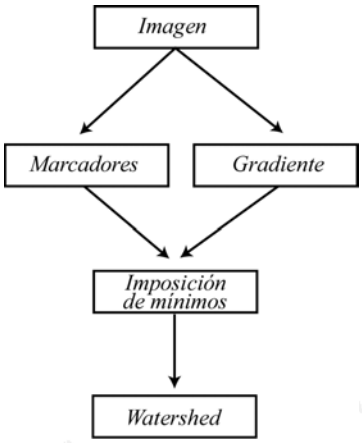
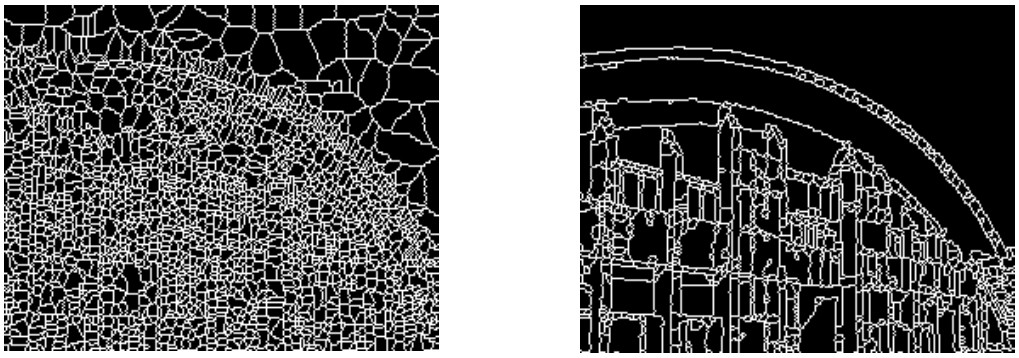


Figura 5.19. Paradigma de la segmentación morfológica. Watershed controlado por marcadores.

Figura 5.20. Pabellón deportivo de la Universidad de Alicante.



(a) (b)

Figura 5.21. Segmentación morfológica. (a) Watershed original, sobresegmentación. (b) Watershed controlado por marcadores.

En [Meyer, 1991] se propone una extensión del algoritmo básico de watershed que emplea una imposición de mínimos procedente de marcadores. Asimismo, en [Beucher, 1993] se presenta un etiquetado que emplea marcadores para controlar el proceso de inundación del watershed. Un ejemplo de segmentación de texturas usando watershed controlado por marcadores puede encontrarse en [Jeulin, 1992]. En [Ortuño, 2001] se emplea la capacidad de la reconstrucción geodésica en la simplificación de las imágenes para reducir el número de mínimos regionales y evitar así la sobresegmentación. La aplicación se centra en imágenes biomédicas.

En [Soille, 1999] se recopilan una serie de ejemplos que muestran la utilidad de las transformaciones geodésicas en otras aplicaciones del procesamiento y análisis de imágenes, como el relleno de agujeros o la interpolación geodésica. Asimismo, se detallan nuevos operadores basados en geodesia, como el top-hat por reconstrucción.

5.6 Operaciones geodésicas para imágenes en color

El paso de la geodésica numérica a imágenes en color exige la adaptación de las operaciones a valores tridimensionales. El procesamiento, en este caso, debe realizarse atendiendo al valor de orden vectorial proporcionado por alguno de los métodos de orden discutidos en el capítulo anterior. Las investigaciones llevadas a cabo en geodésia cromática constituyen una de las aportaciones principales de esta Tesis Doctoral y han dado lugar a diferentes publicaciones que serán comentadas en el capítulo sexto de esta memoria.

5.6.1 Dilatación vectorial geodésica

La operación básica en geodesia es la dilatación que procede directamente de la noción de distancia geodésica. Al igual que en escala de grises se denotará con g a la imagen marcador y con f a la función máscara. Ambas funciones realizan la correspondencia entre un origen bidimensional y valores tridimensionales. La dilatación geodésica vectorial de tamaño 1 del

marcador *g* con respecto a *f* se define como el mínimo vectorial entre la dilatación de *g* y la máscara *f*:

$$\delta_{v\,f}^{(1)}(g) = \delta_v^{(1)}(g) \wedge_v f \tag{5.24}$$

donde es muy importante que la operación de mínimo se realice con el mismo método de orden utilizado en la dilatación vectorial. De esta manera el resultado no se ve afectado por el fenómeno de los falsos colores. Una puntualización es importante en este sentido, pues la imagen marcador puede estar formada por tonalidades no existentes en la máscara y viceversa. La única exigencia es que *g* sea menor o igual a *f*, ($g \le f \Leftrightarrow g \wedge_v f = g$). El resultado es una imagen con colores procedentes del marcador o de la máscara. En escala de grises se da la misma situación.

En la dilatación geodésica, la operación de mínimo vectorial asegura que:

$$o(\delta_{v\,f}^{(1)}(g)) \le o(f) \tag{5.25}$$

La dilatación geodésica de imágenes en color es una operación extensiva, pues si:

$$o(\delta_v^{(1)}(g)) \ge o(g) \tag{5.26}$$

entonces, es evidente que:

$$o(\delta_f^{(1)}(g) \wedge_v f) \ge o(g \wedge_v f) \tag{5.27}$$

$$o(\delta_{v\,f}^{(1)}(g)) \ge o(g) \tag{5.28}$$

Se comprueba fácilmente que la dilatación geodésica vectorial conserva el orden inducido en el retículo completo, es decir, es una operación creciente. Sean *f* y *f'* dos máscaras tal que $o(f) \le o(f')$. Se tienen los marcadores *g* y *g'*, con $o(g) \le o(g')$, tal que $o(g) \le o(f)$ y $o(g)' \le o(f')$, entonces:

$$o(\delta_{v\,f}^{(1)}(g)) \le o(\delta_{v\,f'}^{(1)}(g')) \tag{5.29}$$

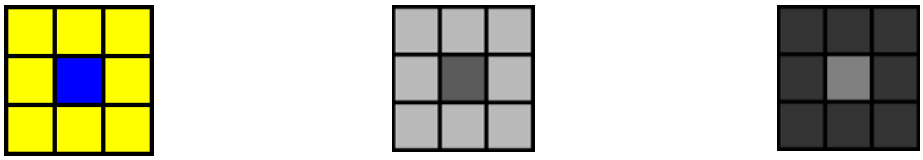
La dilatación geodésica vectorial de tamaño *n* de una imagen marcador *g* con respecto a una máscara *f* se obtiene realizando *n* dilataciones geodésicas vectoriales sucesivas de *g* con respecto a *f*:

$$\delta_{v\,f}^{(n)}(g) = \delta_{v\,f}^{(1)}\left[\delta_{v\,f}^{(\mathrm{n}-1)}(g)\right] \tag{5.30}$$

En cada etapa o iteración de la dilatación es importante la presencia de la operación de mínimo vectorial. Se controla así la expansión del marcador bajo la máscara y se asegura que la dilatación geodésica vectorial de tamaño *n* sea menor o igual que la correspondiente dilatación condicional (idéntica circunstancia se tiene en escala de grises):

$$o(\delta_{v\,f}^{(n)}(g)) \leq o(\delta_v^{(n)}(g) \wedge_v f) \tag{5.31}$$

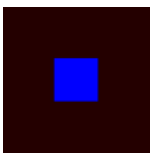
A continuación, se muestra un ejemplo de dilatación geodésica cromática. Como en el resto de operaciones morfológicas, el resultado va a estar fuertemente influenciado por la ordenación vectorial elegida. En este caso, se ilustra la diferencia entre una dilatación geodésica vectorial, realizada con ordenación lexicográfica I→H→S (retículo orientado a intensidad) y la implementada con ordenación H→I→S (retículo orientado a matiz). En la figura 5.22.a se representa una ventana de 3x3 pixels de una imagen cromática. El mapa de intensidad de la sección anterior se visualiza en la figura 5.22.b. La figura 5.22.c muestra el valor de la distancia de matiz, con matiz de referencia situado en 0º.



(a) (b) (c)

Figura 5.22. Ventana de pixels 3x3. (a) Imagen máscara cromática. (b) Mapa de intensidad. (c) Mapa de distancias de matiz respecto a ínfimo en 0º. Espacio de color HSI.

El marcador empleado en la operación geodésica se presenta en la figura 5.23.a. Se corresponde con un píxel central azul rodeado de ocho pixels de reducida intensidad y matiz rojizo. En la figura 5.23.b se ilustra, en representación unidimensional, la relación de orden entre los valores de intensidad del marcador (sombreado) y de la máscara. La dilatación geodésica vectorial de tamaño 1 del marcador anterior, con respecto a la máscara cromática de la figura 5.23.a y según la ordenación lexicográfica I→H→S, se muestra en la figuras 5.23.d (índice de orden) y 5.23.f. En este caso, la propagación del píxel de la coordenada central del marcador es completa, pues la máscara posee un valor de orden mayor en el entorno del píxel central. Cuando la operación geodésica se realiza con información de orden H→I→S los resultados varían. La figura 5.23.c ofrece la relación de distancia de matiz entre el marcador y la máscara. En la operación geodésica, la máscara limita la propagación del píxel central del marcador, de forma que el resultado cromático obtenido es el mismo que el que representa la máscara (figuras 5.23.e y 5.23.g).



(a)

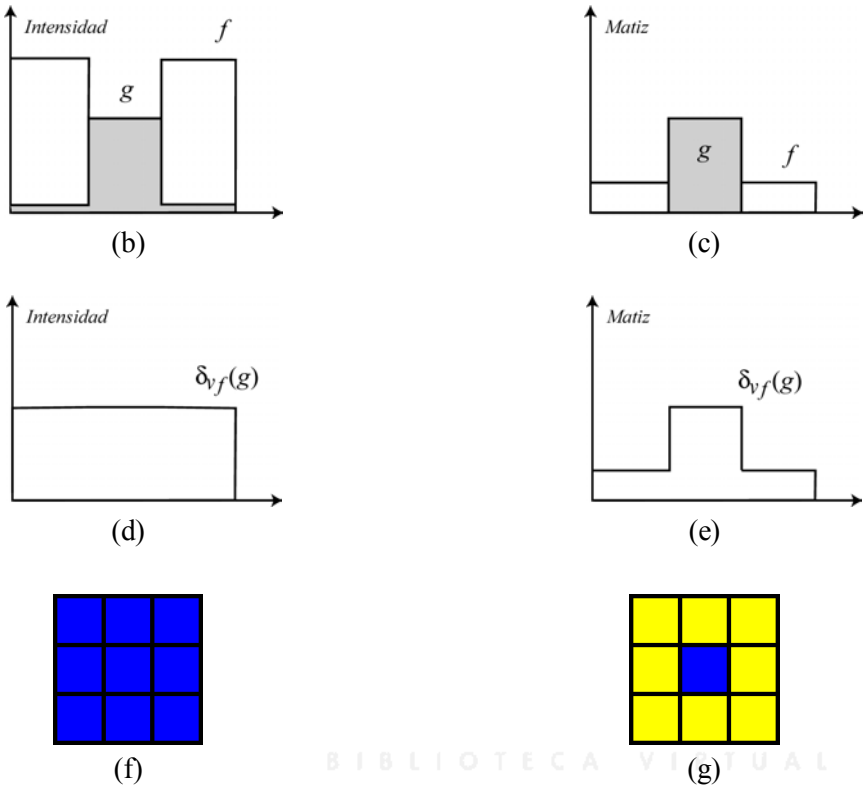


Figura 5.23. Dilatación geodésica vectorial de ventana 3x3. EE 3x3 (a) Imagen marcador cromático. (b) Relación de orden de intensidad entre máscara y marcador (sombreado). (c) Relación de orden de distancia de matiz entre máscara y marcador (sombreado). H_{ref}=0º. (d,f) Dilatación geodésica vect. con ord. lex. I→H→S. (e,g) Dilatación geodésica vect. con ord. lex. H→I→S.

5.6.2 Erosión vectorial geodésica

En la erosión geodésica vectorial se realiza la operación máximo vectorial entre una erosión vectorial y la máscara. Como ocurre en la dilatación geodésica, la operación de maximización en la que interviene la máscara debe ser vectorial. El máximo vectorial se determina con el mismo orden empleado en la erosión. Se define la erosión geodésica como:

$$\varepsilon_{v\,f}^{(1)}(g) = \varepsilon_{v}^{(1)}(g) \vee_{v} f \tag{5.32}$$

donde el marcador g y la máscara f mantienen la relación de orden: $o(g) \geq o(f)$. De esta manera se puede asegurar que:

$$g \vee_{v} f = g \tag{5.33}$$

Debido a la maximización vectorial, la erosión geodésica vectorial posee un orden mayor o igual la máscara:

$$o(\varepsilon_{v\,f}^{(1)}(g)) \geq o(f) \tag{5.34}$$

La erosión geodésica vectorial de tamaño *n* del marcador *g* con respecto a la máscara *f* se obtiene iterando *n* veces la operación:

$$\varepsilon_{v\,f}^{(n)}(g) = \varepsilon_{v\,f}^{(1)}\left[\varepsilon_{v\,f}^{(\mathrm{n-1})}(g)\right] \tag{5.35}$$

con la condición: $\varepsilon_{v\,f}^{(0)}(g) = g$.

La erosión geodésica vectorial es una operación antiextensiva. Directamente, por las propiedades de la erosión vectorial se tiene que:

$$o(\varepsilon_{v}^{(1)}(g)) \le o(g) \tag{5.36}$$

por (5.33) y (5.34):

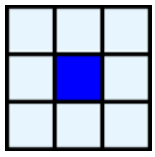
$$o(\varepsilon_{f}^{(1)}(g) \vee_{v} f) \le o(g \vee_{v} f) \tag{5.37}$$

$$o(\delta_{v\,f}^{(1)}(g)) \le o(g) \tag{5.38}$$

La erosión geodésica vectorial es una operación creciente. Como sucedía en la dilatación, para cualquier par de máscaras *f* y *f'*, tal que $o(f) \le o(f')$, y para los marcadores *g* y *g'*, con $o(g) \le o(g')$, si $o(g) \ge o(f)$ y $o(g)' \ge o(f')$ se tiene que:

$$o(\varepsilon_{v\,f}^{(1)}(g)) \le o(\varepsilon_{v\,f'}^{(1)}(g')) \tag{5.39}$$

La erosión geodésica vectorial de la sección de pixels de la figura 5.22.a se ilustra en la figura 5.24. El marcador empleado varía (figura 5.24.a), pues se exige que éste sea mayor o igual que la máscara. La relación entre los índices de orden del marcador de la figura 5.24.a y máscara de la figura 5.24.a se ilustra en las figuras 5.24.b y 5.24.c, respectivamente. En la reconstrucción por erosión, el valor de intensidad de la máscara frena la contracción del marcador en la ordenación lexicográfica I→H→S (figuras 5.24.d y 5.24.f). Cuando el orden está gobernado por la distancia de matiz el resultado de la erosión geodésica es idéntico al ofrecido por una erosión vectorial clásica (figuras 5.24.e y 5.24.g).



(a)

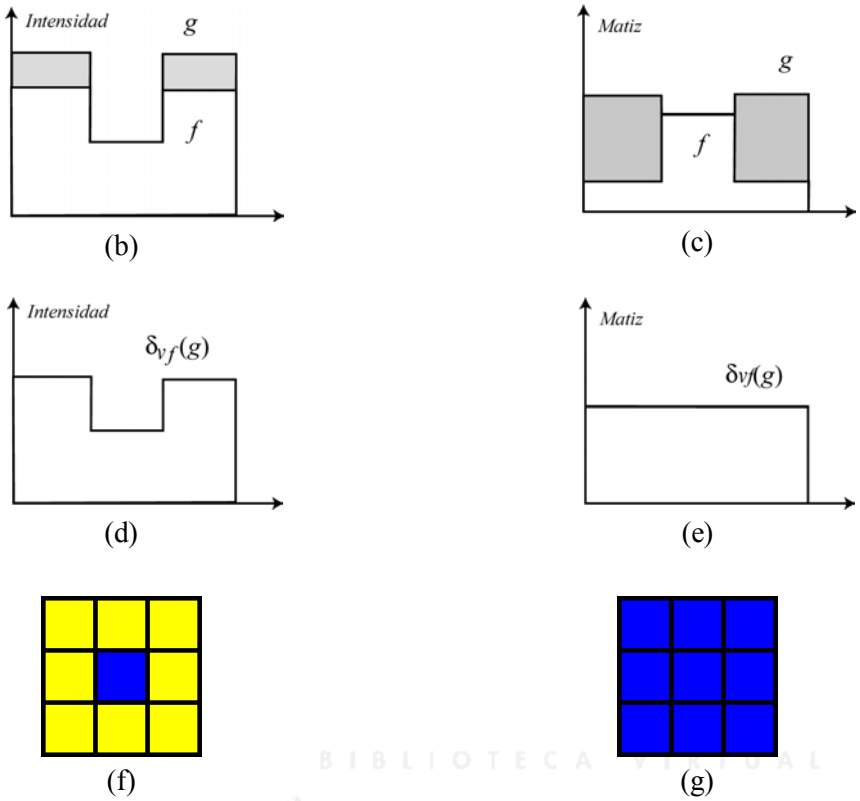


Figura 5.24. Erosión geodésica vectorial de ventana 3x3. (a) Imagen marcador cromático. (b) Relación de orden de intensidad entre máscara y marcador (sombreado). (c) Relación de orden de distancia de matiz entre máscara y marcador (sombreado). H_{ref}=0º. (d,f) Erosión geodésica vect. con ord. lex. I→H→S. (e,g) Erosión geodésica vect. con ord. lex. H→I→S.

5.6.3 **Reconstrucción geodésica vectorial**

Las dilataciones y erosiones geodésicas vectoriales convergen siempre después de haber sido iteradas en un número finito. La propagación del marcador en la dilatación geodésica siempre es frenada por la presencia de la máscara. Este freno se ejerce también en la contracción del marcador de la erosión geodésica. Los algoritmos de reconstrucción se basan en este principio.

La reconstrucción vectorial por dilatación de una imagen máscara en color f desde una imagen marcador en color g, ambas con el mismo dominio de definición y $o(g) \le o(f)$, se define como la dilatación geodésica vectorial de g con respecto a f hasta la estabilidad o idempotencia y se denota por $R_{vf}(g)$:

$$R_{v\,f}^{\delta}(g) = \delta_{v\,f}^{(n)}(g) \tag{5.40}$$

donde n es tal que $\delta_{v\,f}^{(n)}(g) = \delta_{v\,f}^{(n+1)}(g)$.

La reconstrucción vectorial por dilatación de una máscara en color desde un marcador en color posee las propiedades de una apertura algebraica, pues es una operación creciente, antiextensiva e idempotente.

La reconstrucción vectorial por erosión de una máscara en color *f* desde una imagen marcador en color *g*, ambas con el mismo dominio de definición y $o(g) \geq o(f)$, es igual a la erosión geodésica vectorial de *g* con respecto a *f* hasta la estabilidad:

$$R_v{}^{\varepsilon}{}_f(g) = \varepsilon_v{}_f^{(n)}(g) \tag{5.41}$$

La reconstrucción por erosión de la máscara en color *g* desde *f* es equivalente a la complementación, según el orden vectorial establecido, de la reconstrucción de **C***g*, desde **C** *f*:

$$R_v{}^{\varepsilon}{}_f(g) = \mathbf{C}\left[R_v{}^{\delta}{}_{\mathbf{C}f}(\mathbf{C}g)\right] \tag{5.42}$$

Tal y como se ha indicado anteriormente, la convergencia de la reconstrucción vectorial por dilatación o erosión es siempre a número finito de iteraciones. Este número depende directamente del tamaño de la imagen y del tamaño del elemento estructurante utilizado.

En la elección del marcador de las operaciones geodésicas se exige que éste guarde con la máscara una determinada relación de orden. En concreto, en la dilatación geodésica o en la reconstrucción por dilatación, el marcador para la imagen marcador *g* y máscara *f* deben cumplir que $o(g) \leq o(f)$. En las operaciones que involucran la erosión geodésica se tiene que $o(g) \geq o(f)$. En la práctica no es necesario que se esta propiedad se cumpla por completo, pues en el momento de realizar la primera dilatación vectorial se comprueba si el marcador es menor o igual a la máscara. En caso contrario, los valores del marcador se reducen al valor de *f* (figura 5.25) En la erosión geodésica sucede el mismo caso. Cuando el marcador posea valores menores a *f*, éstos se incrementan al mismo valor que presenta máscara.

A continuación, se muestran una serie de ejemplos que ilustran el proceso de reconstrucción geodésica vectorial para una secuencia de objetos cromáticos. Se presenta el orden como una señal que define un mapa topográfico en una imagen de color. Para reducir la complejidad, en los ejemplos se ha representado únicamente la magnitud de orden de la primera componente elegida como prioritaria en el método lexicográfico. Un orden total entre vectores asegura que índices de orden iguales correspondan a colores idénticos y que la reconstrucción sólo posea tonos de la máscara o del marcador. El orden lexicográfico inducido en cada caso determina el resultado final y la propagación de uno u otro color presente en la secuencia cromática.

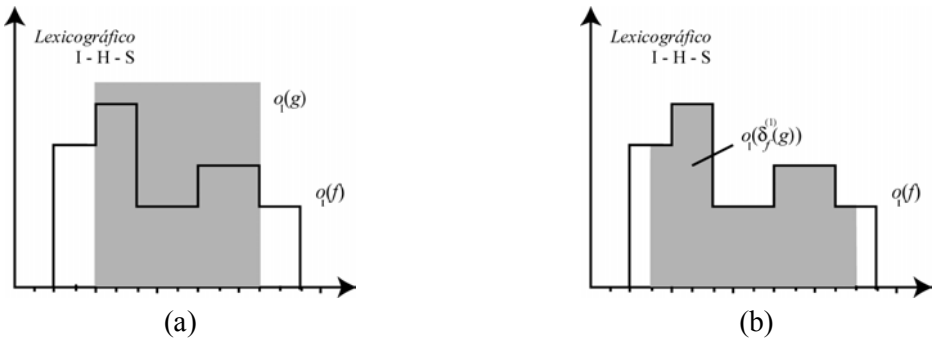
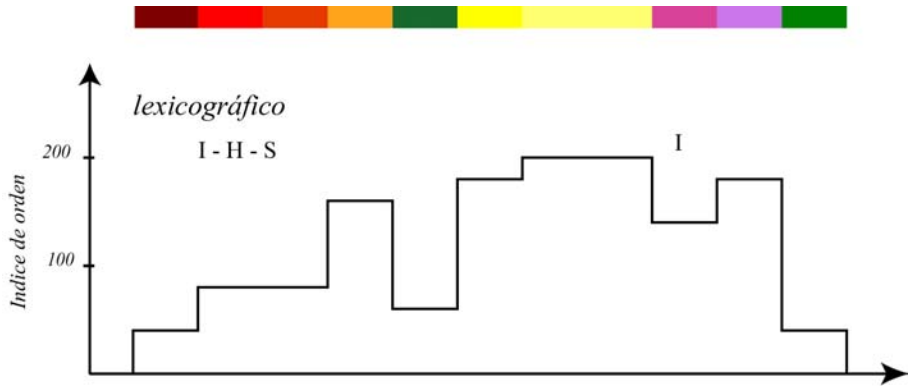


Figura 5.25. Reducción del marcador en la reconstrucción por dilatación.

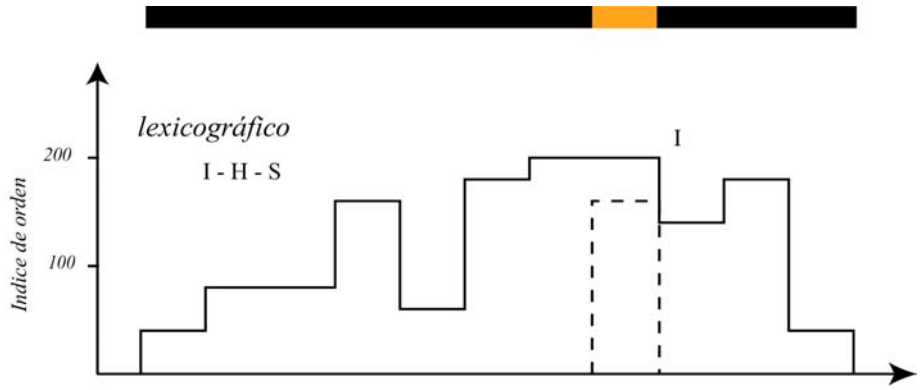
Las operaciones de reconstrucción geodésica vectorial implementadas, y que constituyen una aportación importante de la presente Tesis Doctoral se dividen en las dos orientaciones de retículo planteadas en esta memoria:

- Reconstrucción geodésica vectorial por dilatación.
    - Retículo orientado a intensidad.
    - Retículo orientado a matiz.
- Reconstrucción geodésica vectorial por erosión.
    - Retículo orientado a intensidad.
    - Retículo orientado a matiz.

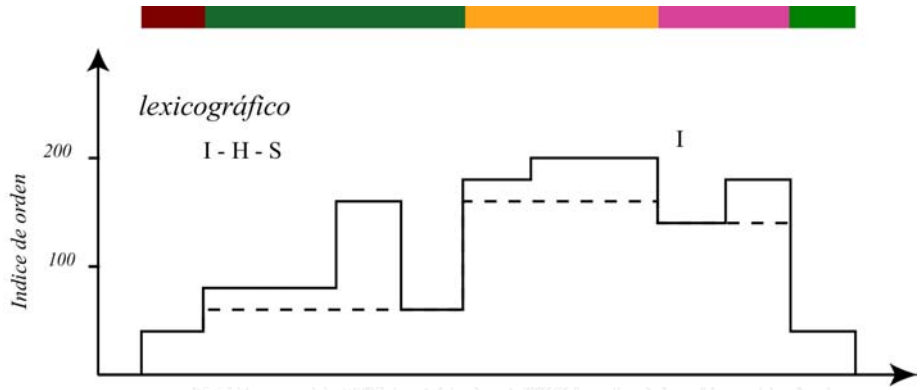
En la figura 5.26 se ilustra la propagación del marcador en función de un retículo orientado a intensidad. Nótese que el índice de orden resultante en la reconstrucción se corresponde con colores ya existentes. En la figura 5.27 se presentan los resultados del retículo orientado a matiz (ínfimo definido en 0º). El marcador se define con puntos de matiz rojizo (distancia cero, marcador nulo) y anaranjado, cuyo índice de orden se propaga por debajo del índice de orden de la máscara. La información secundaria de intensidad se emplea en este caso para decidir la propagación del objeto violeta frente al naranja, pues ambos poseen idéntica distancia de matiz. En las figuras 5.28 y 5.29 se muestra la reconstrucción vectorial por erosión con ordenación lexicográfica I→H→S y H→I→S, respectivamente. Nótese que la imagen marcador empleada en los ejemplos varía por la exigencia de orden entre el marcador y la máscara. En el retículo orientado a matiz se define un marcador azulado, con índice de orden superior al de la máscara, y naranja, con índice de orden igual que el que presenta la máscara.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.26. Reconstrucción geodésica vectorial por dilatación. Ordenación lexicográfica sobre HSI controlada por intensidad. (a) Señal original. (b) Imposición de marcador. (c) Resultado de reconstrucción.

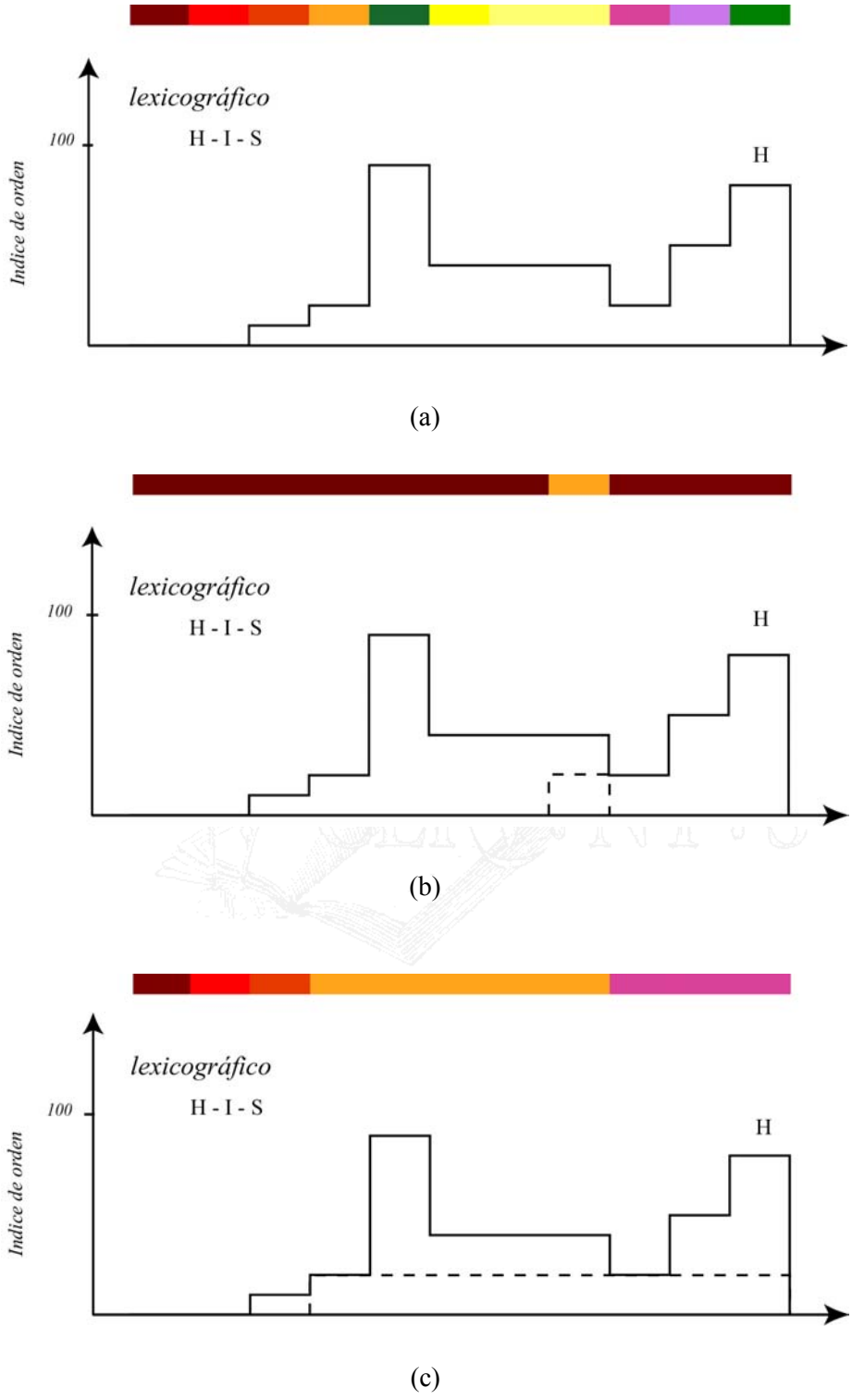


Figura 5.27. Reconstrucción geodésica vectorial por dilatación. Ordenación lexicográfica sobre HSI controlada por distancia de matiz. (a) Señal original. (b) Imposición de marcador. (c) Resultado de reconstrucción.

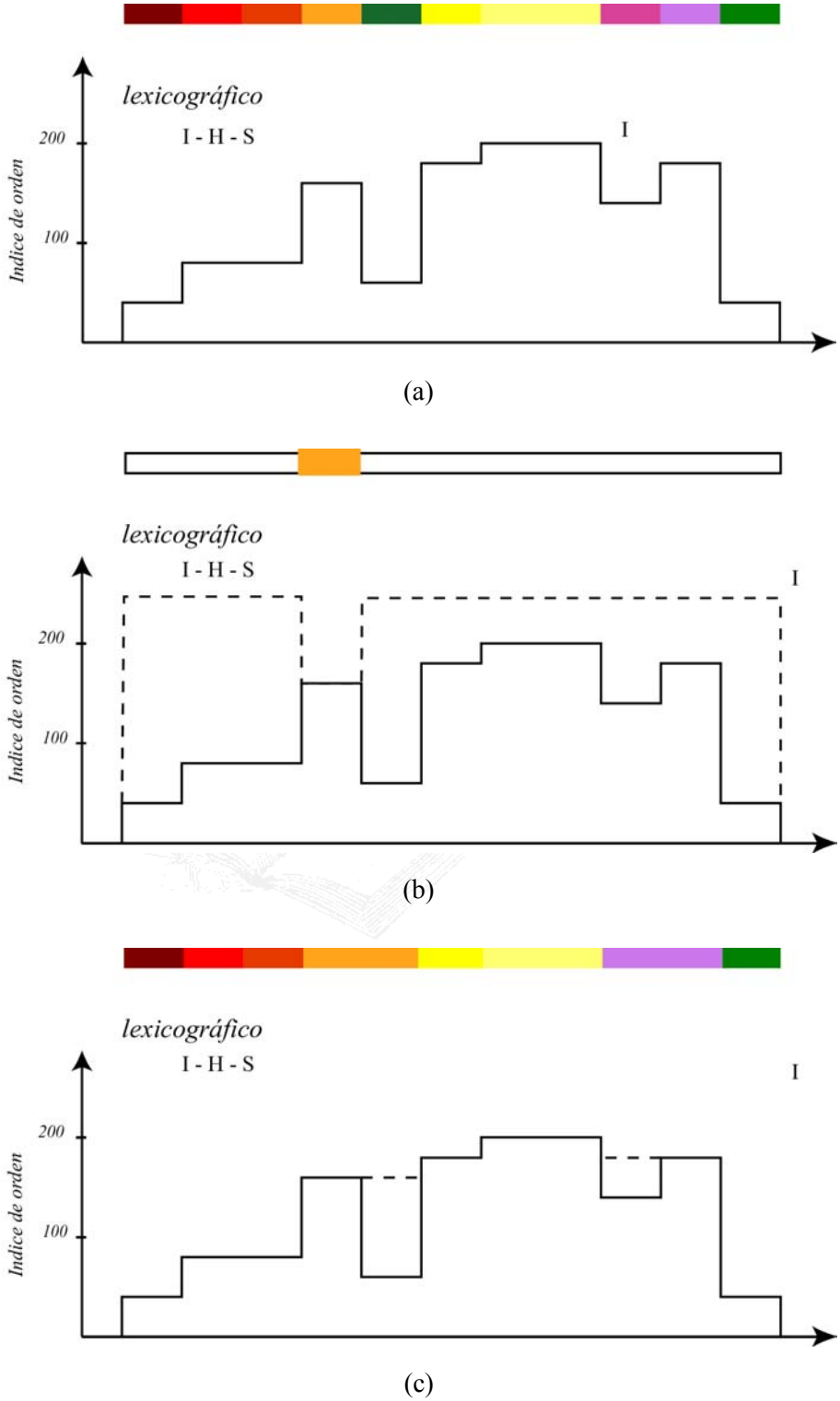


Figura 5.28. Reconstrucción geodésica vectorial por erosión. Ordenación lexicográfica sobre HSI controlada por intensidad. (a) Señal original. (b) Imposición de marcador. (c) Resultado de reconstrucción.

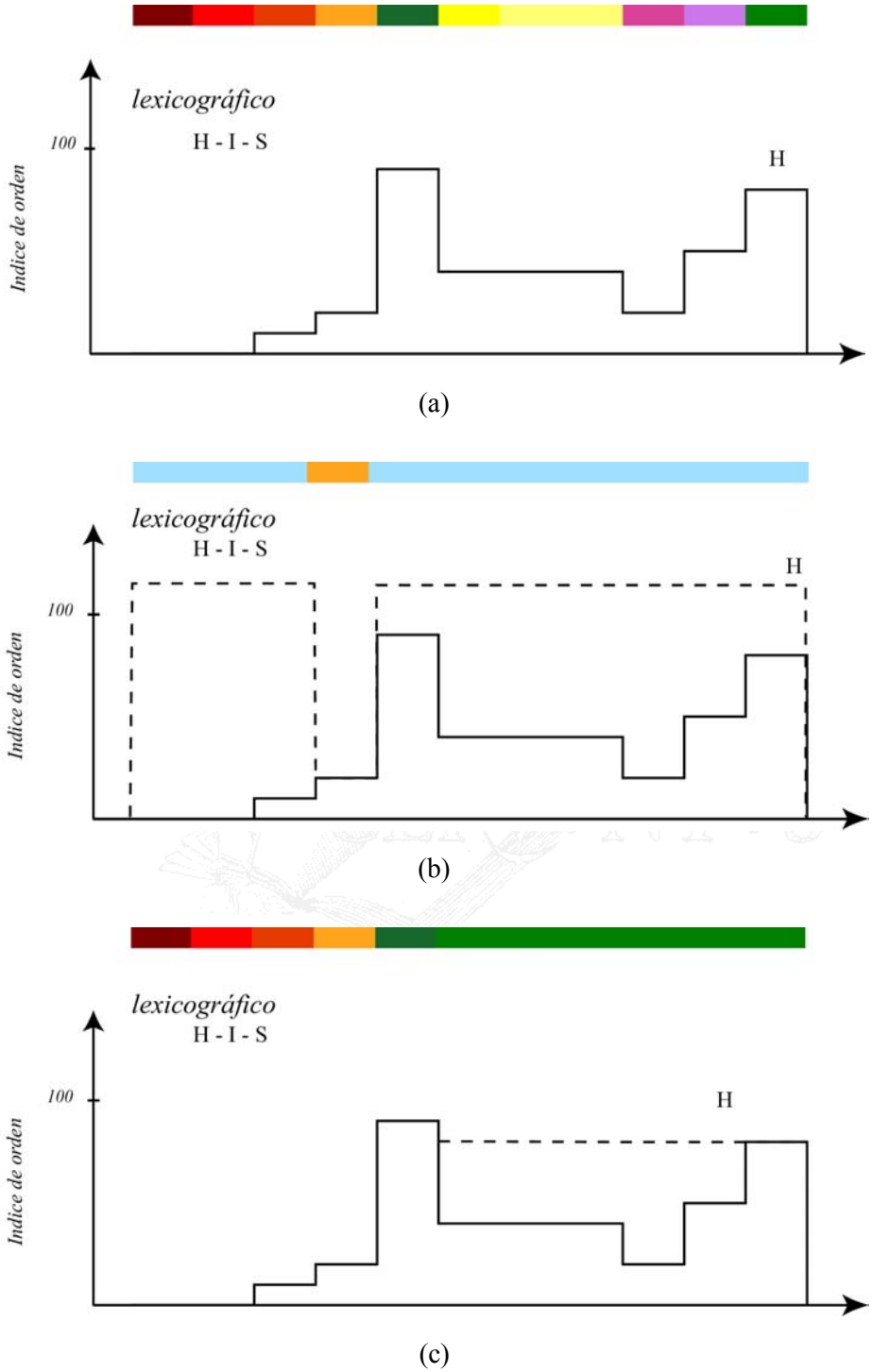
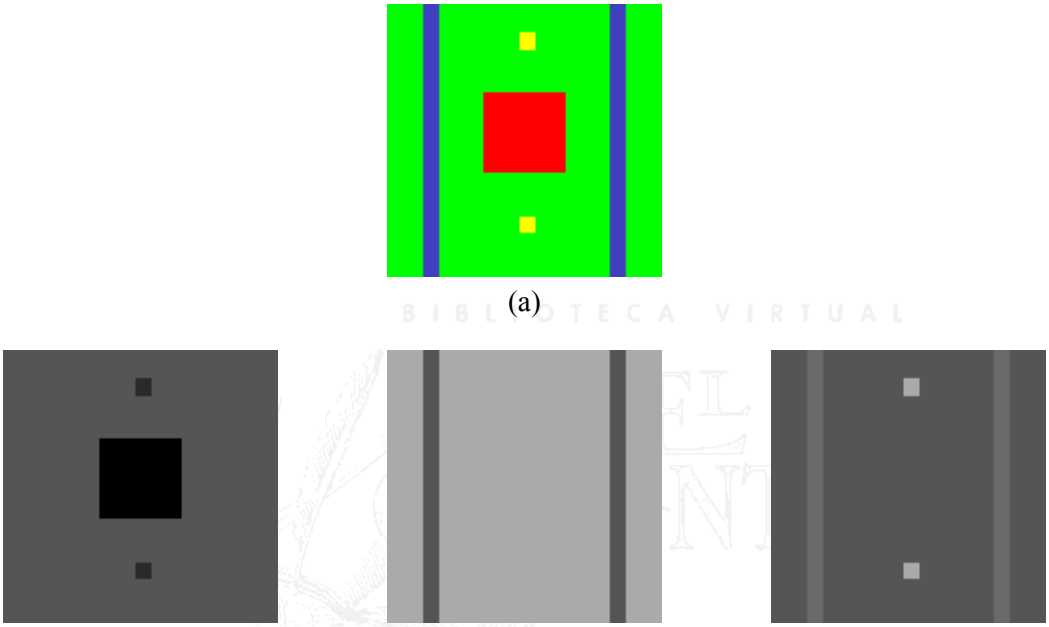


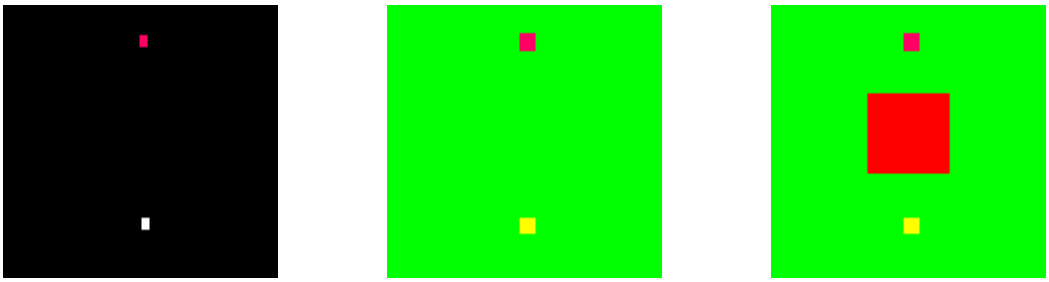
Figura 5.29. Reconstrucción geodésica vectorial por erosión. Ordenación lexicográfica sobre HSI controlada por distancia de matiz. (a) Señal original. (b) Imposición de marcador. (c) Resultado de reconstrucción.

A continuación, se muestran los resultados de la reconstrucción vectorial por dilatación en imágenes de color. En el primer ejemplo se realiza la reconstrucción vectorial de la imagen sintética de la figura 5.30.a. La descomposición en mapas individuales del espacio HSI se ilustra en las figuras 5.30.b, 5.30.c y 5.30.d. No todos los objetos cromáticos pueden ser reconocidos con una única señal. Esta circunstancia influirá en el resultado de la reconstrucción cromática. En la figura 5.31 presenta la imagen marcador elegida (figura 5.31a) y el resultado de propagar el marcador con información de orden de intensidad (figura 5.31.b) o con información de orden lexicográfica I→H→S (figura 5.31.c). La distancia de matiz permite frenar el progreso del marcador e identificar el objeto central de la imagen.



(a) (b) (c) (d)

Figura 5.30. Imagen sintética en color, espacio HSI. (a) imagen cromática. (b) Mapa de distancia de matiz. (c) Mapa de saturación. (d) Mapa de intensidad.



(a) (b) (c)

Figura 5.31. Reconstrucción cromática por dilatación. (a) Imagen marcador. (b) Propagación del marcador en la máscara según el orden de intensidad. (c) Propagación del marcador en la máscara según el orden I→H→S.

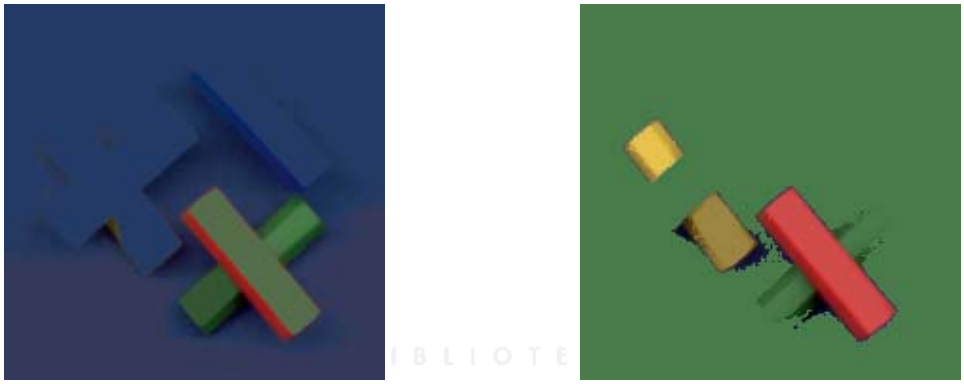
Es evidente que la señal de orden empleada en la operación geodésica determinará el resultado. Se muestra en el siguiente ejemplo la diferencia entre la reconstrucción vectorial por dilatación de una imagen cromática cuando se utiliza, en un primer caso, el retículo orientado a intensidad y cuando se hace uso del retículo orientado a matiz. En las figuras 5.32 y 5.33 se muestran la máscara y el marcador elegidos, respectivamente. La imagen marcador define en la posición del objeto verde de la máscara su mayor luminosidad, se intentará destacar este objeto respecto a los demás presentes en la escena. El resto de la imagen marcador permanece con intensidad reducida y matiz rojizo (ínfimo de matiz). La primera dilatación geodésica cromática de la reconstrucción reducirá el índice de orden del marcador en aquellas zonas en la que supere al valor de orden de la máscara. Los diferentes niveles en los índices de orden prioritarios de la ordenación lexicográfica producirán distintos resultados.

Figura 5.32. Imagen cromática original.

Figura 5.33. Marcador cromático para reconstrucción por dilatación.

La reconstrucción cromática por dilatación de la máscara de la figura 5.32 desde el marcador definido en la figura 5.33 y realizada con ordenación I→H→S se ofrece en figura 5.34.a. La intensidad luminosa del objeto roja es muy similar a la que presenta el verde, lo que ha permitido la propagación del marcador en su interior. En la figura 5.34.b se presenta la reconstrucción vectorial guiada por orden lexicográfico H→I→S (matiz de referencia definido en 0º). La propagación del marcador en el interior de la máscara es diferente, pues la

conectividad de las zonas planas de la máscara es desigual al variar el orden vectorial empleado. Los objetos que poseen un valor de señal mayor que el que se está propagando quedan invadidos por la tonalidad que progresa en la dilatación vectorial. La distancia de matiz del fondo azul en la imagen es mayor que la que presenta el objeto verde, de este modo, el marcador situado inicialmente en este objeto progresa sin limitación en el resto de la imagen. El único freno se produce en el objeto amarillo, pues su distancia de matiz es menor que la del marcador. Este resultado sirve para recordar que en la reconstrucción cromática es fundamental la elección correcta de los índices de orden y su prioridad, para obtener unos u otros resultados.

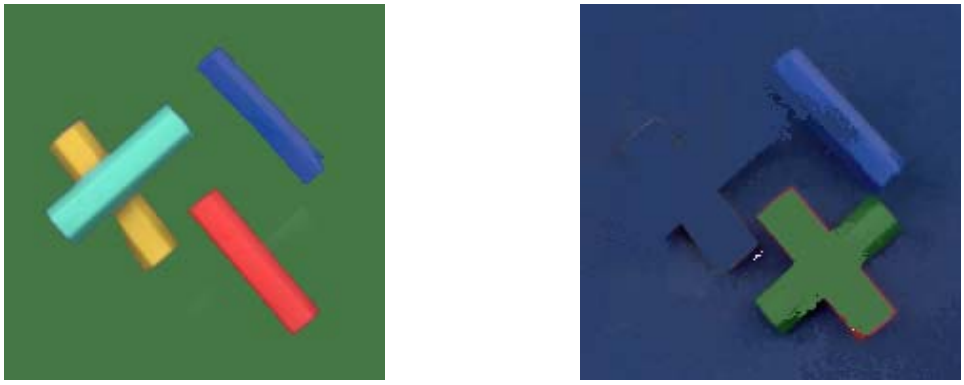


(a) (b)

Figura 5.34. Reconstrucción vectorial por dilatación de Fig. 5.32 desde el marcador cromático de la figura 5.33. (a) Reconstrucción guiada por intensidad. (b) Reconstrucción guiada por matiz.

En la figura 5.35 se ofrece el marcador empleado en la reconstrucción por erosión. La contracción del marcador por la máscara en la ordenación I→H→S impulsa la expansión de la zona plana del objeto verde por todo el fondo de la imagen (figura 5.36.a). Con esta ordenación el objeto verde no ha sido resaltado del entorno, sino que ha sido confundido con él. Con el orden H→I→S se consigue una mejoría en los resultados, si bien, el objeto rojo también es invadido por la cromaticidad del verde. (figura 5.36.b). La menor definición del mapa de matices respecto al de intensidades explica las discontinuidades de la imagen.

Figura 5.35. Marcador cromático para reconstrucción por erosión.



(a) (b)

Figura 5.36. Reconstrucción vectorial por erosión de Fig. 5.32 desde el marcador cromático de la figura 5.33. (a) Reconstrucción guiada por intensidad. (b) Reconstrucción guiada por matiz.

Apertura y cierre por reconstrucción en color

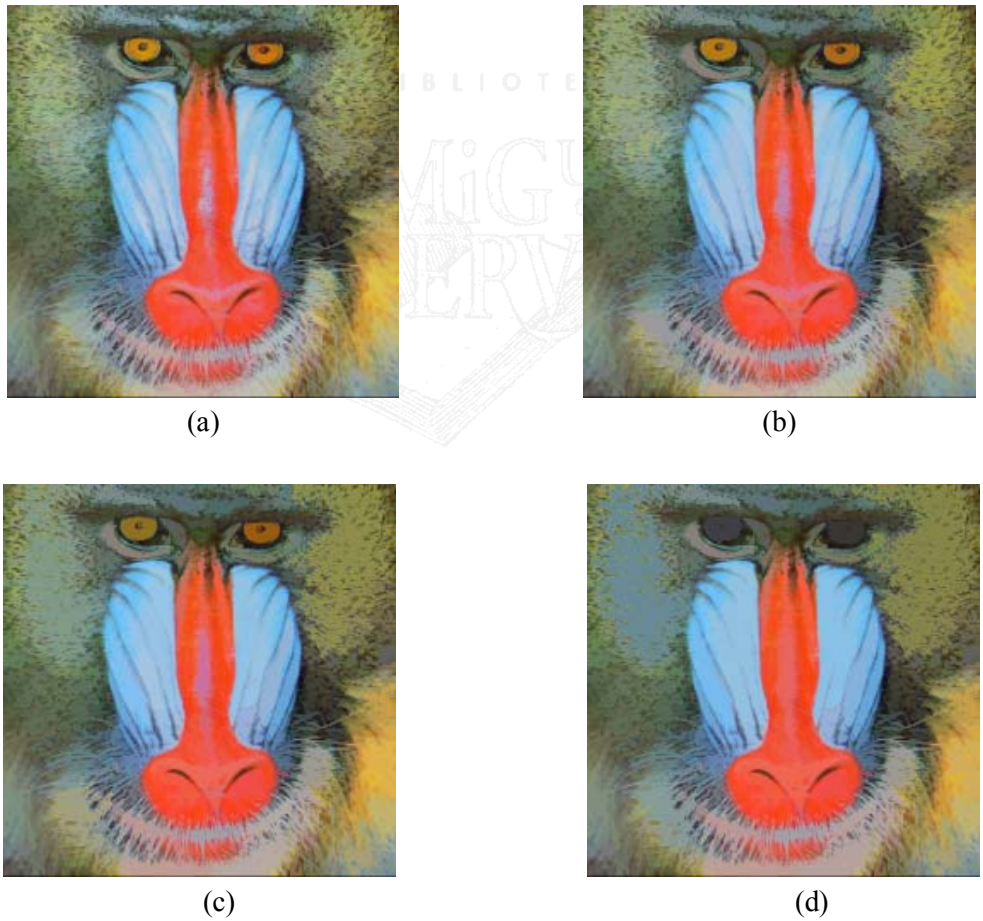
La apertura por reconstrucción cromática de tamaño n de una imagen en color f es definida como la reconstrucción vectorial por dilatación de f (máscara) a partir de la erosión vectorial de tamaño n de f (marcador):

$$\gamma_{v}{}_{R}^{(n)}(f) = R_{v}{}_{f}^{\delta}\left[\varepsilon_{v}{}^{(n)}(f)\right] \tag{5.43}$$

La operación de apertura por reconstrucción es interesante porque extrae, mediante una operación morfológica, la imagen marcador directamente de la máscara cromática. Concretamente el marcador proviene de la erosión vectorial clásica efectuada con un elemento estructurante de tamaño determinado. Esto asegura la no introducción de nuevas cromaticidades en el resultado. El tamaño del elemento estructurante determina la forma y estructura del marcador y, consecuentemente, el resultado de la reconstrucción. El empleo de elementos estructurantes de tamaño creciente forma una pirámide de operadores conexos por reconstrucción [Serra, 1995]. El número de zonas planas en las imágenes reconstruidas disminuye según aumenta el tamaño del elemento estructurante.

En el siguiente ejemplo se muestra el efecto del proceso de reconstrucción piramidal en una imagen cromática. A la imagen cromática de la figura 5.37 se le aplican aperturas por reconstrucción con ordenación lexicográfica α-lex $I \rightarrow H \rightarrow S$, con α=5. Este valor es suficiente para disminuir el elevado uso de la intensidad frente al matiz en la ordenación vectorial. Los elementos estructurantes elegidos son cuadrados y planos de tamaño creciente: 3x3, 5x5, 7x7, 9x9, 11x11 y 13x13. La propagación del marcador se realiza con 8-conectividad. El efecto de la pirámide de operador conexo 'apertura por reconstrucción' es la reducción de zonas planas en la imagen cromática original o el aumento del área de las zonas que se conservan. Este efecto se puede observar en las figuras 5.38 y 5.39. Las zonas planas aumentan su tamaño. En el gráfico de la figura 5.40 se muestra la evolución del área ocupada por las zonas planas presentes en la imagen con 8-conectividad. En este caso, las zonas planas están formadas por pixels con el mismo índice de orden vectorial en un entorno de vecindad 3x3.

Figura 5.37. Imagen cromática de 'Mandrill'.



(a) (b)

(c) (d)

Figura 5.38. Pirámide de reconstrucción morfológica. Apertura por reconstrucción vectorial controlada por α-lex $I \rightarrow H \rightarrow S$, con $\alpha=5$. Elemento estructurante de tamaño 3x3 (a), 5x5 (b), 7x7 (c) y 9x9 (d).

(a) (b)

Figura 5.39. Pirámide de reconstrucción morfológica (continuación). Apertura por reconstrucción vectorial controlada por α-lex I→H→S, con α=5. Elemento estruc. de tamaño 11x11 (a) y 13x13 (b).

El cierre por reconstrucción se define por dualidad y se corresponde con la erosión geodésica hasta la idempotencia de la imagen dilatada:

$$\varphi_{v}{}_{R}^{(n)}(f) = R_v{}^{\varepsilon} f\left[\delta_v{}^{(n)}(f)\right] \tag{5.44}$$

BIBLIOTECA VIRTUAL

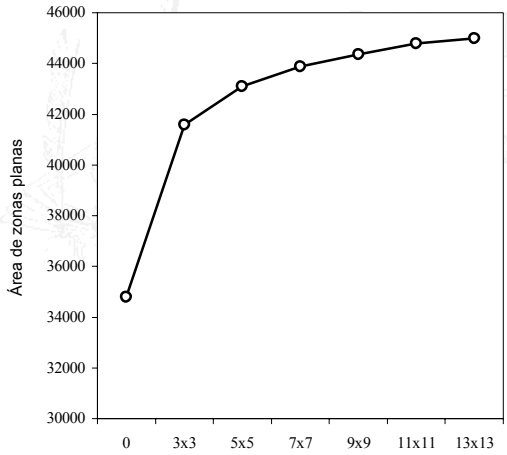


Figura 5.40. Evolución del área de las zonas planas con 8-conectividad en pirámide de reconstrucciones.

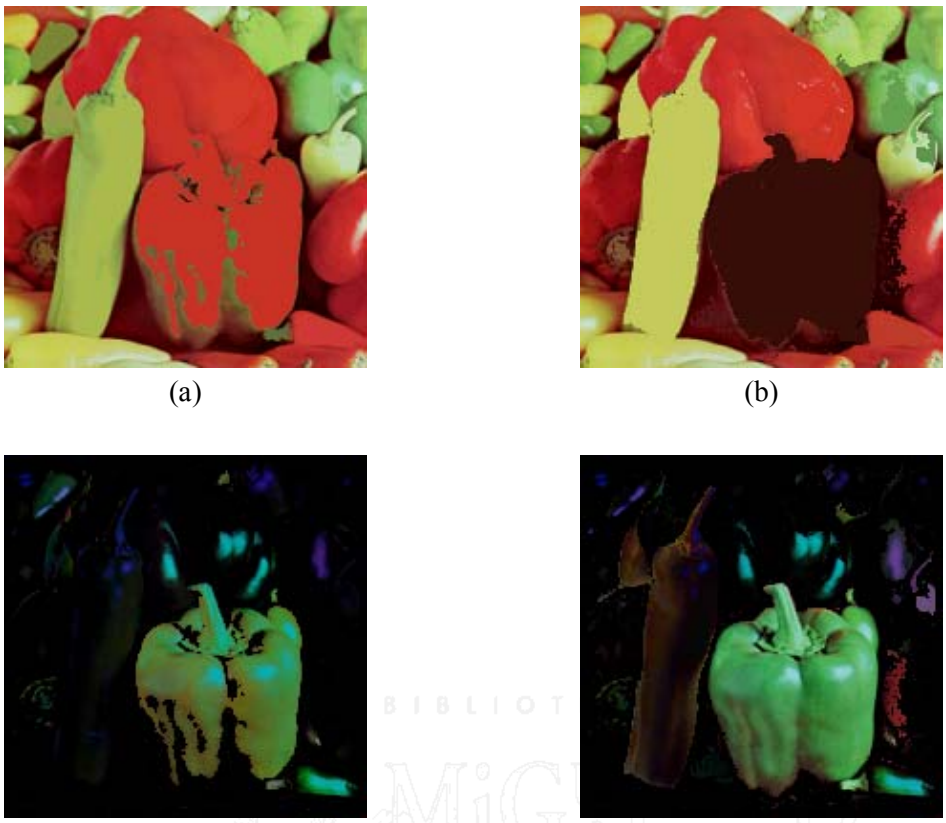
Una aplicación interesante en geodesia se presentó en el apartado 5.5.2, la eliminación de elementos que tocan el borde de una imagen. En imágenes de escala de grises se consigue, más bien una atenuación, frente a la eliminación completa de los objetos, pues el concepto de conectividad varía y los diferentes niveles de zonas planas pueden llegar a propagar la conectividad a gran parte de los objetos de la imagen. En imágenes de color se tendrá el mismo caso que en escala de grises. Se muestra en la figura 5.41 la imagen 'Peppers' en la que se desea atenuar los objetos que tocan el borde. Por la distribución cromática de la imagen se observa que la mayor parte de las formas permanecen conectadas al borde.

Figura 5.41. Imagen cromática 'Peppers'.

La reconstrucción geodésica vectorial por dilatación de la imagen máscara 'Peppers', desde el marcador definido como la línea de tamaño de un píxel que permanece unida al borde de la imagen, se ha realizado con las ordenaciones lexicográficas α-lex I→H→S y H→I→S. En ambos casos, el factor de peso α se ha establecido en 5. Se define la actuación del operador geodésico con 4-conectividad. En la figura 5.42.a se presenta la reconstrucción realizada con el retículo orientado a intensidad. La conectividad del retículo orientado a matiz produce los resultados de la figura 5.42.b. Los objetos que tocan el borden son reconstruidos, por lo que la operación diferencia entre la imagen original y las procesadas los eliminarán o atenuarán fuertemente. Los residuos de diferencia entre la imagen original y la imagen reconstruida por orden α-lex I→H→S y H→I→S se muestran en las figuras 5.42.c y 5.42.d, respectivamente.

Al igual que en resto de residuos cromáticos presentados en esta memoria, es obvia la aparición de nuevas cromaticidades en la operación de diferencia. En los resultados, se observa como la señal de matiz es clave para romper la conectividad que propaga la dilatación al centro de la imagen. Concretamente, la diferencia de matiz del pimiento verde central, respecto a su contorno, permite recuperar fielmente el objeto. En este caso, el retículo orientado a matiz mejora los resultados del retículo orientado a intensidad.

Un estudio interesante relacionado con la operación de reconstrucción cromática y que constituye una aportación más de esta Tesis Doctoral es el relativo al uso de las señales de intensidad, matiz y saturación en la nueva ordenación lexicográfica α-lex, por factor de peso α y según el número de iteración n de la dilatación geodésica vectorial de la imagen marcador g, con respecto a la máscara f, hasta la idempotencia o estabilidad, $\delta_{v\,f}^{(n)}(g)$. Tal y como se presentó en el capítulo cuarto de esta Tesis Doctoral, la variación del factor de peso de la ordenación α-lex reduce la participación de la señal prioritaria en favor de la segunda componente del orden. En las figuras 5.43 y 5.44 se observa la evolución del porcentaje de uso de señales del espacio HSI, por iteración de la reconstrucción geodésica del ejemplo anterior (eliminación de objetos que tocan el borde). Los valores corresponden a la ordenación α-lex I→H→S, con α=5, 10, 20, 50 y 100.



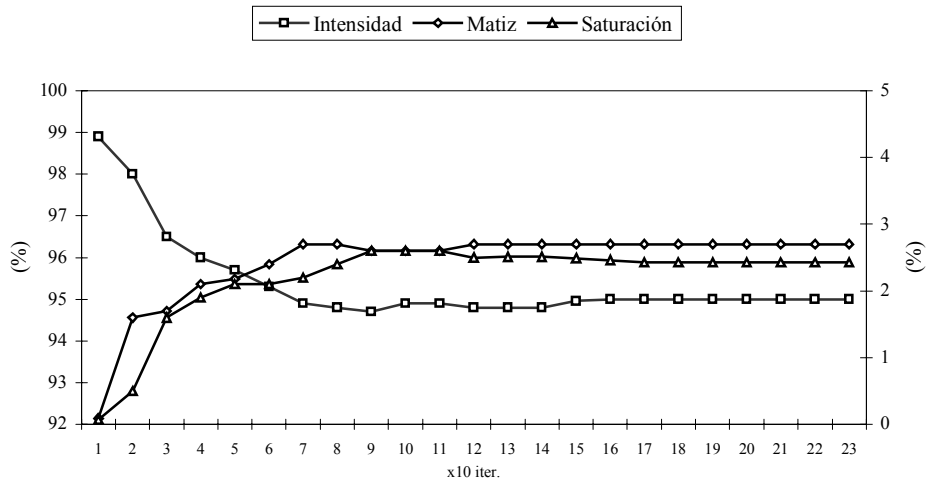
(a) (b)

(c) (d)

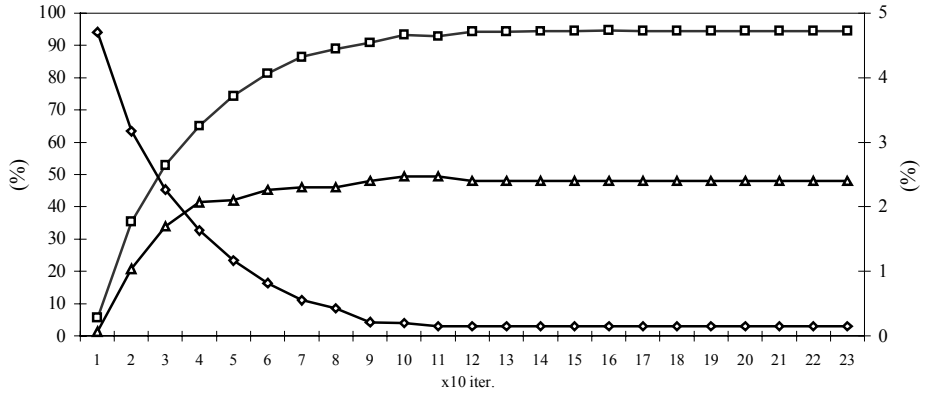
Figura 5.42. Atenuación de objetos que tocan el borde. Reconstrucción geodésica vectorial por dilatación controlada por α-lex I$\rightarrow$H$\rightarrow$S (a), y H$\rightarrow$I$\rightarrow$S (b). Residuo diferencia entre la imagen original y el retículo orientado a intensidad (c), y matiz (d).

En las gráficas se puede observar como la evolución en la utilización de señales, según el factor de peso α de la ordenación α-lex, tiende a estabilizarse cuando la cantidad de iteraciones de la dilatación geodésica realizadas ha permitido al marcador propagarse y ocupar una parte considerable de la imagen máscara original. En este ejemplo, la cantidad de iteraciones necesarias hasta llegar a la idempotencia fue de 232. En todos los casos, a partir de 160 iteraciones se consiguió la estabilidad de las señales. Cuando el factor α aumenta las primeras iteraciones de la reconstrucción presentan un reducido uso de la intensidad frente al matiz, que destaca respecto al resto de señales. El porcentaje de uso de señales en la reconstrucción por erosión presentó un comportamiento similar al mostrado en la reconstrucción por dilatación.

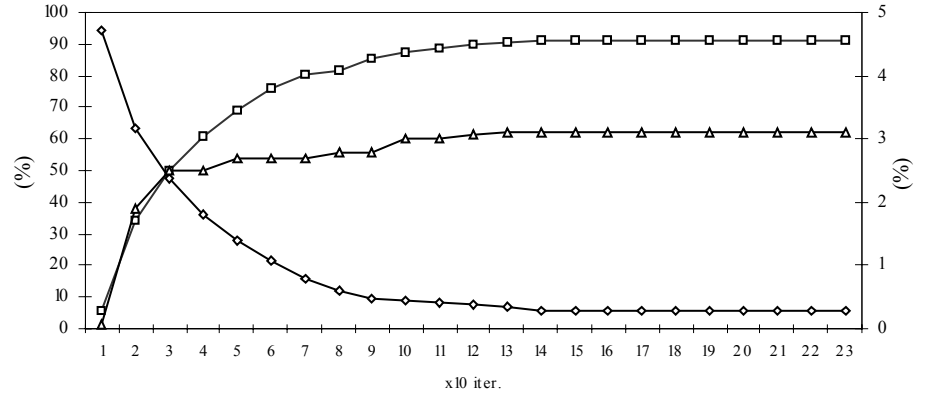
En el capítulo sexto de esta Tesis Doctoral se presentan una serie de aplicaciones de la geodesia y, más concretamente, de la apertura por reconstrucción para la segmentación, la atenuación de brillos y la eliminación de ruido gausiano en imágenes cromáticas.



(a)

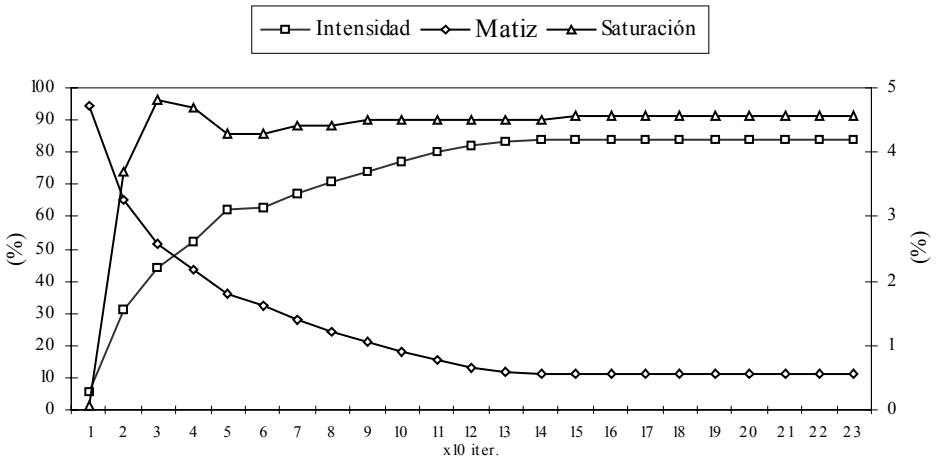


(b)

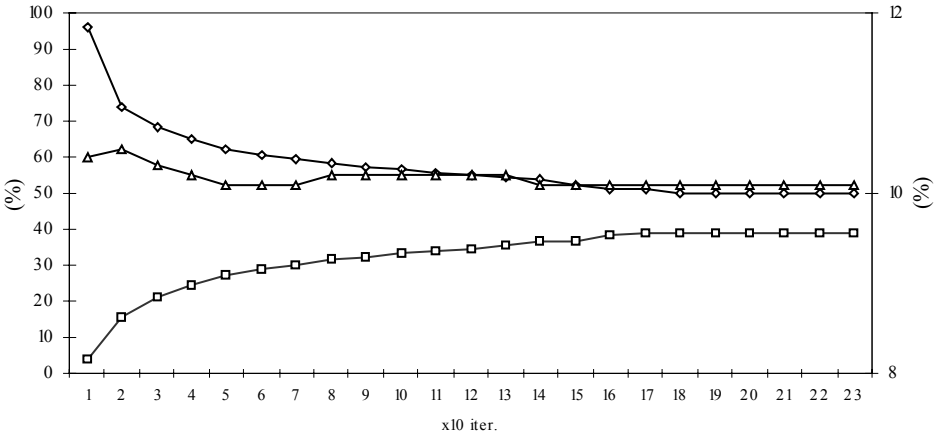


(c)

Figura 5.43. Evolución de uso de señales *I*, *S*, y *H* en iteraciones de la reconstrucción geodésica vectorial por dilatación. Intensidad y distancia de matiz en rango [0,100], saturación en rango [0,5]. (a) Ordenación vectorial α-lex, α=5. (b) Ordenación vectorial α-lex, α=10. (c) Ordenación vectorial α-lex, α=20.



(a)



(b)

Figura 5.44. Evolución de uso de señales *I*, *S*, y *H* en iteraciones de la reconstrucción geodésica vectorial por dilatación (continuación). Intensidad y distancia de matiz en rango [0,100]. (a) Ordenación vectorial α-lex, α=50. Saturación en rango [0,5]. (b) Ordenación vectorial α-lex, α=100. Saturación en rango [8,12].

5.6.4 Watershed en color

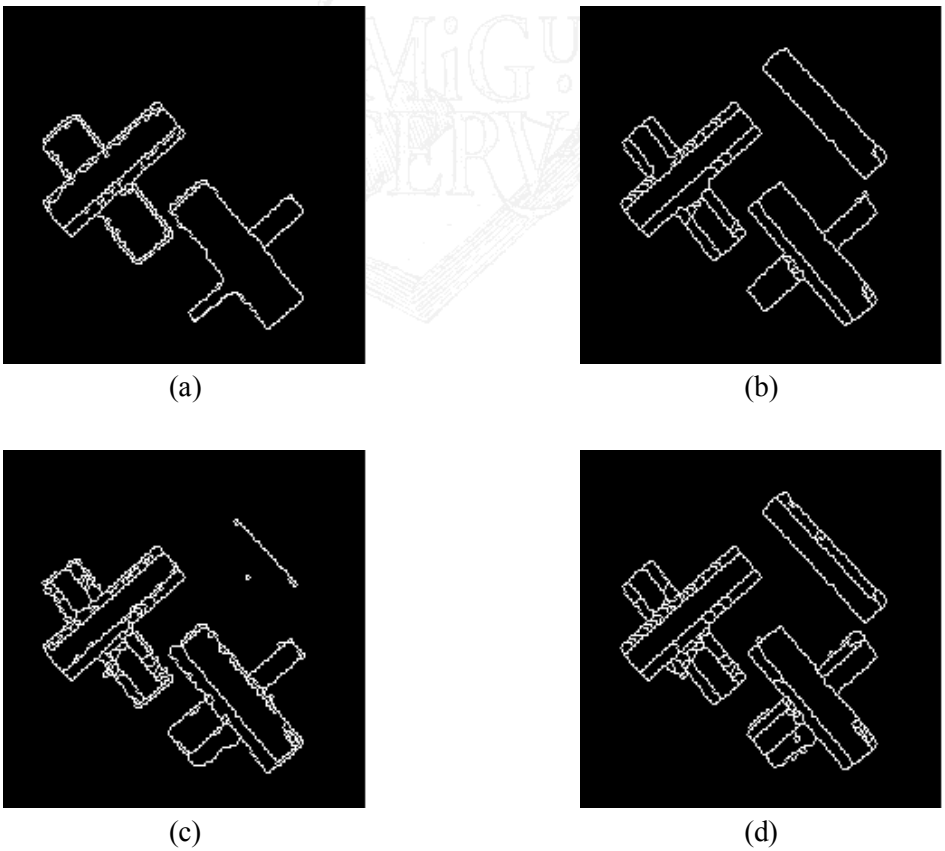
El proceso de watershed para imágenes cromáticas puede afrontarse desde diversos enfoques. El empleo de información cromática en el proceso de watershed es posible por ejemplo, calculando el watershed en cada una de las señales cromáticas y combinar después los resultados [Saarinen, 1994]. Otra posibilidad es calcular el watershed directamente sobre la imagen de color, en este sentido, F. Meyer, en [Meyer, 1992], propone un algoritmo de watershed para segmentar imágenes mediante el crecimiento de regiones. El crecimiento de regiones se inicia a partir de marcadores obtenidos por la selección de todos los mínimos del gradiente de color. Una función de distancia determina la presencia de los pixels cromáticos en una u otra región.

Otros trabajos presentados en [Belhomme, 1997], [Elmoataz, 1996], [Salembier, 1996] y [Lezoray, 2000] han modificado y optimizado el método de Meyer, variando la función de distancia para mejorar la precisión del algoritmo.

En [Vanhammel, 2000] se discute una técnica de watershed que emplea el operador de laplaciana morfológico como imagen fuente de segmentación.

A continuación, se muestra una aproximación del proceso de watershed aplicado a imágenes en color. La imagen utilizada se muestra en la figura 5.32, en la que se distinguen diferentes objetos cromáticos. Se procede al cálculo de gradientes morfológicos por erosión vectorial, implementados con información procedente de preordenes de intensidad y distancia de matiz (matiz de referencia en 0º), y ordenes lexicográficos I→H→S y H→I→S. Las imágenes de gradiente utilizadas se tienen en la figura 4.60 del capítulo cuarto de esta Tesis Doctoral. El mapa de gradiente cromático calculado con los ordenes anteriores se traslada a un escalar. Para asegurar la máxima presencia de contornos se calcula la señal *V* (valor máximo de canales RGB) del espacio de color HSV. En esta imagen se realiza una reducción de los mínimos, obtenidos por (5.19), para evitar la sobresegmentación del watershed original, imponiendo una profundidad mínima regional igual a 10. El resultado del proceso de watershed se presenta en la figura 5.45.

BIBLIOTECA VIRTUAL



(a) (b)

(c) (d)

Figura 5.45. Watershed aplicado a partir de la combinación de gradientes cromáticos. Watershed procedente de gradiente calculado con (a) preorden de distancia de matiz, (b) preorden de intensidad, (c) orden H→I→S y (d) orden I→H→S.

El watershed correspondiente al gradiente realizado con información de matiz no consigue la segmentación correcta de todos lo objetos de la imagen original. Concretamente, el objeto azul no es identificado, pues su contorno apenas difiere del entorno en el que se ubica según la señal de matiz. El watershed correspondiente al gradiente de intensidad logra una mayor identificación de las formas de la imagen, si bien, parte del objeto azul queda fuera de la segmentación. El gradiente por intensidad apenas identifica la zona omitida por la sombra que suaviza el contorno. El watershed del gradiente calculado con ordenación lexicográfica $H \rightarrow I \rightarrow S$ permite definir identificar formas internas de los objetos que no era posible distinguir con la información del mapa de matiz. Sin embargo, el objeto azul sigue sin ser seleccionado por la línea de separación de aguas. El orden lexicográfico clásico utilizado, con un 69% de información procedente de matiz, frente al 25,1% de intensidad y 5,9% sigue confundiendo el objeto con el fondo al presentar ambos idéntico matiz. Es el watershed correspondiente al gradiente de información $I \rightarrow H \rightarrow S$ el que permite la mayor selección de objetos y formas de la imagen original. En particular, el objeto verde es identificado por completo así como la pendiente del objeto azul.

Marcos d'Ornellas en [d'Ornellas, 2000] y [d'Ornellas, 2001] resume las aproximaciones válidas para el proceso de watershed cromático. Concretamente:

a) Imagen en color $\rightarrow$ Gradiente en color $\rightarrow$ Combinación de canales $\rightarrow$ Establecer marcadores $\rightarrow$ Wathersed.

b) Imagen en color $\rightarrow$ Combinación de canales $\rightarrow$ Gradiente $\rightarrow$ Establecer marcadores $\rightarrow$ Wathersed.

c) Imagen en color $\rightarrow$ Gradiente en color $\rightarrow$ Establecer marcadores $\rightarrow$ Watershed.

La aplicación desarrollada por d'Ornellas se basa en la tercera vía, es decir, en el procesamiento directo en color calculando, sobre la imagen de partida, un particular gradiente cromático basado en la adicción de un top hat por apertura al valor del gradiente simétrico.

Para evitar la sobresegmentación del watershed se propondrá, en el capítulo sexto de esta Tesis Doctoral, el uso de los algoritmos de reconstrucción geodésica. De este modo, se logrará una simplificación de la imagen cromática que permitirá eliminar gran cantidad de mínimos parasitarios en la escena original.

Capítulo 6

Aplicaciones

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

6.1 Introducción

En este capítulo se presentan diferentes aplicaciones de la reconstrucción geodésica en color para el análisis y procesamiento de imágenes. En particular, las operaciones geodésicas se han implementado con las dos orientaciones de retículo sobre HSI planteadas en esta Tesis Doctoral:

- Retículo orientado a matiz, (H→I→S).
- Retículo orientado a intensidad, (I→H→ S).

La ordenación vectorial empleada y que permite la orientación del retículo a señales anteriores, es la nueva ordenación lexicográfica α-lex. Esta ordenación es controlada en todo momento por un umbral de saturaciones S_{Um} para determinar la presencia o no de la señal de matiz.

La primera de las aplicaciones consiste en el desarrollo de un algoritmo para el análisis automático de imágenes neuronales. Se presentan una serie de herramientas morfológicas para la cuantificación de determinados tipos de células presentes en imágenes médicas.

6.2 Morfología matemática en color para el análisis de imágenes neuronales

6.2.1 Introducción

Desde hace años, el análisis automático de imágenes biomédicas está aumentando en importancia para la generación de diagnósticos y en la propia investigación médica. El uso de herramientas de procesamiento de imágenes es ahora esencial para analizar y comparar entre sí un gran número de imágenes procedentes de radiografías, microscopios, etc. Concretamente, un requerimiento en investigaciones biomédicas es la cantidad, forma y diámetro que poseen las células capturadas en imágenes biológicas. El software comercial existente para este propósito es muy útil y se encuentra actualmente muy extendido. El problema es que las imágenes a analizar necesitan ser binarizadas. La binarización automática desde una imagen en escala de grises o color causa una pérdida de información que en algunos casos es considerable.

El estudio que aquí se presenta constituye otra aportación original de esta Tesis Doctoral y ha sido publicado en [Ortiz, 2002a]. La investigación se centra en imágenes procedentes de retinas de monos sanos para identificar en ellas la cantidad de células amacrinas dopaminérgicas inmunoreactivas a la tirosina hidroxilasa y las células domapinérgicas amacrinas e inmunoreactivas a la calretinina. En la enfermedad de parkinson ambas células son alteradas en número y tamaño, causando perdida de visión en el mono. Una cuantificación de las células permite determinar el grado de enfermedad padecido por el animal.

El objetivo del algoritmo a desarrollar es la segmentación y una identificación de los dos tipos de células presentes en la retina de monos para elaborar estadísticas. La imagen retiniana empleada en este ejemplo para mostrar el funcionamiento del algoritmo se muestra en la figura 6.1. Se distinguen en la imagen dos tipos de células por el matiz que poseen. El proceso químico realizado en la imagen biológica provoca la sensibilización diferente de cada

tipo de célula, de forma que la célula dopaminergica es etiquetada en verde, mientras que la inmunoreactiva a la calretinina es coloreada en rojo. Se observa la gran cantidad de éstas últimas, con forma circular e incluso solapadas entre ellas, frente a las primeras, menos numerosas, presentando agujeros y ramificaciones. La figura 6.2 muestra en detalle los dos tipos de células.

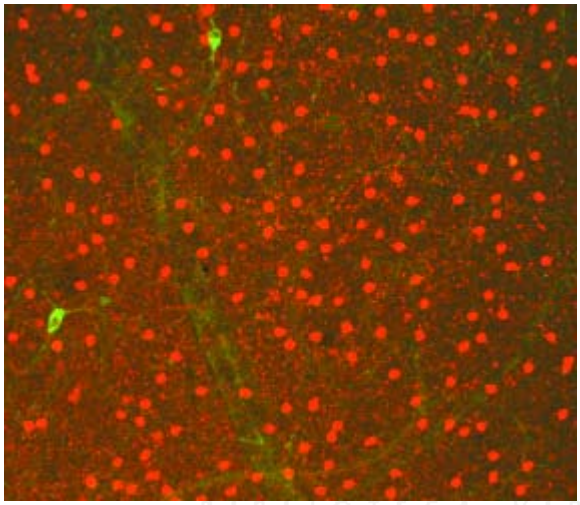


Figura 6.1. Imagen original de retina de mono.

(a) (b)

Figura 6.2. Detalle de retina de mono. (a) Células dopaminérgicas. (b) Célula inmunoreactiva a la calretinina.

6.2.2 Algoritmo

El algoritmo que se propone para el propósito anterior se divide en cuatro módulos generales cuya definición se corresponde con:

1. Reconstrucción.
2. Filtrado.
3. Separación de células.
4. Gradiente y estadísticas.

Reconstrucción

El propósito del primer modulo es la clasificación de los objetos de la imagen original en dos tipos de células diferentes: rojas y verdes. Por las características de la imagen, en la que los objetos de interés son muy luminosos y saturados, se elige para la representación del color el modelo HSV (figura 6.3). En el procesamiento se descarta el empleo único de información acromática, pues en la imagen los diferentes objetos se identifican más bien por su matiz. En la figura 6.4 se aprecia una región determinada de la imagen original dividida en mapa de matiz original, en mapa de saturación y en mapa de valor. Se aprecia como los dos últimos canales no distinguen claramente unas células de otras. Frente a una umbralización manual del mapa de matiz que sólo conseguiría los objetos medianamente segmentados, se propone el empleo de operaciones geodésicas de reconstrucción.

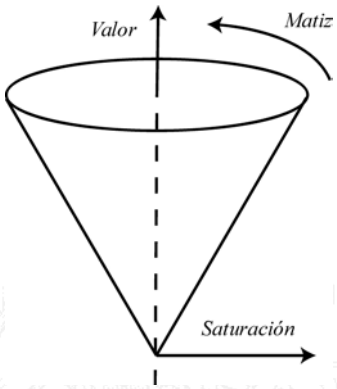
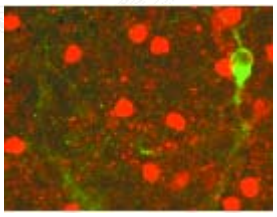
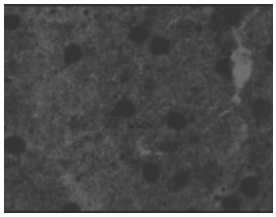


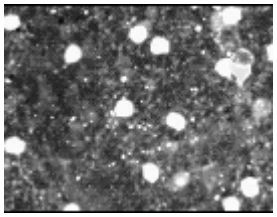
Figura 6.3. Espacio de color HSV.



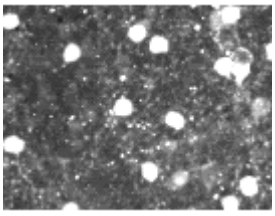
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 6.4. Separación de una región de la imagen de retina en mapas HSV. (a) Región cromática. (b) Matiz. (c) Saturación. (d) Valor.

Las operaciones de reconstrucción planteadas tienen el objetivo de atenuar en la imagen una clase de objetos frente a otros. En particular, la operación de apertura por reconstrucción recupera, mediante la dilatación geodésica hasta la idempotencia, la forma de los objetos que no han sido eliminados por la erosión vectorial. Para cada clase de objeto presente en la imagen se establece un matiz de referencia en el mapa de distancias de matiz. Para los objetos rojos se fija el matiz de referencia en 0º, mientras que para los verdes se establece en 90º.

La erosión vectorial de la imagen original se realiza con un elemento estructurante plano de tamaño 7x7 y ordenación lexicográfica clásica (α=0) guiada por matiz, seguida de intensidad y saturación: H→I→S. S_{Um}=0, pues la imagen es altamente saturada. Se ofrece en la figura 6.5.a una sección de la imagen original a procesar. El resultado de la erosión es utilizado como marcador en la operación de reconstrucción por dilatación. En esta operación, la imagen original actúa de máscara que detiene la propagación del marcador. En el caso de las células rojas, la erosión vectorial, realizada con matiz de referencia en 0º, provoca el aumento de definición de los objetos rojos y la práctica desaparición de los verdes (figura 6.5.b). La erosión vectorial implementada con un ínfimo de matiz en 90º produce el efecto contrario, el aumento de las partículas verdes y la fuerte atenuación de las rojas (figura 6.5.c). La dilatación geodésica de ambas erosiones hasta la idempotencia, con respecto a la imagen original, produce los resultados de las figuras 6.5.d y 6.5.e.

BIBLIOTECA VIRTUAL

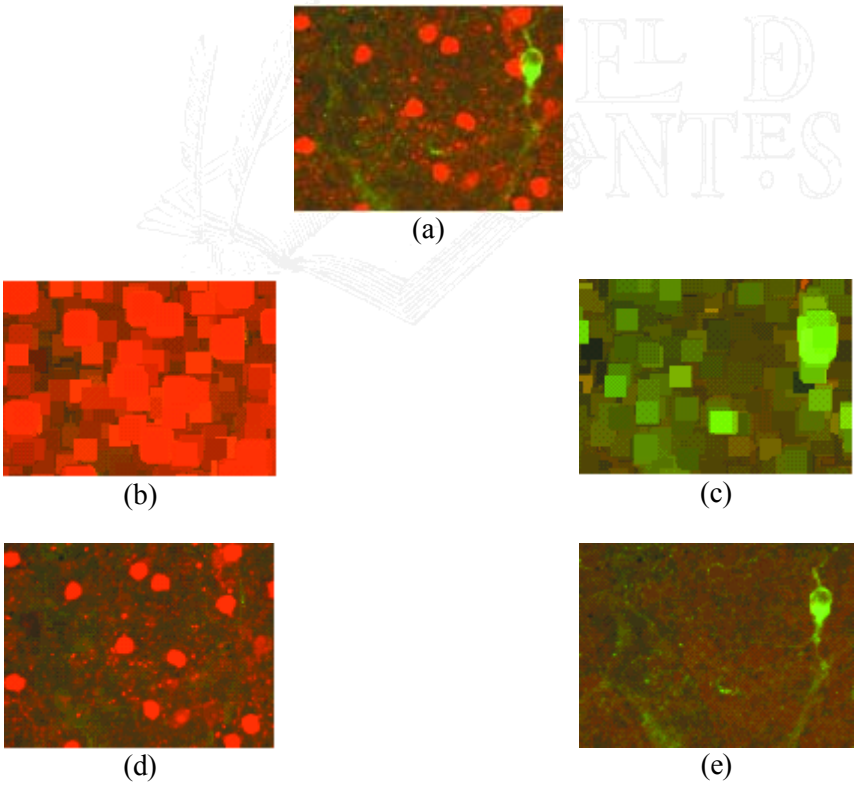
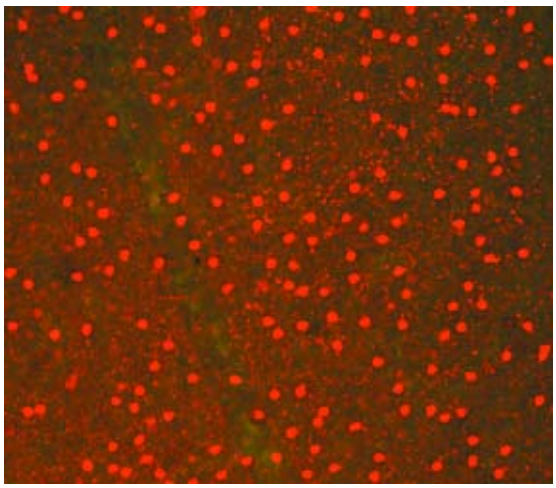
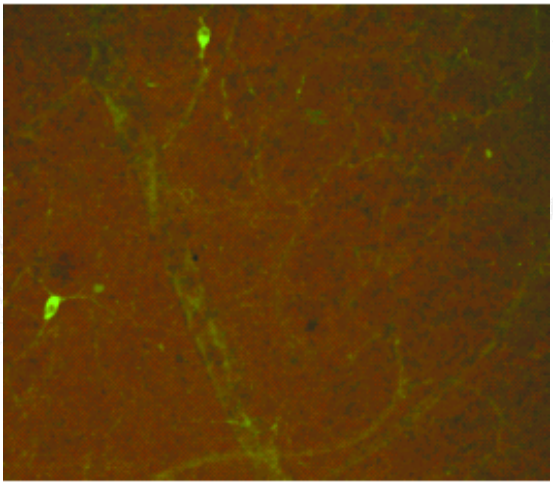


Figura 6.5. Detalle de aperturas por reconstrucción de la imagen de retina. (a) Región de la imagen original. (b) Erosión vectorial con ínfimo de matiz en 0º. (c) Erosión vectorial con ínfimo de matiz en 90º. (d) Reconstrucción por dilatación, matiz de referencia en 0º. (e) Reconstrucción por dilatación con ínfimo de matiz en 90º.

Véase en las figuras 6.6.a y 6.6.b la imagen completa procedente de la reconstrucción de células rojas y verdes, respectivamente.



(a)



(b)

Figura 6.6. Reconstrucción de células en la imagen de retina. (a) Células dopaminérgicas. (b) Células inmunoreactivas a la calretinina.

Contrariamente a la apertura vectorial clásica, la apertura por reconstrucción preserva los bordes y contornos de los objetos que no han sido eliminados en la erosión. Asimismo, se puede destacar que la operación geodésica permite la reconstrucción de cualquier tonalidad cromática, variando únicamente el matiz de referencia en las operaciones básicas. El canal de valor de cada una de las imágenes reconstruidas permite identificar cada tipo de célula.

Filtrado

El módulo número dos constituye la etapa de filtrado del algoritmo. Ahora, cada imagen resultado del primer modulo es procesada separadamente ya en escala de grises o de forma binaria. Para eliminar aquellas partículas que por su tamaño no pueden ser células se emplea un

filtro geodésico de apertura por área. Esta operación geodésica elimina los objetos que poseen un área menor a un determinado umbral, no alterando la forma de las partículas que superan el área seleccionada. Para la imagen utilizada el umbral de área se establece en 30. Los resultados del filtro de apertura por área se observan en la figura 6.7. Una operación de cierre elimina los posibles huecos o agujeros de las células. Esta última operación es muy útil para el caso de las células verdes (figura 6.8).

(a) (b)

Figura 6.7. Filtrado geodésico de apertura por área. (a) Imagen binaria de células rojas. (b) Resultado del filtro de apertura por área con umbral de 30.

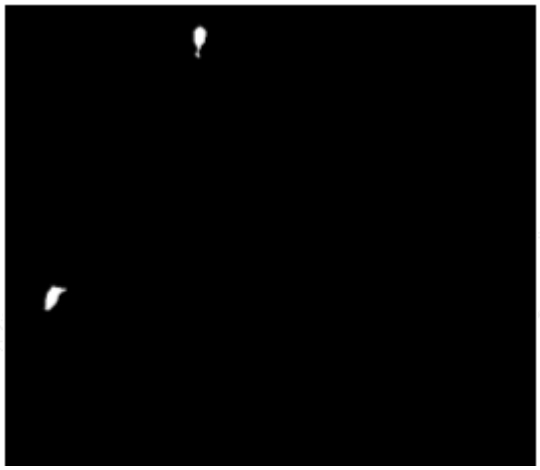


Figura 6.8. Eliminación de agujeros en células inmunoreactivas a la claretinina (verdes).

Separación de células

El tercer módulo del algoritmo tiene el propósito de separar las células que permanecen conectadas o que se solapan con otras. La segmentación morfológica controlada por marcadores proporciona una poderosa herramienta para resolver este problema. El procedimiento a aplicar se detalla ampliamente en [Lantuéjoul, 1982]. El algoritmo implementa la transformación de watershed del complemento de la imagen de distancias. Las distancias son calculadas en cada célula desde su contorno con procedimiento morfológico (en cada pixel el valor de esta métrica se corresponde con el número de erosiones que hacen desaparecer el píxel). El máximo local de la imagen de distancias se emplea como marcador para evitar la sobresegmentación del wartershed y separar la zona de influencia de cada célula. En la figura 6.9 se ofrece en detalle del procedimiento anterior para la separación de células. La distancia respecto al borde de las

dos células permite la extracción de máximos locales, cada uno de ellos identifica la presencia de una célula.

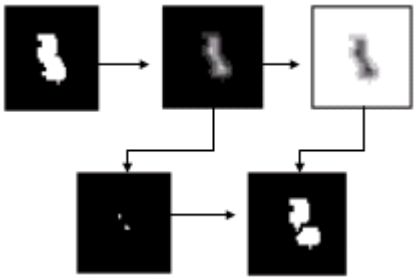


Figura 6.9. Ejemplo visual del proceso de separación de células.

La imagen de la figura 6.10 visualiza la imagen binaria de las células dopaminégicas (rojas) en la que se pueden observar células conectadas. Las distancias calculadas en las células, con respecto a su contorno, se muestra en la imagen 6.11. El cálculo de la distancia transforma la imagen original binaria a una imagen topográfica de escala de grises. El resultado del watershed controlado se ofrece en la figura 6.12. La línea del watershed separa las zonas de influencia de cada célula de forma que su intersección con el mapa identificativo de cada tipo de célula rompe la conectividad existente entre algunas células.

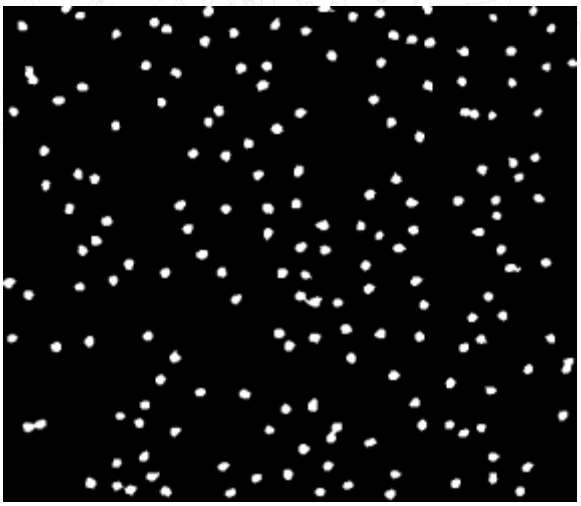


Figura 6.10. Imagen binaria de células clasificadas como dopaminérgicas.

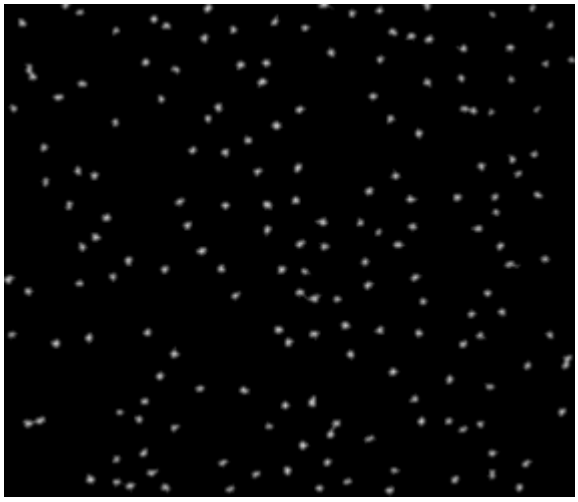


Figura 6.11. Imagen de distancias con respecto al contorno de las células.

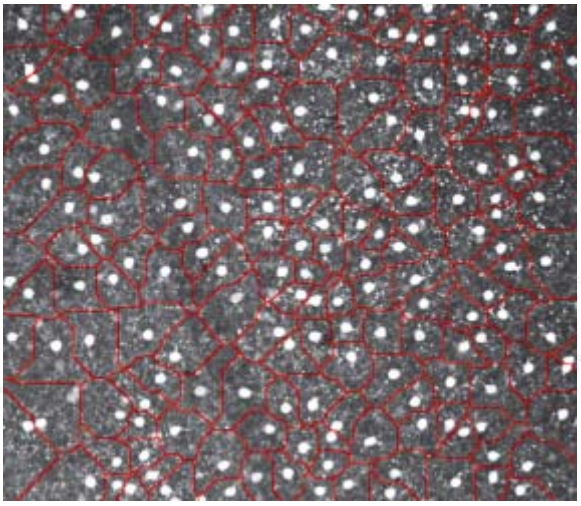


Figura 6.12. Transformación de watershed. Separación de células.

Gradiente y estadísticas

Finalmente, en el cuarto y último módulo del algoritmo se calcula el gradiente morfológico por erosión para determinar los contornos de los objetos identificados como células. La superposición entre el gradiente y una sección de la imagen original se muestra en la figura 6.13. En las figuras 6.14 y 6.15 se ofrece la segmentación de las células dopaminérgicas y las inmunoreactivas a la calretinina, respectivamente, de la imagen original.

Diferentes estadísticas pueden calcularse a partir de la identificación y segmentación de las células. Un etiquetado de las imágenes segmentadas por gradiente se emplea para contar el número de partículas. El etiquetado proporciona la cantidad de 179 como número de células rojas y 2 como número de células verdes.

(a) (b)

Figura 6.13. Detalle del gradiente calculado en los mapas celulares. (a) Superposición de gradiente para células rojas. (b) Superposición de gradiente para células verdes.

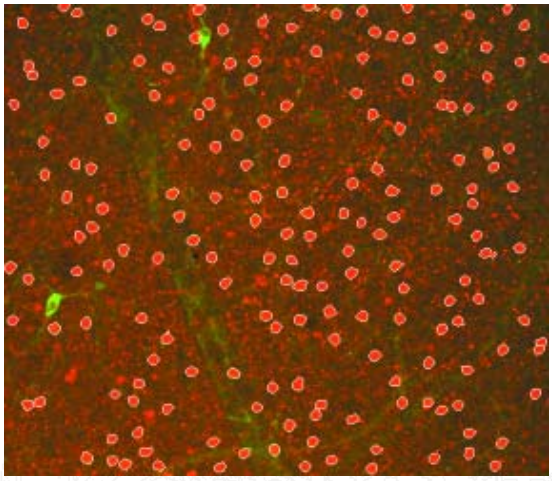


Figura 6.14. Segmentación de células dopaminérgicas.

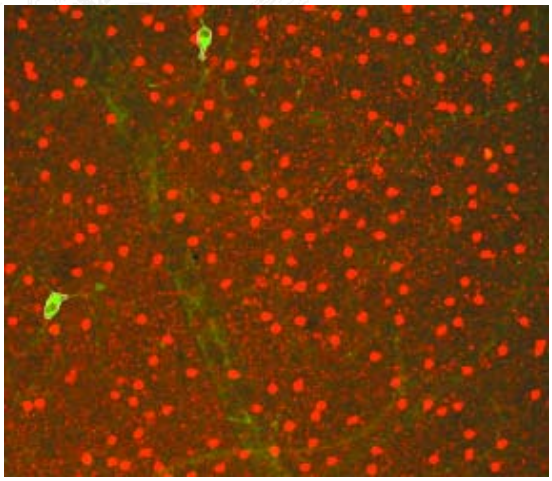


Figura 6.15. Segmentación de células inmunoreactivas a la calretinina.

En la figura 6.16 se resumen las diferentes etapas del algoritmo morfológico empleado en esta aplicación. El algoritmo se divide en los cuatro módulos que se han comentado anteriormente.

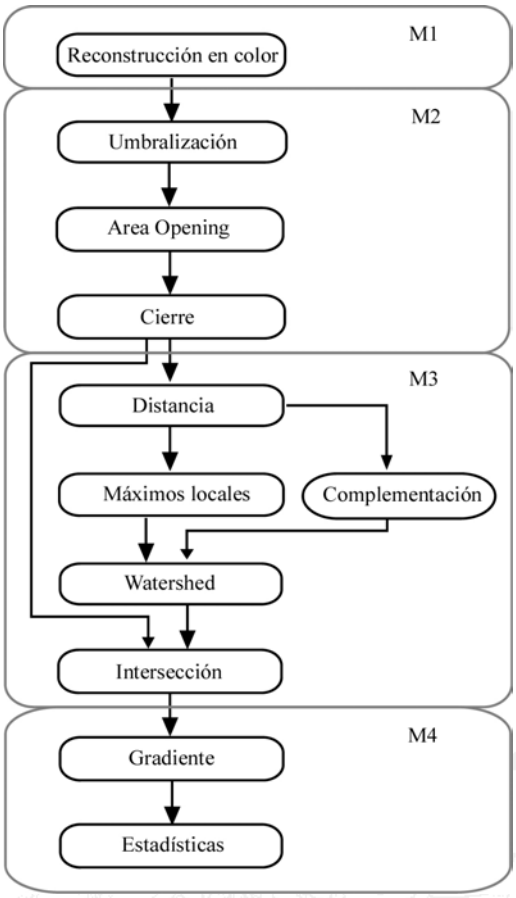


Figura 6.16. Módulos del algoritmo para la clasificación y segmentación de células.

6.2.3 Conclusiones

En esta aplicación se ha presentado un novedoso algoritmo para el análisis de imágenes de biología celular, en particular, el estudio se ha centrado en imágenes de retinas de monos. Se ha demostrado la eficacia de la reconstrucción en color para la segmentación y clasificación de objetos, evitando la pérdida de definición de objetos producida por la umbralización manual. Las investigaciones inéditas sobre geodesia cromática aplicadas a la biomedicina han sido realizadas conjuntamente con el Departamento de Biotecnología y el Departamento de Fisiología, Genética y Microbiología de la Universidad de Alicante. Más detalles sobre el estudio aquí presentado pueden consultarse en la publicación [Ortiz, 2002a].

6.3 Geodesia en color para la segmentación de imágenes aéreas

6.3.1 Introducción

El procesamiento de imágenes aéreas es una tarea de interés en la industria forestal, en la agricultura, en el manejo de los recursos naturales, en las telecomunicaciones, en la ingeniería

ambiental, etc. En todas estas disciplinas, la toma de decisiones parte de imágenes del territorio, es decir, imágenes aéreas.

La fotografía aérea ha experimentado desde años un importante desarrollo, sin embargo, las imágenes obtenidas necesitan ser tratadas adecuadamente para poder destacar en ellas los elementos de interés en cada caso [Yagi, 1992]. En la aplicación que aquí se presenta se pretende identificar, en una fotografía aérea, determinadas zonas de terreno que, tanto en un entorno urbano, como fuera de él puedan ser clasificadas como pertenecientes a un tipo específico de superficie.

El estudio se va a centrar en la imagen aérea presente en la figura 6.17. En esta fotografía aérea se distingue una zona metropolitana estructurada en calles y avenidas, ubicadas junto a un terreno montañoso. Las zonas de interés en esta investigación son las que presentan un matiz rojizo y anaranjado, pues corresponden a terreno rústico de determinado tamaño.

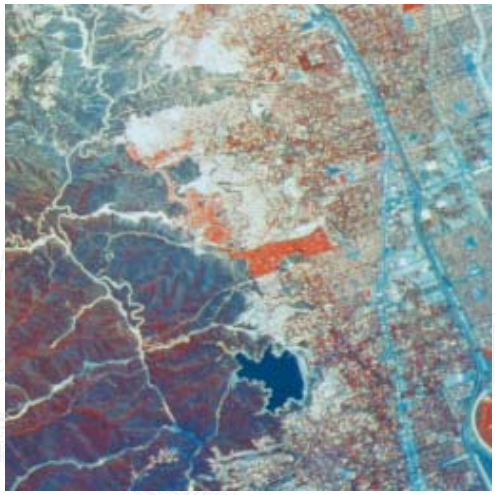


Figura 6.17. Imagen aérea.

Se puede pensar en el tratamiento sobre el canal R, del modelo cromático RGB, como solución válida en la segmentación de los objetos de interés. Sin embargo, tal aproximación no es útil, pues la gran cantidad de objetos claros en la imagen presentan un valor similar en la componente roja que los terrenos a segmentar. Véase la imagen de la figura 6.18.

Se procede a la descomposición de la imagen en los canales del espacio cromático HSI. En la figuras 6.19.a y 6.19.b se ofrecen los canales de matiz y distancia de matiz (ínfimo en 0º), respectivamente. Tal y como se puede observar, el canal original de matiz segmenta artificialmente los matices rojizos en dos valores numéricos claramente diferenciados: rojos – anaranjados, con valores reducidos y rojos – violáceos, con valores elevados. Se procede, pues, a normalizar este canal en mapa de distancias. Ahora, las zonas de interés de la imagen se representan con valores reducidos de matiz. El resto de objetos se distingue por una distancia cercana al supremo. En esta última imagen también aparecen puntos de elevado valor, concretamente son puntos con matiz indefinido, es decir, la señal de matiz no existe en esos

pixels. Los canales de saturación normalizada (figura 6.20.a) e intensidad (figura 6.20.b) no ilustran una clara diferencia de los objetos a segmentar del resto de formas de la imagen.

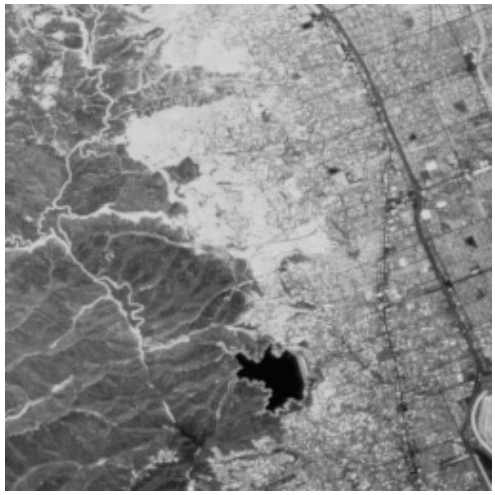
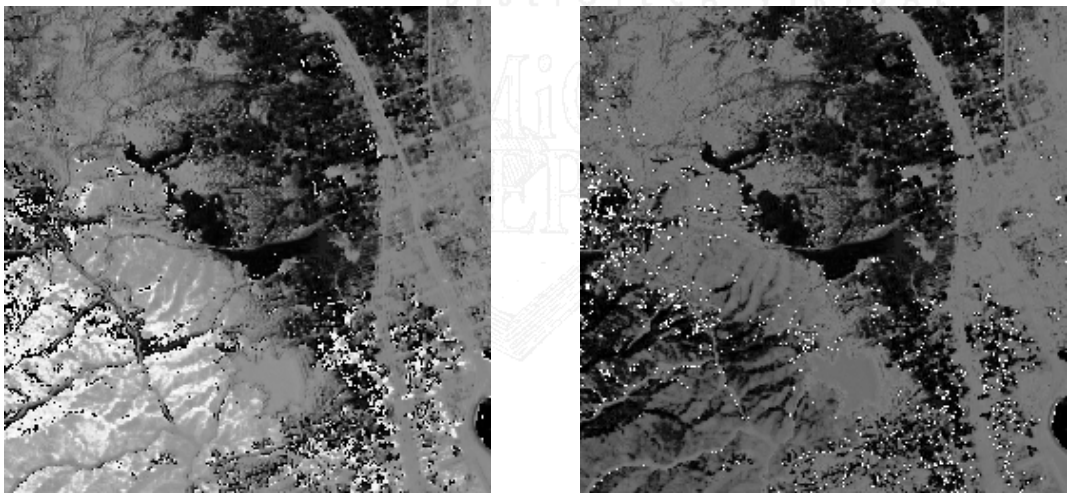


Figura 6.18. Canal R (espacio RGB) de la imagen aérea.

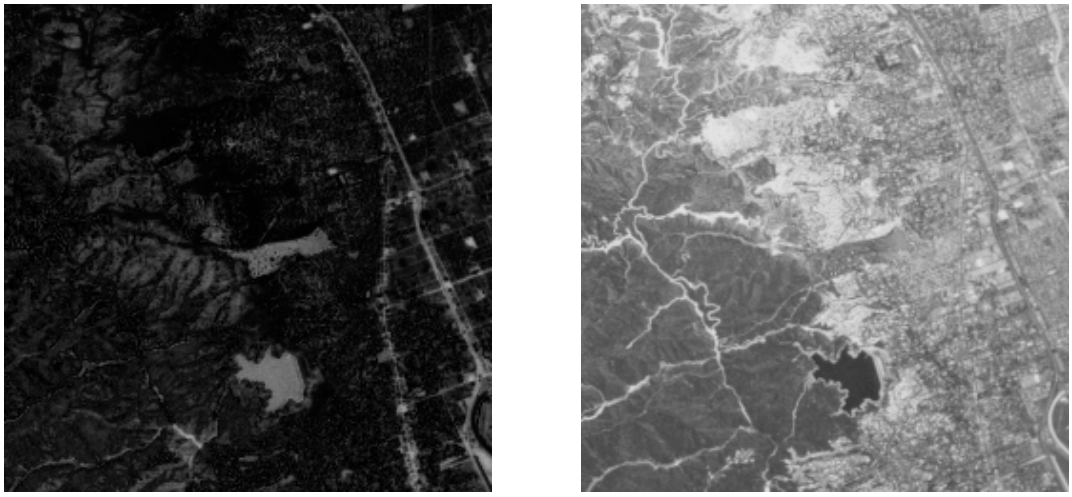


(a) (b)

Figura 6.19. Canal de matiz (a) y distancia de matiz (b) de la imagen aérea original. Espacio HSI.

Al igual que en la aplicación anterior, cabe pensar en la umbralización de matices rojizos como aproximación válida para extraer de la imagen las zonas de interés. Este procedimiento es perfectamente aplicable pero no obtiene unos resultados aceptables, pues se infra o sobredimensiona la definición de los objetos a segmentar, además de exigir una selección manual muy exacta del umbral para determinar los valores de interés. Tal es el caso de la imágenes presentes en la figura 6.21. La primera imagen se corresponde con la umbralización del mapa de distancias de matiz con valor de umbral igual a 30, la segunda se ha obtenido empleando un umbral de 20 y la tercera con un umbral de 10. En los dos primeros casos se extraen objetos de más, en el último se pierde parte del objeto principal a extraer. Con el

ejemplo queda descartada esta opción de procesamiento por no ser muy eficaz. Un tratamiento morfológico puede conseguir segmentar los objetos de interés preservando fielmente sus contornos.



(a) (b)

Figura 6.20. Canal de saturación (a) e intensidad (b) de la imagen aérea original. Espacio HSI.

(a) (b) (c)

Figura 6.21. Umbralización del mapa de distancias de matiz. (a) Umbral =30. (b) 20. (c) 10.

6.3.2 Procedimiento

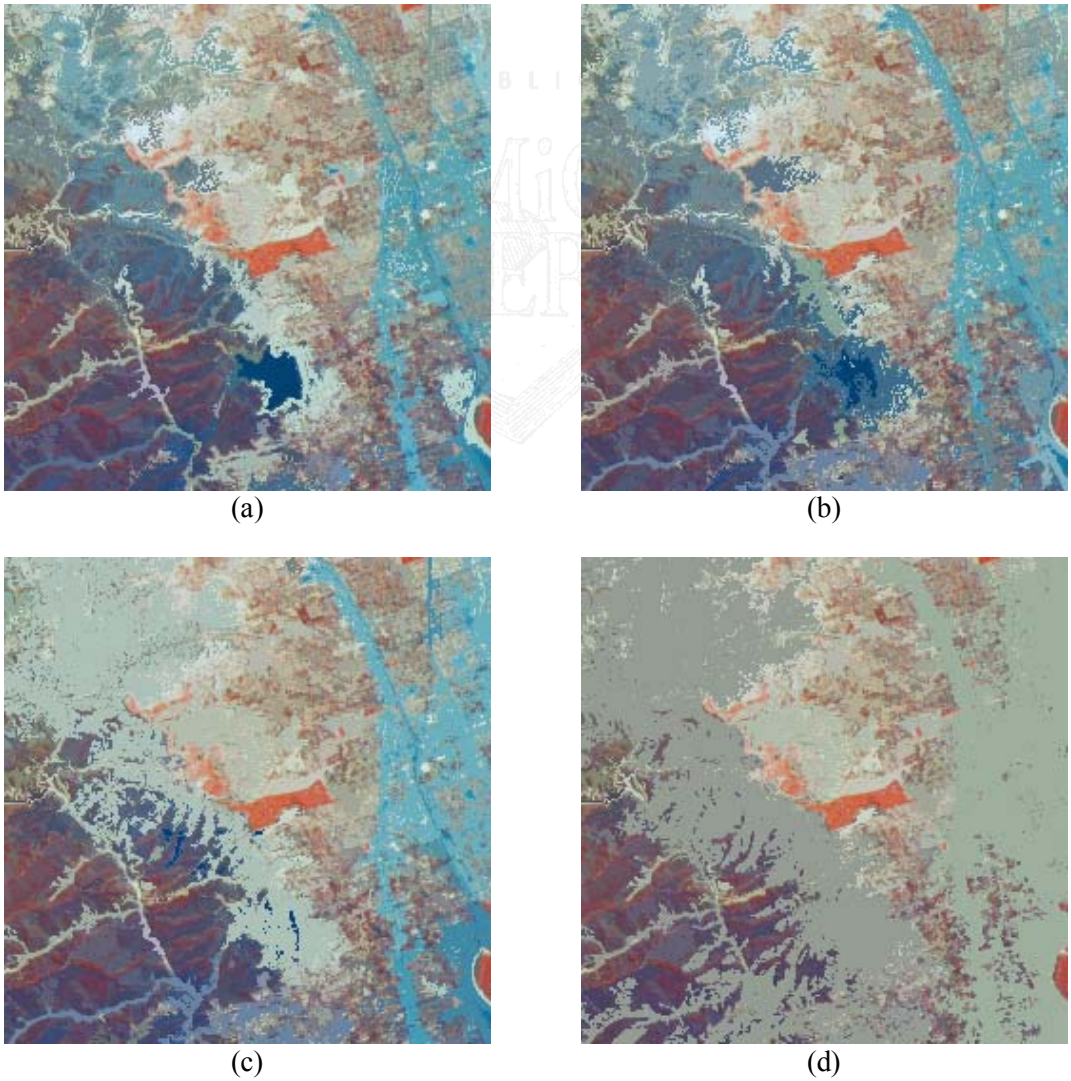
El proceso de identificación de terrenos en imágenes aéreas se compone de dos módulos principales:

1. Reconstrucción geodésica en color, para simplificar la imagen y destacar unos objetos cromáticos frente a otros.
2. Segmentación, para extraer los objetos destacados de la reconstrucción.

Como los objetos de interés tienen un matiz rojizo y anaranjado se emplea un mapa de distancias de matiz con ínfimo declarado en 45º. El método elegido es una operación de

reconstrucción geodésica, concretamente una apertura por reconstrucción geodésica. Se intentarán eliminar con la erosión vectorial los objetos no interesantes para que la dilatación geodésica no los pueda recuperar. En el proceso vectorial se ha elegido el método lexicográfico α-lex H$\rightarrow$I$\rightarrow$S con α=10. Con este valor se asegura que las erosiones crecientes no empleen la señal de distancia de matiz en más de un 90% de las decisiones de orden, de lo contrario, su uso sería muy elevado y la discretización de los bordes considerable. Los pixels con matiz indefinido en la imagen original son escasos. El cambio de ordenación a I$\rightarrow$S no supera el 7% para S_{Um}=0, umbral óptimo para el α anterior.

El tamaño del elemento estructurante determina el éxito de la simplificación de la imagen. En la pirámide de operadores se emplean elementos estructurantes planos y cuadrados de tamaño 3x3, 7x7, 11x11 y 15x15. En la figura 6.22 se muestra el resultado de las aperturas por reconstrucción geodésica en las que la erosión se ha efectuado con los elementos estructurantes anteriores. La atenuación progresiva de los objetos no relevantes conduce a la simplificación deseada. En la última imagen se observa como las formas a identificar quedan inalteradas con respecto al mapa original.

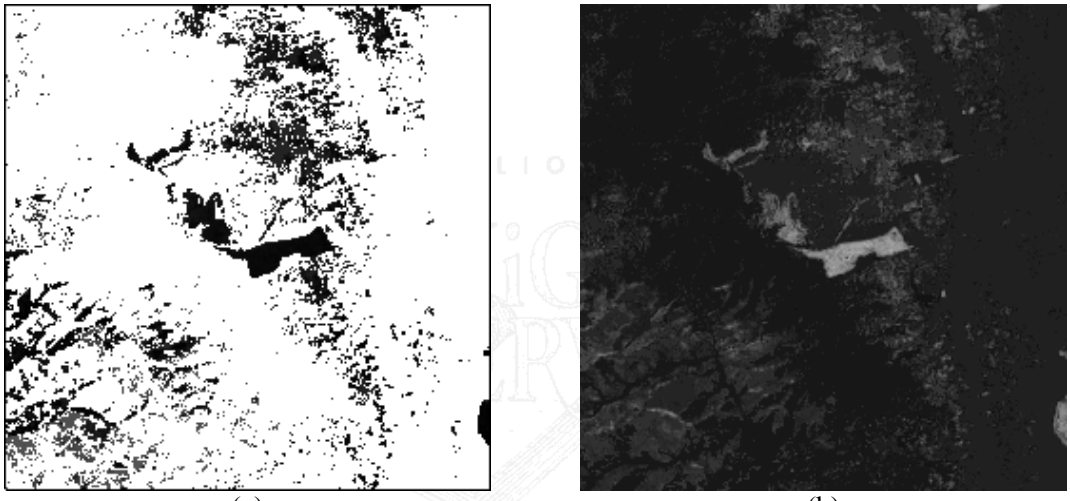


(a) (b)

(c) (d)

Figura 6.22. Apertura por reconstrucción geodésica. Erosión vectorial realizada con diferentes tamaños de elementos estructurantes: 3x3, 7x7, 11x11 y 15x15.

A partir de la imagen simplificada de la figura 6.22.d se pueden extraer los objetos de interés. Tanto el nuevo mapa de distancias de matiz (figura 6.23.a) como el de saturación (figura 6.23.b) destacan las zonas deseadas del resto de formas que, en el primer caso quedan con matiz indefinido y en el segundo con saturación reducida. Se elige operar sobre el mapa de saturaciones. Una sencilla binarización (figura 6.24), con umbral procedente del histograma de esta señal, ofrece la identificación de los objetos. A partir de esta imagen diferentes clasificaciones de los objetos pueden realizarse si los terrenos segmentados deben poseer un área o tamaño determinado. Por ejemplo, un filtro geodésico de apertura por área eliminaría las zonas de menor tamaño al umbral seleccionado. El residuo entre la imagen binaria y el filtro identificaría los objetos de tamaño menor al umbral.



(a) (b)

Figura 6.23. Mapa de distancia de matiz y saturación final

Figura 6.24. Binarización del mapa de saturaciónes.

En la figura 6.25 se resumen los módulos y etapas del algoritmo de identificación de terrenos comentado en esta sección. Concretamente el proceso se divide en dos módulos principales, el relacionado con la reconstrucción geodésica en color, y el dedicado a extraer los objetos destacados en la reconstrucción.

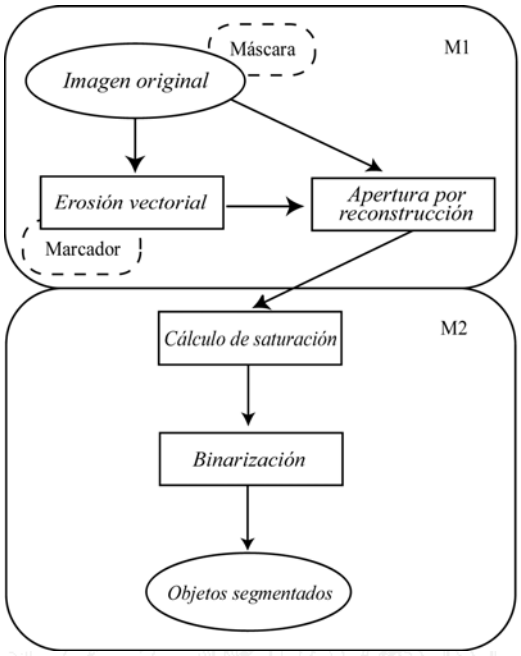


Figura 6.25. Módulos y etapas del algoritmo de identificación de terrenos.

6.3.3 Conclusiones

En esta aplicación se ha mostrado la utilidad de la reconstrucción geodésica en la segmentación de imágenes aéreas y constituye otra aportación novedosa de esta Tesis Doctoral. Los objetos deseados se han identificado y segmentado de la imagen original con un método robusto dirigido por la señal de matiz. El empleo del espacio HSI frente a RGB y, más concretamente, del mapa de distancias de matiz permite la segmentación de cualquier objeto cromático, sea cual sea su valor de intensidad o saturación. La simplificación de la imagen lograda por la pirámide de operadores morfológicos destaca fielmente los objetos a segmentar. Estos ensayos han dado lugar a la elaboración de una publicación que está en proceso de revisión [Ortiz, 2002b].

6.4 Eliminación de brillos en imágenes cromáticas

6.4.1 Introducción

Un efecto indeseable en cualquier tipo de imagen, cromática o no, es la presencia de brillos o reflejos luminosos en su interior. Este efecto se debe, tanto a la iluminación empleada en el sistema de adquisición de la imagen, como a las propiedades del material de los objetos que se

están capturando, pues su opacidad o reflectancia determinará la magnitud del brillo o reflejo en su superficie.

La atenuación o eliminación de los brillos en una imagen es deseable porque, en un proceso de segmentación, el resplandor provoca la falsa de detecciones de regiones, inexistentes en la imagen original. La figura 6.26 muestra la imagen cromática de 'Colour beans' afectada por brillos en gran parte de los objetos presentes en su interior. En esta imagen las formas brillantes se identifican en su totalidad por su elevada luminancia y en parte de su definición por tener saturación nula o matiz indefinido.

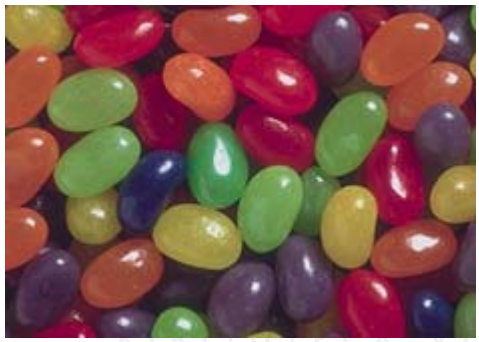


Figura 6.26. Imagen cromática de 'Colour beans'.

6.4.2 Procedimiento

La indefinición del matiz no es una característica válida para identificar los brillos de las imágenes, pues al contrario de lo que pudiera parecer, gran parte de la región brillante posee cromaticidad. El efecto de brillo no reduce al 'blanco puro' la zona cromática de un objeto. Además, la indefinición del matiz se presenta no sólo en el 'blanco' sino en toda la escala de grises y el 'negro', por lo que el matiz no debe gobernar ninguna ordenación vectorial que pretenda procesar la imagen.

El efecto brillo puede eliminarse al simplificar la imagen en proceso piramidal con tamaño creciente de elemento estructurante y retículo orientado a intensidad $I \rightarrow H \rightarrow S$ (el matiz de referencia se fija en 0º). Una erosión vectorial guiada por la ordenación lexicográfica anterior reduce la definición de los objetos claros de una imagen. La dilatación de la erosión anterior intentará recuperar la forma de los objetos. Sin embargo y como bien es sabido, la recuperación no será exacta, por eso se propone el uso de la dilatación geodésica que utilice como marcador la imagen erosionada (libre de brillos) y como máscara la imagen original. La reconstrucción geodésica garantiza la recuperación de los objetos erosionados.

En el siguiente ejemplo se ofrece la pirámide de operadores morfológicos implementada para la eliminación total de los brillos de la imagen 'Colour beans'. El resultado de la reconstrucción geodésica de la imágenes erosionadas, con elementos estructurantes de tamaño creciente, se muestra en la figura 6.27.

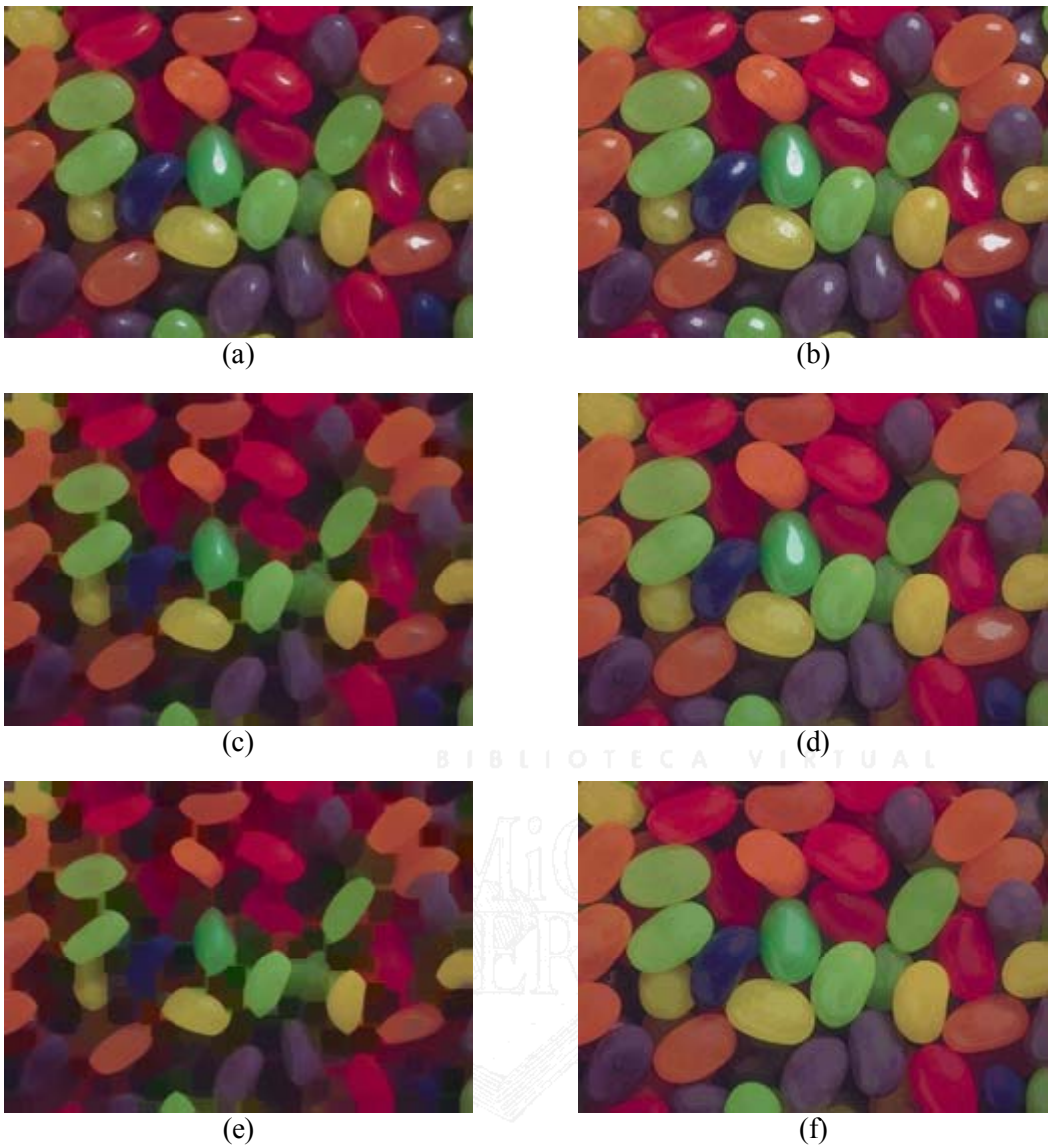
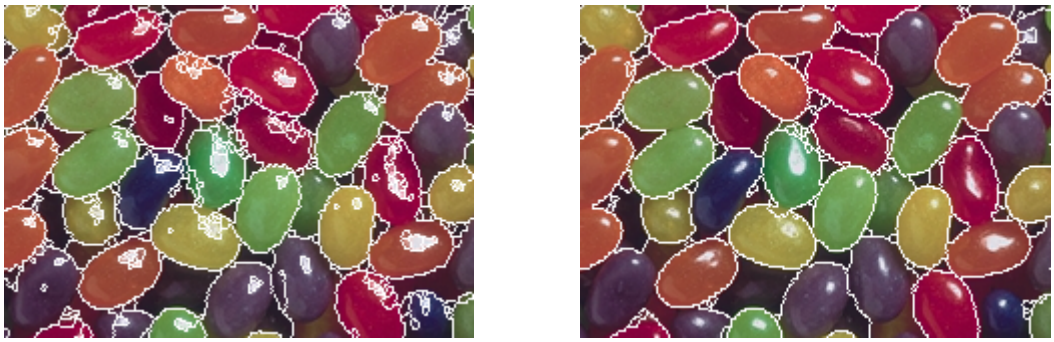


Figura 6.27. Pirámide de operadores morfológicos. Erosiones vectoriales realizadas con elementos estructurantes de tamaño 3x3 (a), 7x7 (c) y 9x9 (e). Aperturas geodésicas cromáticas implementadas con elementos estructurantes de tamaño 3x3 (b), 7x7 (d) y 9x9 (f).

En la reconstrucción geodésica se logra la reducción de zonas planas o simplificación de la imagen original en una magnitud definida por el tamaño del elemento estructurante. En las primeras reconstrucciones se consigue atenuar el brillo de tamaño reducido. Sólo cuando el efecto luminoso desaparece por completo en la erosión de EE 9x9, la reconstrucción vectorial proporciona una imagen simplificada y libre de brillos, preparada para la segmentación o cualquier proceso posterior. En la figura 6.28 se presenta el proceso de watershed para la imagen original y la última apertura por reconstrucción de la figura 6.27. Se observa como la simplificación evita la detección de brillos como objetos en la escena.



(a) (b)

Figura 6.28. Proceso de watershed. (a) Watershed en imagen original. (b) Watershed en imagen simplificada mediante apertura por reconstrucción, EE 9x9.

En la figura 6.29 se detalla el proceso llevado a cabo para la eliminación de brillos en la imagen de color 'Colour beans' y la aproximación a la segmentación cromática por watershed, asumida en el capítulo quinto de esta Tesis Doctoral. Concretamente, el algoritmo de identificación se divide en dos módulos, el correspondiente a las operaciones de geodesia cromática, que simplifican la imagen, eliminando las estructuras brillantes, y el módulo de segmentación en color.

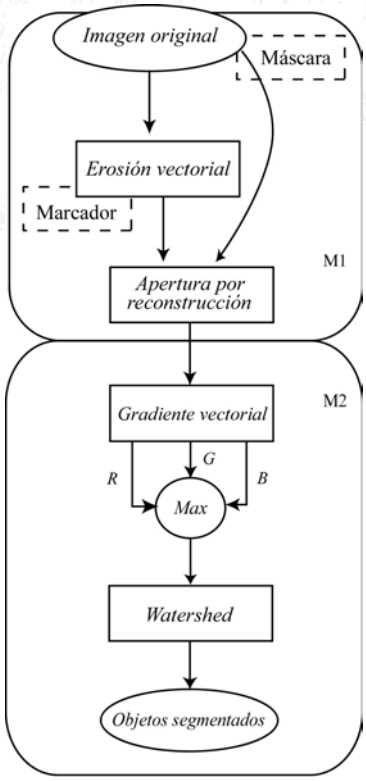


Figura 6.29. Etapas del algoritmo de eliminación de brillos y segmentación cromática.

A continuación, se muestra el procedimiento geodésico de reducción de brillos en una imagen cromática del ojo humano, procedente de un aparato de medida óptico. La imagen se presenta en la figura 6.30. Como se puede observar, el iris y otras superficies acuosas del ojo contienen brillos y reflejos.

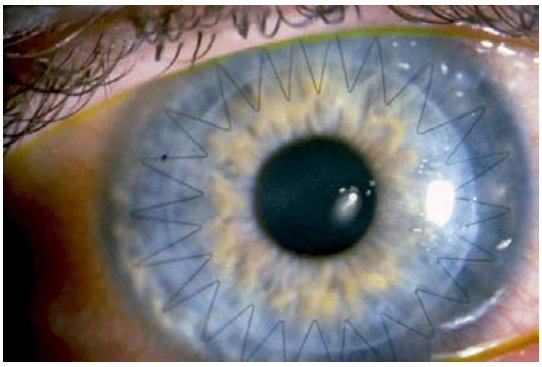
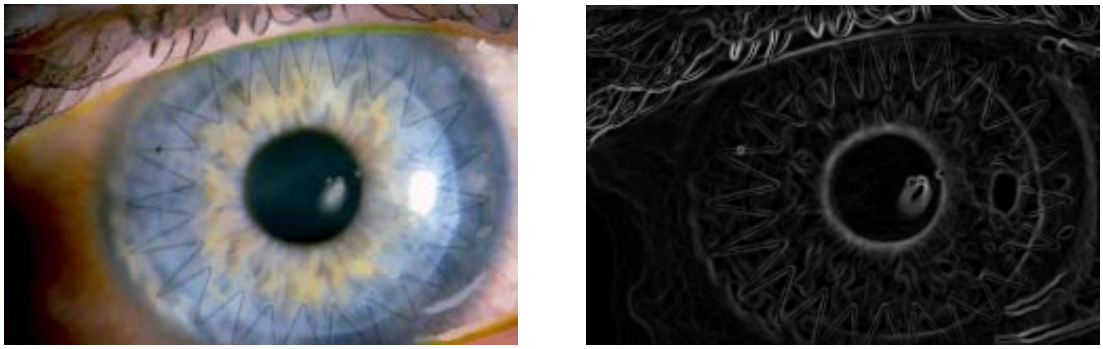


Figura 6.30. Imagen cromática de un ojo humano.

El proceso piramidal de apertura por reconstrucción geodésica produce la reducción de brillos por la simplificación de la imagen. Los resultados de los primeros escalones de la pirámide se ofrecen en la figura 6.31. En la figura 6.31.a se presenta la reconstrucción geodésica de la erosión realizada con elemento estructurante de tamaño 3x3. El procesamiento vectorial se realiza con ordenación lexicográfica $I \rightarrow H \rightarrow S$ y matiz de referencia en 0º. La imagen gradiente de la reconstrucción presenta la identificación de los brillos que restan en la imagen, al igual que otras superficies del ojo (figura 6.31.b). En la figura 6.32 se observa la simplificación progresiva de la imagen al aumentar el tamaño del elemento estructurante empleado en la erosión (EE 5x5, 7x7, 9x9 y 11x11). La reducción en la magnitud del gradiente gradientes evitará, en el watershed, la falsa detección de los brillos como objetos característicos de la escena original.



(a) (b)

Figura 6.31. Reconstrucción geodésica vectorial. (a) Apertura geodésica cromática realizada con elemento estructurante de tamaño 3x3. (b) Gradiente por erosión de la reconstruccion.

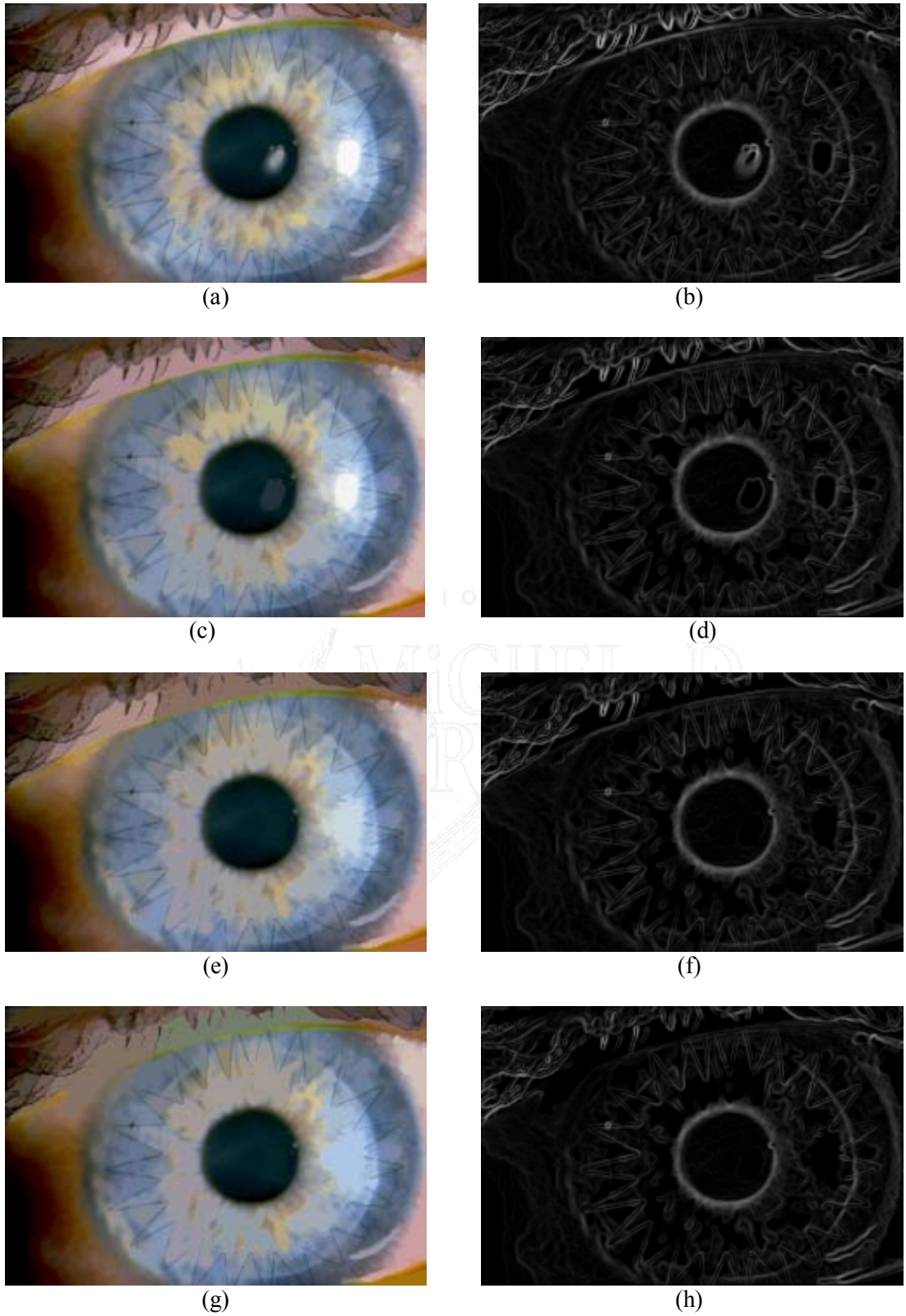


Figura 6.32. Reconstrucción geodésica vectorial (continuación). Aperturas geodésicas cromáticas realizadas con elementos estructurantes de tamaño 5x5 (a), 7x7 (c), 9x9 (e) y 11x11 (g). Gradientes por erosión de las reconstrucciones en (b), (d), (f) y (h).

Las últimas reconstrucciones presentes en la figura anterior atenúan y minimizan la presencia de los brillos y reflejos de la imagen original. No obstante, el proceso de simplificación o reducción de zonas planas puede conllevar una leve pérdida de definición y confusión de contornos en el resto de objetos de la imagen. Esta pérdida en la identificación de estructuras será mayor cuando:

- Exista una similitud entre los objetos de la imagen y el elemento brillante. Esta similitud vendrá determinada con el valor del orden definido en el retículo.
- Aumente considerablemente la magnitud de la pirámide, es decir, aumente el tamaño del elemento estructurante empleado en las operaciones y empeore la calidad de la imagen marcador.

En la imagen utilizada en estas pruebas se puede comprobar como las últimas reconstrucciones presentan una pérdida de información en los objetos de la parte superior. El entorno de las pestañas del ojo está alternando su estructura por el elevado tamaño del elemento estructurante utilizado en la erosión vectorial. El proceso se ve afectado por una sobresimplificación.

6.4.3 Conclusiones

En esta aplicación se ha demostrado la eficacia de la reconstrucción geodésica en la eliminación de los brillos o reflejos de las imágenes cromáticas, constituyendo una de las principales aportaciones de la geodesia en color presentadas en esta Tesis Doctoral. En particular, el uso de una pirámide de operaciones de reconstrucción sobre el retículo orientado a intensidad logra atenuar las estructuras brillantes de las imágenes. Por otra parte, se ha comprobado que el tamaño del elemento estructurante es un factor importante en el resultado: los elementos pequeños no eliminan la totalidad de los brillos y los elementos grandes pueden modificar el resto de estructuras de la imagen.

6.5 Eliminación de brillos evitando sobresimplificación

6.5.1 Introducción

En la eliminación de brillos de la aplicación anterior se ha comentado que, en presencia de brillos o reflejos de gran tamaño, se exige el uso de elementos estructurante de dimensión, considerable para su reducción. El problema surge en la atenuación y/o eliminación, por sobresimplificación, de otros elementos de la imagen. En esta aplicación se presenta un algoritmo para evitar la elevada reducción de zonas planas de la reconstrucción geodésica en toda la definición de la imagen.

En la figura 6.33 se presenta la imagen a emplear en esta aplicación. La imagen contiene un transformador eléctrico que es afectado en parte de su estructura por un reflejo brillante de tamaño considerable. En particular, el brillo está presente en la estructura rojiza del

transformador. Una operación de reconstrucción geodésica realizada en toda la imagen reduciría el brillo pero podría afectar negativamente a otras estructuras.

Figura 6.33. Imagen cromática afectada por brillos.

BIBLIOTECA VIRTUAL

6.5.2 Algoritmo para evitar la sobresimplificación

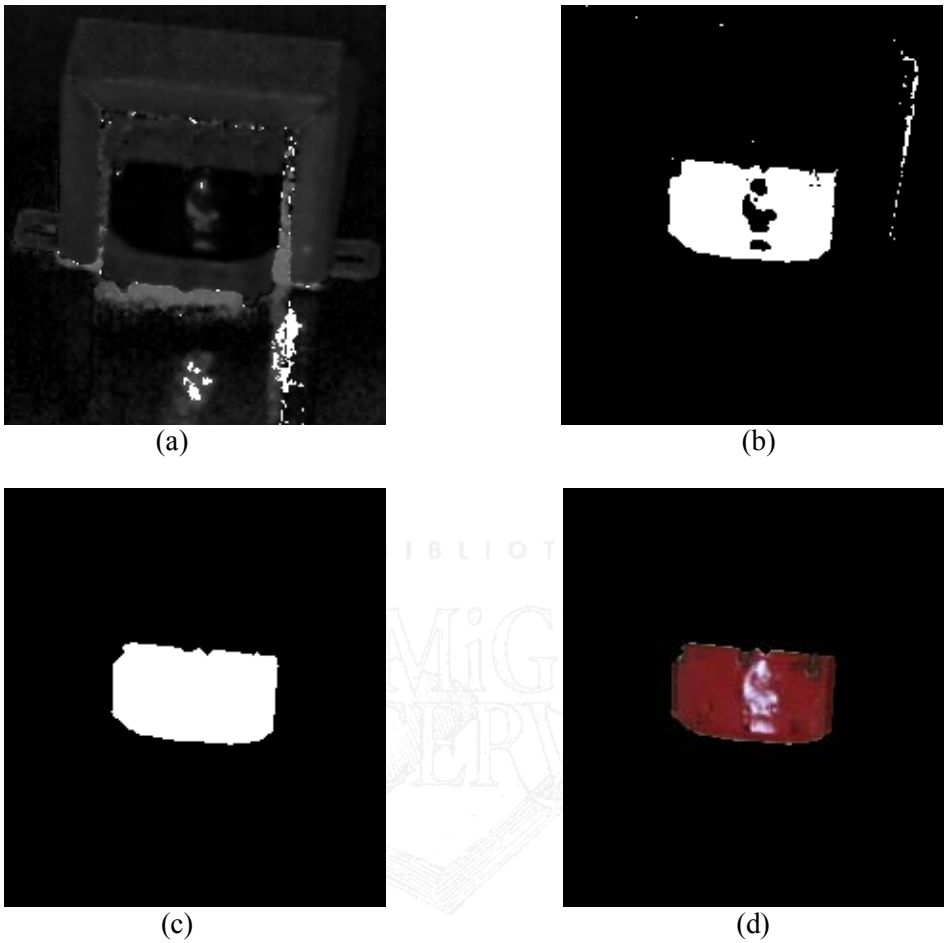
Una mejora considerable de los algoritmos de reconstrucción geodésica es poder especificar las zonas de la imagen que realmente interesan simplificar. Con esto se logra un mayor control del filtro, evitando la simplificación no deseada de áreas de la imagen. En imágenes cromáticas, el uso de la representación HSI permite definir las zonas de la imagen a filtrar por su matiz, saturación o intensidad. En esta aplicación la selección se ha realizado por matiz.

Se propone aquí, como nueva aportación en esta Tesis Doctoral, un procedimiento que permite elegir por componente de matiz la zona de la imagen en la que operar con útiles geodésicos vectoriales [Torres, 2002]. El algoritmo planteado para este proceso se divide en tres etapas principales:

- Selección de objetos por matiz.
- Reconstrucción geodésica en objetos seleccionados.
- Combinación de resultados en la imagen original.

La primera etapa del algoritmo consiste en seleccionar, en el mapa de distancias de matiz, con ínfimo en 0º, los objetos sobre los que actuar. El mapa de distancias de matiz se observa en la figura 6.34.a. Ciertos matices indefinidos se presentan en pixels muy brillantes. La selección de los pixels que posee en una distancia de matiz por debajo de 20 se ilustra en la figura 6.34.b. Un filtrado morfológico clásico de cierre sobre la imagen binaria elimina los agujeros de los objetos. Este es un paso importante, pues los brillos están precisamente en los agujeros que quedan fuera de la primera selección. Posteriormente, una apertura morfológica del cierre anterior elimina los pequeños elementos que no se van a considerar, (figura 6.34.c).

La operación 'AND' entre la imagen filtrada de la figura 6.34.c y la imagen original (figura 6.33) determina la sección sobre la que actuar, la bobina eléctrica de color rojo (figura 6.34.d). El resto de estructuras de la imagen quedan sin representación (color 'negro' constante) y, por lo tanto, las operaciones morfológicas no producen cambios en esas zonas.



(a) (b)

(c) (d)

Figura 6.34. Selección de la zona a procesar. (a) Mapa de distancias de matiz. (b) Binarización del mapa de distancias. (c) Resultado del filtro de cierre y apertura empleando elemento estructurante de tamaño 7x7. Imagen máscara (d) Operación 'AND' entre la imagen original y la máscara anterior.

El siguiente paso del algoritmo consiste en la etapa de reconstrucción. Para la eliminación de los brillos se emplea una pirámide de erosiones vectoriales con información de orden lexicográfico I→H→S y elemento estructurante de tamaño creciente: 3x3, 5x5, 7x7, 9x9, 11x11, 13x13, 15x15 y 17x17. En el orden, se utiliza un factor α nulo, ya que la información de matiz no se considera imprescindible en la operación morfológica para la eliminación de los objetos claros. La dilatación geodésica hasta la idempotencia de las erosiones anteriores, respecto a la sección original de la imagen de la figura 6.34.d, produce los resultados visuales presentes en la figura 6.35. Las erosiones actúan de imagen marcador. En la pirámide de reconstrucciones se observa la progresiva atenuación del brillo hasta su desaparición definitiva

en la apertura con erosión vectorial realizada con elemento estructurante cuadrado y de tamaño 17x17.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

(g)

(h)

Figura 6.35. Pirámide de reconstrucciones geodésicas vectoriales. Apertura por reconstrucción geodésica con elemento estructurante de tamaño 3x3 (a), 5x5 (b), 7x7 (c), 9x9 (d), 11x11 (e), 13x13 (f), 15x15 (g) y 17x17 (h).

El algoritmo concluye con la integración de la última reconstrucción en la imagen original. Este proceso se realiza sustituyendo los pixels 'negros' de la imagen reconstruida por los pixels de la imagen original. El resultado final se presenta en la figura 6.36.a. La bobina eléctrica del transformador permanece libre de brillos. Como es obvio, el resto de estructuras de la imagen han quedado inalteradas. Obsérvese la diferencia con la reconstrucción geodésica de igual magnitud pero realizada en toda la definición de la imagen original (figura 6.36.b). La sobresimplificación provoca que todas las zonas claras sean atenuadas. Esto conlleva una confusión con el entorno en zonas importantes de la escena.

(a) (b)

Figura 6.36. Comparación entre la reconstrucción vectorial controlada y la reconstrucción vectorial clásica.

En la figura 6.37 se presenta el esquema que resume todos los pasos y las operaciones que componen el algoritmo discutido anteriormente.

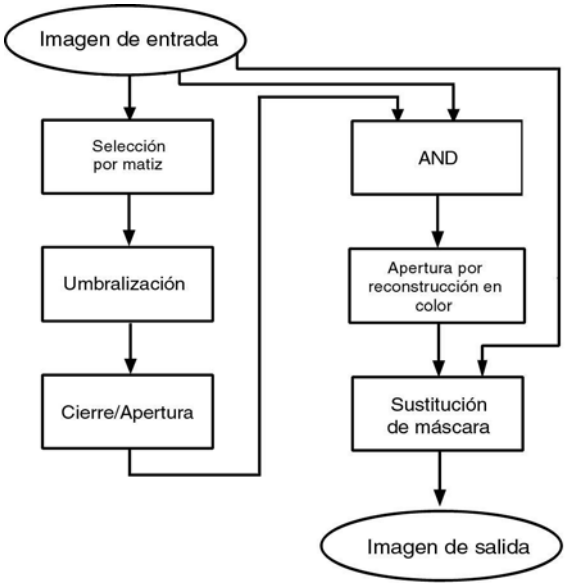


Figura 6.37. Algoritmo para controlar la sobresimplificación en una imagen.

6.5.3 Conclusiones

En esta aplicación se ha mostrado un algoritmo para la reducción de brillos o reflejos y que preserva a su vez los detalles claros de las imágenes que pueden ser confundidos por brillos. Con el empleo de información de color, presente en la señal de matiz, ha sido posible definir una simplificación controlada de la imagen, delimitando en éstas el área o sección sobre la que aplicar los filtros morfológicos de reconstrucción. Estos ensayos han dado lugar a la elaboración de una publicación que está en proceso de revisión [Torres, 2002].

6.6 Eliminación de ruido gausiano

6.6.1 Introducción

En procesamiento de imágenes una de las tareas importantes es el realce o mejora visual. El poder de un filtro de realce es normalmente juzgado con la capacidad que posee en la eliminación o reducción ruido, al mismo tiempo que preserva las estructuras geométricas de las imágenes. La supresión del ruido en imágenes en color puede plantearse mediante diferentes alternativas, en [Trahanias, 1993] se define un filtro vectorial básico direccional que minimiza un valor de distancia angular entre vectores, bajo un entorno de vecindad, para eliminar el píxel ruidoso. En [Astola, 1990] se emplea el denominado filtro vectorial de mediana como una extensión del popular filtro de mediana escalar. En este caso, la ordenación de vectores se realiza con un valor de distancia euclídea. En [Deng-Wong, 1996] se utiliza una combinación filtros alternos morfológicos sobre la base RGB para la atenuación del ruido.

En esta aplicación se muestra la utilidad que presentan los algoritmos de reconstrucción geodésica en la eliminación de ruido. Se presenta como aportación de la presente Tesis Doctoral un algoritmo para la eliminación de ruido gausiano que hace uso de filtros conexos cromáticos.

La imagen que se emplea en este experimento es la imagen en color de 'Parrots', que ha sido contaminada con ruido gausiano de varianza igual a 20. La imagen original y ruidosa se presentan en la figura 6.38.

(a) (b)

Figura 6.38. Imagen 'Parrots' original (a) y ruidosa (b). Ruido gausiano con σ=20.

El ruido gausiano cromático se caracteriza, respecto al ruido impulsivo, por alterar toda la definición de la imagen en menor o mayor magnitud. Su efecto se observa en mayor grado en las regiones homogéneas, que pasan ahora a ser totalmente discontinuas

6.6.2 Procedimiento de filtrado

A continuación, se procede a filtrar la imagen ruidosa con una apertura por reconstrucción y un cierre por reconstrucción. La operación vectorial de erosión, en el caso de la apertura y la operación vectorial de dilatación, en el caso del cierre, se implementan con elementos estructurantes planos de tamaño creciente 3x3, 5x5, 7x7, 9x9 y 11x11. Todas las operaciones se realizan empleando el orden lexicográfico α-lex I$\rightarrow$H$\rightarrow$S, con α=5 y control S_{Um}=0. La introducción del factor de peso igual a 5 reduce en 15 puntos el elevado uso de la intensidad del orden lexicográfico clásico, concretamente, el porcentaje de utilización pasa de un 96% a un 81%, para EE 3x3.

En la figura 6.39 se ofrecen los primeros resultados de los filtros geodésicos. En particular, se muestran en la izquierda las aperturas por reconstrucción y en la derecha los cierres por reconstrucción. En la figura 6.40 se presentan los resultados del filtrado por reconstrucción para elementos estructurantes 7x7, 9x9 y 11x11.

(a)

(b)

(c)

(d)

Figura 6.39. Filtrado por reconstrucción geodésica. Apertura por reconstrucción para EE 3x3 (a) y EE 5x5 (c). Cierre por reconstrucción para EE 3x3 (b) y EE 5x5 (d).

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

Figura 6.40. Filtrado por reconstrucción geodésica (continuación). Apertura por reconstrucción para EE 7x7 (a), EE 9x9 (c) y EE 11x11 (e). Cierre por reconstrucción para EE 7x7 (b), EE 9x9 (d) y EE 11x11.

El filtro conexo, empleado en la reconstrucción, reduce el número de zonas planas de la imagen en función del tamaño del elemento estructurante utilizado en la erosión o dilatación vectorial. De esta manera, un entorno altamente discontinuo, por la presencia de gran cantidad de zonas planas de tamaño igual a un píxel (el ruido gausiano), se suaviza gracias a la reducción de las zonas por inclusión.

En la figura 6.41 se detalla el efecto de reducción de zonas planas en la imagen ruidosa, concretamente se muestra la esquina superior izquierda de las imágenes. La figura 6.41.a muestra la sección original, en la que se aprecia la distorsión del ruido gausiano cromático de varianza 20. En las figuras 6.41.b y 6.41.c se observa la progresiva reducción de zonas planas según aumenta el tamaño del elemento estructurante empleado en la erosión vectorial de la apertura por reconstrucción.

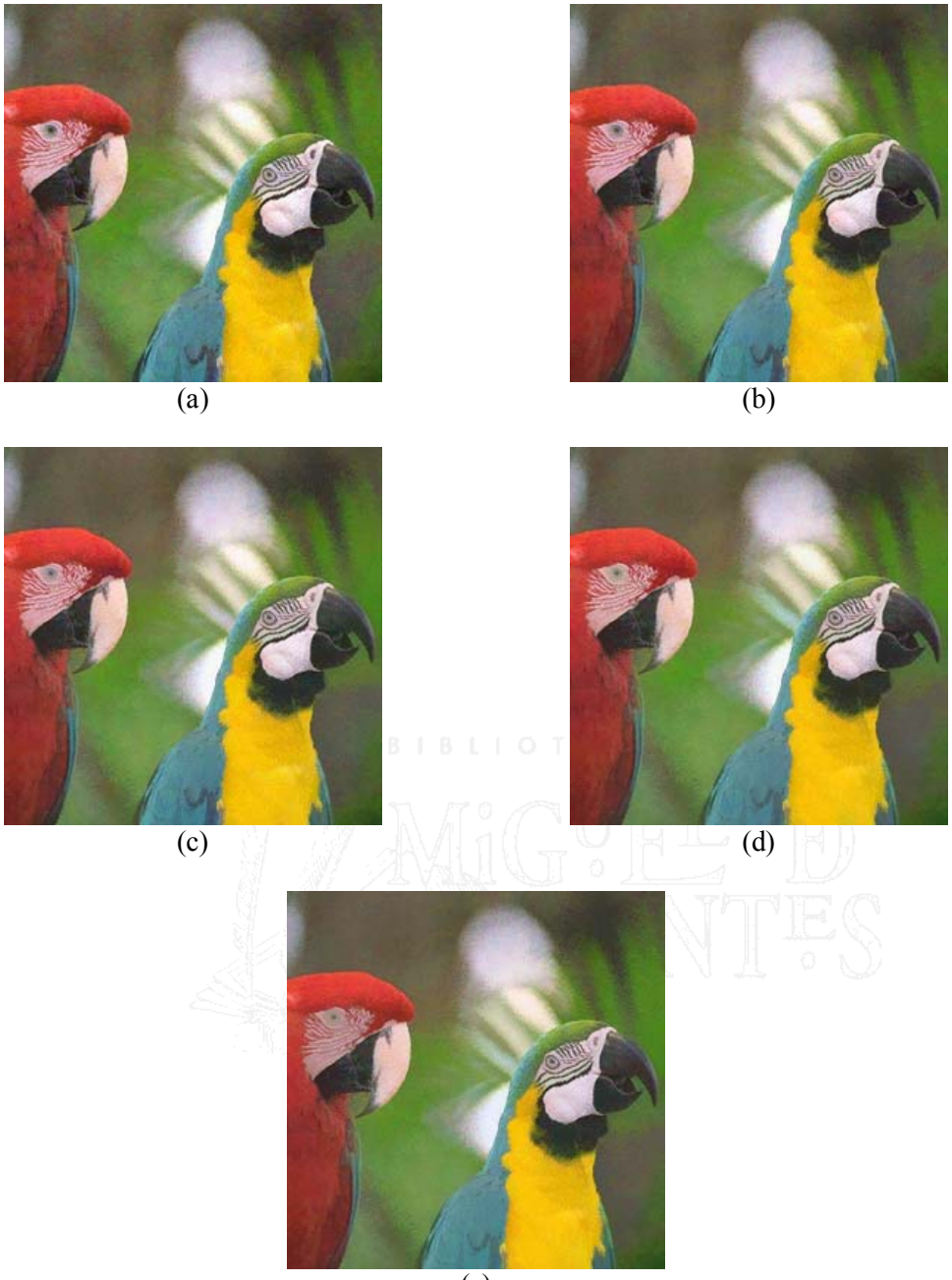
(a)

(b)

(c)

Figura 6.41. Detalle de reducción de zonas planas en los filtros de apertura por reconstrucción. (a) Sección original ruidosa. (b) Filtrado con elemento estructurante 5x5. (c) Filtrado con elemento estructurante 11x11.

La atenuación del ruido se consigue en las reconstrucciones anteriores, sin embargo, debido a la propia filosofía de los filtros empleados, se aprecia una pérdida de detalles claros en la imagen resultado de la apertura por reconstrucción (operación antiextensiva) y una atenuación de estructuras oscuras en el operador conexo extensivo de cierre. Para reducir estos efectos y evitar un desplazamiento de contornos se procede a extraer el valor medio de ambas señales. La imagen media resultado se muestra en la figura 6.42. Se observa como la operación de media atenúa la perdida de detalles de la imagen original.



(a) (b) (c) (d) (e)

Figura 6.42. Valor medio de la apertura y el cierre por reconstrucción. Elemento estructurante de tamaño 3x3 (a), 5x5 (b), 7x7 (c), 9x9 (d) y 11x11 (e).

El algoritmo empleado para la eliminación de ruido gausiano se esquematiza en la siguiente figura:

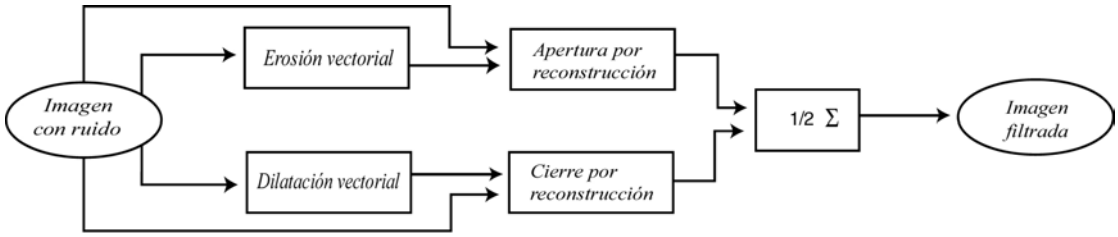


Figura 6.43. Algoritmo de eliminación de ruido por reconstrucción morfológica.

Se emplea el test del error cuadrático medio normalizado (NMSE) como medida cuantitativa para medir la calidad del filtro [Pratt, 1991]. El test de NMSE, para imágenes en color, se calcula a partir de valores triestímulos RGB [Deng-Wong, 1996]:

$$NMSE = \frac{\sum\sum\left[\left(i_R(x,y)-f_R(x,y)\right)^2+\left(i_G(x,y)-f_G(x,y)\right)^2+\left(i_B(x,y)-f_B(x,y)\right)^2\right]}{\sum\sum\left({i_R}^2(x,y)+{i_G}^2(x,y)+{i_B}^2(x,y)\right)} \quad (6.1)$$

donde $i(x,y)$ y $f(x,y)$ denotan el valor de las imágenes original y filtrada, respectivamente, en el punto (x,y).

El test NMSE normalmente se acompaña de otros criterios de evaluación subjetiva. Tres factores subjetivos pueden evaluar la calidad de un filtro para la reducción de ruido:

- *Atenuación visual del ruido.* En ocasiones, el test NSME no refleja exactamente una medida de atenuación del ruido, pues los cambios en contornos pueden elevar su magnitud aunque en el resto de la imagen se aprecie un descenso en el nivel de ruido.
- *Preservación de ejes y contornos*. Uno de los más importantes criterios en la evaluación subjetiva de reducción de ruido es la conservación de los contornos de objetos y figuras presentes en las imágenes. Los ejes son importantes pues ofrecen la definición y la forma de los objetos.
- *Preservación y retención de detalles*. Una imagen está usualmente compuesta zonas uniformes y pequeños detalles que en ocasiones pueden identificar unos objetos respecto a otros. La conservación de los detalles es imprescindible para la correcta interpretación de las estructuras.

En el experimento que aquí se presenta, la evaluación de la calidad con criterios subjetivos se divide en cuatro categorías: excelente (4), buena (3), regular (2) y mala (1). La tabla 6.1 ilustra las medidas de calidad del filtrado morfológico realizado a partir de la media de reconstrucciones de la figura 6.42. Cuando se compara la imagen original y la imagen con ruido gausiano, empleada como entrada del filtro, el valor del test NMSE resultante es de 0,0932. El filtro que minimiza este valor se considera óptimo para la eliminación de ruido.

EE	NMSE	Atenuación visual de ruido	Preservación de contornos	Preservación de detalles
3X3	0,0789	2	4	4

5X5	0,0775	3	4	3
7X7	0,0778	3	3	3
9X9	0,0787	4	3	3
11x11	0,0809	4	3	3

Tabla 6.1. Reducción de ruido gausiano en imagen de 'Parrots'.

En relación a los valores del test NMSE se puede destacar que todos ellos se sitúan por debajo del valor que presenta la imagen ruidosa. El filtro más óptimo, según el test NMSE, es el que emplea, en las operaciones morfológicas vectoriales, un elemento estructurante de tamaño 5x5. En cuanto a la evaluación subjetiva de la calidad del filtro, la atenuación visual del ruido mantiene una relación inversamente proporcional a la preservación de contornos o detalles. Concretamente, la mejor atenuación visual del ruido es aquella resultado de filtrar la imagen con un tamaño de elemento estructurante elevado, mientras que la preservación de estructuras se consigue con elementos estructurantes reducidos.

6.6.3 Conclusiones

En esta aplicación se ha presentado un algoritmo para la eliminación de ruido gausiano en imágenes cromáticas que incluye como aportación novedosa, las operaciones geodésicas de reconstrucción en color. El método geodésico de reducción de ruido ha demostrado su eficacia para nivel de ruido gausiano de varianza 20. En los experimentos realizados se lograron mejores resultados para varianzas más reducidas, concretamente 10 y 15. En concentraciones de ruido superiores en varianza a 40 la calidad en la reconstrucción de la señal decae sensiblemente, pues la simplificación proporcionada por la reconstrucción extiende zonas planas de diferencia cromática elevada lo que provoca que la salida del algoritmo no sea tan óptima como para concentraciones de ruido inferiores.

Capítulo 7

Conclusiones

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

7.1 Introducción

En este último capítulo se describen los resultados y conclusiones de las investigaciones realizadas y que han sido presentadas a lo largo de este documento, desde el capítulo segundo, hasta el capítulo sexto. Asimismo, se ofrecen diferentes perspectivas sobre los trabajos futuros a desarrollar en los próximos años sobre el mismo tema objeto de estudio en la presente Tesis Doctoral.

7.2 Resultados y conclusiones

En el capítulo segundo de esta Tesis Doctoral se comentaron las diferencias existentes entre los diferentes modelos cromáticos y su aplicación en procesamiento de imágenes. Se comentó como el espacio de color utilizado por defecto en los sistemas es el RGB, si bien, las diferentes aplicaciones han desarrollado otros modelos específicos que interaccionan mejor con el sistema físico o con el objetivo requerido. En visión artificial no existe un modelo óptimo general para todas las aplicaciones. Tareas de bajo nivel actúan eficazmente con el modelo de adquisición de las imágenes, mientras que los procedimientos y algoritmos de medio y alto nivel interaccionan mejor con espacios cercanos a la intuición, como el L*C*H* o la familia HSI.

El tercer capítulo de esta Tesis Doctoral describe en detalle el fundamento teórico de la Morfología Matemática. Se ha subrayado la importancia de la noción de orden entre los pixels de las imágenes, pues la estructura fundamental de la morfología, el retículo completo requiere una ordenación interna de sus componentes.

En el cuarto capítulo se desprenden varias e importantes conclusiones. En primer lugar, el novedoso estudio realizado sobre los métodos de ordenación vectorial destaca como el orden lexicográfico interacciona perfectamente con los modelos cromáticos de la familia HSI. En estos espacios de color unas componentes superan a otras en importancia según sea el objetivo deseado en la operación morfológica. Esta particularidad sigue la misma filosofía que las estrategias de orden lexicográfico, en las que la primera componente es empleada como fuente de orden en un elevado porcentaje. El orden lexicográfico es, además, un orden completo, que garantiza la asignación de un índice de orden único irrepetible a cada vector cromático tridimensional. La característica de orden total, ofrecida por la ordenación lexicográfica, asegura, de este modo, la unicidad de ínfimo y supremo del retículo completo.

En el estudio detallado del modelo de color HSI se destaca el inconveniente de la indefinición del matiz. Una señal de matiz indefinida no puede tenerse en cuenta a la hora de realizar la ordenación de los colores del retículo de pixels, especificado por la forma del elemento estructurante. En este caso, las estrategias de orden lexicográfico, que incluyen el matiz como fuente principal o secundaria de orden, deben responder a tal eventualidad, variando el uso de las señales en función de la presencia o no de pixels con matiz indefinido en el retículo. En el capítulo cuarto se ha mostrado un nuevo procedimiento que varía las prioridades del orden lexicográfico en función de un umbral de saturaciones, previamente definido. El valor del umbral segmenta la imagen en pixels que poseen un matiz significativo y que incluyen el valor del matiz como fuente de orden y en pixels que sólo pueden ser ordenados por la señal de

intensidad o luminancia. Una conclusión muy importante es que no es posible recomendar el uso único de la señal de matiz para pretender ordenar los pixels de una escena cromática.

En cuanto al original método de ordenación vectorial lexicográfico α-lex, se puede señalar que la modificación del factor de peso α permite una evolución lineal de un retículo orientado a intensidad a un retículo orientado a matiz, y viceversa. Este nuevo método de orden constituye una primera aproximación a la orientación automática del retículo, pues los pixels que presentan una diferencia de valor en la componente prioritaria mayor que el factor de peso, no son afectados por la ponderación. Sólo los pixels cuya diferencia no sea significativa requieren la información de la segunda componente para ser ordenados en el espacio.

Respecto al capítulo quinto, en el que se presenta una exposición de las transformaciones geodésicas, destaca como nueva aportación la extensión teórica y práctica de todas las operaciones a imágenes de color. Concretamente, en la investigación sobre geodesia en color se demuestra que el establecimiento de un índice de orden en cada vector tridimensional posibilita que las operaciones de la geodesia numérica sean perfectamente aplicables al caso vectorial. Todas las propiedades básicas se conservan, pues las relaciones de orden total entre las transformaciones así lo indican.

Las transformaciones geodésicas son más sensibles a la aparición de falsos colores que cualquier otra operación morfológica, ya que la cromaticidad presente en la imagen marcador puede extenderse por las componentes conectadas de la imagen máscara. La elección de un marcador correcto es fundamental para obtener un buen resultado en la operación geodésica. En este sentido, el empleo de un marcador extraído directamente de la imagen máscara anula la posibilidad de nuevas cromaticidades en la imagen resultado. En esta memoria se ha mostrado la utilidad que posee la operación de apertura por reconstrucción geodésica vectorial para lograr la extracción de formas o estructuras de la imagen original sin alterar el resto de objetos de la imagen. En la apertura geodésica, la erosión vectorial elimina las formas no deseadas. El resto de estructuras son reconstruidas por la dilatación geodésica que se itera hasta la estabilidad o idempotencia.

Finalmente, en el capítulo sexto de esta Tesis Doctoral se ha demostrado la utilidad de las transformaciones geodésicas en diferentes útiles de la visión artificial. En particular, se han desarrollado novedosos algoritmos para aplicaciones tan variadas como la segmentación de objetos cromáticos, la eliminación de brillos o reflexiones, y la reducción o atenuación del ruido gausiano. En cuanto a la segmentación, se ha mostrado como las operaciones geodésicas permiten la atenuación de las formas no deseadas por su valor de matiz. El resto de estructuras quedan inalteradas y su identificación es inmediata. Concretamente, se ha realizado un estudio en imágenes de retinas de monos. Las transformaciones geodésicas vectoriales han permitido segmentar e identificar fielmente en una imagen cromática los diferentes tipos de células presentes en la retina del animal. Una vez identificadas perfectamente los contornos de las células, el resto de operadores morfológicos han permitido la separación de células solapadas.

La extensión de las transformaciones geodésicas a imágenes en color ha demostrado su eficacia en la segmentación de imágenes aéreas. Se ha comprobado como la apertura geodésica vectorial atenúa considerablemente las zonas de terreno cuyo matiz es opuesto al ínfimo

previamente seleccionado. Con la atenuación, sólo los objetos de interés permanecen en la imagen con un valor de saturación elevado. Se emplea esta señal para identificarlos del resto de la imagen.

En relación a la eliminación de brillos o reflexiones se ha podido comprobar como una apertura por reconstrucción piramidal permite la atenuación progresiva de las formas luminosas. En este sentido, una erosión vectorial, con retículo orientado a intensidad, precede a la dilatación geodésica. El proceso piramidal puede llegar a simplificar en exceso la imagen. Para evitar esta situación se ha presentado un algoritmo que permite seleccionar las zonas de la imagen sobre las que se desea que actúe la reconstrucción.

Por último, la reducción de zonas planas en las imágenes, por la simplificación derivada de la operación de reconstrucción, permite emplear la geodesia en la reducción y atenuación del ruido gausiano cromático. Se ha comprobado como el proceso piramidal posibilita la reducción del número de zonas planas por inclusión, lo que provoca en la práctica que efectos de inestabilidad en las imágenes, como el ruido gausiano, sean eliminados.

7.3 Trabajos futuros

Se considera que uno de los aspectos más importantes a desarrollar en las próximas investigaciones es el perfeccionamiento del nuevo orden lexicográfico ponderado. En concreto, se pretende automatizar totalmente el proceso, de forma que, salvo que el usuario especifique o defina previamente la ordenación interna lexicográfica, el nivel de saturación presente en la escena oriente la prioridad del retículo en componente de matiz o en componente de intensidad, atendiendo, en todo caso, a la situación del matiz indefinido. En este sentido, se proyecta mejorar el proceso de cambio de prioridades en el retículo y minimizar en el software experimental desarrollado el tiempo de cálculo de las operaciones.

Otro aspecto importante a desarrollar es la extensión generalizada del procesamiento vectorial cromático al resto de operaciones geodésicas, implementadas hasta ahora en la escala de grises. En concreto, se pretende investigar la aplicación de máximos y mínimos regionales en imágenes cromáticas, y lograr de este modo un proceso de watershed totalmente cromático. A su vez, se desean implementar los nivelamientos o *levellings* para, entre otras aplicaciones, mejorar la atenuación de ruido gausiano cromático en las imágenes.

Apéndice A

Contenido del CD

A.1 Introducción

En este apéndice se detalla el contenido del disco compacto que acompaña al documento escrito de la presente Tesis Doctoral. El CD alberga el software de investigación experimental 'Visual' [Candelas, 2001], con las operaciones de procesamiento morfológico cromático desarrollas por el autor de esta memoria. Asimismo, en el disco compacto se han recopilado todas las imágenes en color, originales y procesadas, comentadas y presentes en los capítulos cuarto, quinto y sexto de este documento.

A.2 Software 'Visual'

El software experimental 'Visual' se ubica en el CD en el directorio *visual*. Este software se compone de diferentes archivos y directorios:

- visual.exe.
    - Fichero que lanza a ejecución el modulo principal del programa.
- Esquemas.
    - Directorio que alberga los esquemas de algoritmos creados por el usuario a partir de operaciones básicas.
- Imágenes.
    - Directorio en el que se almacenan los iconos que identifican las principales operaciones presentes en el software.
- Módulos.
    - Directorio que contiene diferentes módulos ejecutables que albergan las operaciones morfológicas.

A.3 Imágenes cromáticas

A.3.1 Introducción

El disco compacto alberga, en el directorio *imágenes*, el conjunto de imágenes cromáticas que han sido procesadas con los algoritmos morfológicos comentados a lo largo de esta Tesis Doctoral. Todas las imágenes contenidas en el CD están almacenadas en formato 'bmp' y su notación hace referencia a la figura numerada de cada capítulo. Por ejemplo, 'figura4-11b.bmp' corresponde a la imagen 'b' presente en la figura 11 del capítulo cuarto.

A.3.2 Figuras del capítulo 4. Morfología Matemática en color

El conjunto de imágenes cromáticas contenidas en el capítulo cuarto de este documento, junto al número de página en el que se ubican se lista a continuación:

figura4-1.bmp 70
figura4-5a.bmp 74
figura4-7a.bmp 75
figura4-11a.bmp 78
figura4-11b.bmp 78
figura4-12a.bmp 79

figura4-12b.bmp 79
figura4-14.bmp 80
figura4-21a.bmp..... 86
figura4-21b.bmp 86
figura4-21c.bmp 86
figura4-23.bmp..... 87
figura4-27.bmp..... 89
figura4-30a.bmp 90
figura4-30b.bmp..... 90
figura4-30c.bmp 90
figura4-31a.bmp 91
figura4-31b.bmp..... 91
figura4-31c.bmp 91
figura4-34a.bmp 93
figura4-34b.bmp..... 93
figura4-34c.bmp 93
figura4-36a.bmp 95
figura4-36b.bmp..... 95
figura4-38a.bmp 96
figura4-38b.bmp 96
figura4-42a.bmp..... 99
figura4-43a.bmp 100
figura4-43b.bmp 100
figura4-43c.bmp..... 100
figura4-43d.bmp..... 100
figura4-44a.bmp 101
figura4-44b.bmp..... 101
figura4-44c.bmp 101
figura4-46a.bmp 102
figura4-46b.bmp..... 102
figura4-46c.bmp 102
figura4-48a.bmp 103
figura4-48b.bmp..... 103
figura4-48c.bmp 103
figura4-49a.bmp 104
figura4-49b.bmp..... 104
figura4-49c.bmp 104
figura4-52a.bmp 107
figura4-52b.bmp..... 107
figura4-52c.bmp 107
figura4-53a.bmp 108
figura4-53b.bmp..... 108
figura4-53c.bmp 108
figura4-54d.bmp 109
figura4-54e.bmp..... 109
figura4-54f.bmp..... 109
figura4-54g.bmp 109
figura4-54h.bmp..... 109
figura4-54i.bmp..... 109
figura4-57a.bmp 112
figura4-57b.bmp..... 112
figura4-58a.bmp 114
figura4-58b.bmp 114
figura4-58c.bmp..... 114
figura4-58d.bmp..... 114
figura4-59a.bmp 115
figura4-59b.bmp..... 115
figura4-59c.bmp 115
figura4-59d.bmp 115
figura4-60a.bmp..... 116
figura4-60b.bmp 116
figura4-60c.bmp 116
figura4-60d.bmp..... 116
figura4-61.bmp..... 118
figura4-62a.bmp 118
figura4-62b.bmp..... 118
figura4-63a.bmp 119
figura4-63b.bmp 119
figura4-64a.bmp..... 119
figura4-64b.bmp 119

A.3.3 Figuras del capítulo 5. Transformaciones geodésicas

Las imágenes en color presentes en el capítulo quinto son las siguientes:

figura5-30a.bmp. 147
figura5-30b.bmp 147
figura5-30c.bmp..... 147
figura5-30d.bmp..... 147
figura5-31a.bmp 147
figura5-31b.bmp..... 147
figura5-31c.bmp 147
figura5-32.bmp..... 148
figura5-33.bmp..... 148
figura5-34a.bmp 149
figura5-34b.bmp 149
figura5-35.bmp..... 149
figura5-36a.bmp 150
figura5-36b.bmp 150
figura5-37.bmp..... 151
figura5-38a.bmp 151
figura5-38b.bmp 151
figura5-38c.bmp..... 151
figura5-38d.bmp..... 151
figura5-39a.bmp 152
figura5-39b.bmp..... 152
figura5-41.bmp..... 153
figura5-42a.bmp 154
figura5-42b.bmp..... 154
figura5-42c.bmp 154
figura5-42d.bmp 154

A.3.4 Figuras del capítulo 6. Aplicaciones

El capítulo de Aplicaciones alberga las imágenes cromáticas que se listan a continuación:

figura6-1.bmp. 161
figura6-2a.bmp 161
figura6-2b.bmp..... 161
figura6-4a.bmp 162
figura6-4b.bmp 162
figura6-4c.bmp..... 162
figura6-4d.bmp..... 162
figura6-5a.bmp 163
figura6-5b.bmp..... 163
figura6-5c.bmp 163
figura6-5d.bmp 163
figura6-5e.bmp..... 163
figura6-6a.bmp 164
figura6-6b.bmp 164
figura6-13.bmp..... 168
figura6-14a.bmp 168
figura6-14b.bmp 168
figura6-15.bmp..... 168

figura6-17.bmp 168
figura6-18.bmp 170
figura6-22a.bmp 173
figura6-22b.bmp 173
figura6-22c.bmp 173
figura6-22d.bmp 173
figura6-26.bmp 176
figura6-27a.bmp 177
figura6-27b.bmp 177
figura6-27c.bmp 177
figura6-27d.bmp 177
figura6-27e.bmp 177
figura6-27f.bmp 177
figura6-28a.bmp 178
figura6-28b.bmp 178
figura6-30.bmp 179
figura6-31a.bmp 179
figura6-32a.bmp 180
figura6-32c.bmp 180
figura6-32e.bmp 180
figura6-32g.bmp 180
figura6-33.bmp 182
figura6-34d.bmp 183
figura6-35a.bmp 184
figura6-35b.bmp 184
figura6-35c.bmp 184
figura6-35d.bmp 184
figura6-35e.bmp 184
figura6-35f.bmp 184
figura6-35g.bmp 184
figura6-35h.bmp 184
figura6-36a.bmp 185
figura6-36b.bmp 184
figura6-38a.bmp 186
figura6-38b.bmp 186
figura6-39a.bmp 187
figura6-39b.bmp 187
figura6-39c.bmp 187
figura6-39d.bmp 187
figura6-40a.bmp 188
figura6-40b.bmp 188
figura6-40c.bmp 188
figura6-40d.bmp 188
figura6-40e.bmp 188
figura6-40f.bmp 188
figura6-41a.bmp 189
figura6-41b.bmp 189
figura6-41c.bmp 189
figura6-42a.bmp 190
figura6-42b.bmp 190
figura6-42c.bmp 190
figura6-42d.bmp 190
figura6-42e.bmp 190
figura6-42f.bmp 190

BIBLIOTECA VIRTUAL
MIGUEL DE CERVANTES

Apéndice B

Recursos en la red

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

B.1 Introducción

En este apéndice se presentan algunos recursos en la red sobre Morfología Matemática. Generalmente son páginas web mantenidas por universidades o personal investigador sobre procesamiento morfológico. Aquí sólo se han destacado los recursos más relevantes para este autor. En el interior de los 'sitios' que se listan es posible encontrar otros enlaces de interés sobre Morfología Matemática.

B.2 Índice de recursos en la red

A continuación, se ofrecen un conjunto de recursos web sobre procesamiento morfológico de imágenes:

- http://cmm.ensmp.fr
    - Página web del Centro de Morfología Matemática de Fontainebleu, de la Escuela de Mines de Paris. En el interior de este 'sitio' es posible encontrar páginas que albergan importantes nociones sobre conceptos morfológicos. En particular:
        - http://cmm.ensmp.fr/~serra
            - Pagina personal de Jean Serra. Dispone de transparencias de diferentes cursos básicos de morfología matemática, en inglés, francés y español.
        - http://cmm.ensmp.fr/~beucher/wtshed.html
            - Página mantenida por Serge Beucher. Realiza una descripción del proceso de watershed, presentado algunos ejemplos sobre esta importante herramienta morfológica.
- http://www.cwi.nl/projects/morphology
    - Morphology Digest. Esta página es un importante recurso electrónico sobre procesamiento morfológico. Es editada por Henk Heijmans, del *Centre for Mathematics and Computer Science* holandés. Permite una suscripción automática y gratuita que informa asiduamente de las últimas publicaciones, congresos, software y demás eventos sobre Morfología Matemática.
- http://www.cwi.nl/projects/morphology/
    - Este 'sitio' web presenta el 'SDC Morphology Toolbox for MATLAB', un modulo especial sobre Morfología Matemática para imágenes de escala de grises que puede adquirirse o descargarse para evaluación. Se ejecuta bajo MATLAB y viene acompañado de un completo tutorial sobre las operaciones morfológicas con importantes ejemplos visuales.

- http://www.dca.fee.unicamp.br/projects/khoros/mmach/tutor/mmach.html
    - Otra Toolbox sobre procesamiento morfológico, en este caso para el sistema Khoros. Contiene tutoriales con definiciones básicas.
- http://www.ph.tn.tudelft.nl/Courses/FIP/frames/fip.html
    - Tutorial *online* sobre Morfología Matemática. Alberga definiciones de las operaciones y ejemplos, tanto numéricos como visuales.
- http://www.dai.ed.ac.uk/CVonline/transf.htm
    - Web que contiene numerosos enlaces sobre algoritmos y aplicaciones de visión artificial. Entre los links es posible encontrar los relacionados con el proceso morfológico de watershed.
- http://web.ukonline.co.uk/soille/
    - Página web de Pierre Soille, destacado investigador sobre Morfología Matemática. En el web se ofrece el listado de publicaciones del autor, así como la descarga de su Tesis Doctoral. Finalmente, incluye un importante índice bibliográfico sobre Morfología Matemática.
- http://dns.inf.ufsm.br/~ornellas
    - Página personal del profesor Marcos C. d'Ornellas. En esta web es posible acceder y consultar sus publicaciones sobre morfología matemática. Se pueden destacar los trabajos sobre el proceso de watershed de imágenes cromáticas.
- http://gps-tsc.upc.es/imatge/_Philippe/Philippe.html
    - Web de Philippe Salembier, profesor Teoría de la Señal y Comunicaciones de la Universidad Politécnica de Cataluña. Es posible descargar importantes publicaciones realizadas por este autor en revistas internacionales. Interesantes son sus investigaciones sobre operadores conectados.
- http://dynamo.ecn.purdue.edu/~ace
    - Web de Edward J. Delp, profesor de Ingeniería Electrónica de la Universidad de Purdue, en EEUU. Contiene numerosos enlaces a útiles de procesamiento de imágenes. Asimismo, ofrece la descarga de sus últimas publicaciones, entre las que destacan las relacionadas con la investigación de morfología cromática.
- http://www.umr.edu/~bunyak/vision/morph.htm
    - Página en internet de Filiz Bunyak, profesor de la Universidad de Missouri, en EEUU. Importante es el enlace sobre recursos de procesamiento morfológico. Alberga información de tutoriales, cursos, bibliografía, etc.

Bibliografía

BIBLIOTECA VIRTUAL
MIGUEL DE CERVANTES

[Astola, 1990] Astola, J., Haavisto, P., Nuevo, Y. (1990). Vector median filters. *Proceedings of the IEEE*, 78 (4), pp. 678-689.

[Avellanas, 1990] Avellanas, M., Lodares, D. (1990). *Matemática Discreta*. Ed. Ra-ma. Madrid.

[Bajon, 1986] Bajon, J. (1986). Identification of multicoloured objects using a vision module. *Proceedings of the 6th RoViSeC*, pp. 21-30.

[Barnett, 1976] Barnett, V. (1976). The ordering of multivariate data. *Journal of the Statistical Society of America* A, 139 (3), pp. 318–354.

[Beléndez, 1996] Beléndez, A. (1996). *Fundamentos de Óptica para Ingeniería Informática,* Servicio de Publicaciones de la Universidad de Alicante.

[Belhomme, 1997] Belhomme, P., Elmoataz, A., Herlin, P., Bloyet, D. (1997). Generalized region growing operator with optimal scanning: application to segmentation of breast cancer images. *Journal of Microscopy*, Vol. 186, pp. 41-50.

[Beucher, 1977] Beucher S., Meyer, F. (1977). Méthodes d'analyse des contrastes à l'analyseur de textures. Tech. Report CMM N-625. École des Mines de Paris.

[Beucher, 1979] Beucher, S., Lantuéoul, C. (1979). Use of watershed in contour detection. *Proc. International Workshop on Imae Processing, Real-Time Edge and Motion Detection/Estimation*. Rennes.

[Beucher, 1990] Beucher, S. (1990). *Segmentation d'images et morphologie mathématique*. Thèse, École des Mines de Paris.

[Beucher, 1993] Beucher, S., Meyer, F. (1993). *The morphological approach to segmentation: the watershed transformation*. E. Dougherty, ed. Mathematical morphology in image processing. Cap. 12, pp. 433-481.

[Candelas, 2001] Candelas, F. (2001). *Extensión de técnicas de planificación espacio-temporal a sistemas de visión por computador*. Tesis Doctoral. Escuela Politécnica Superior de Alicante. Universidad de Alicante.

[Casas, 1994] Casas, J. (1994). *Óptica*. Librería General, Zaragoza.

[Celenk, 1990] Celenk, M. (1990). A color clustering technique for image segmentation. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 52, pp. 145-170.

[Comer, 1999] Comer, M., Delp, E. (1999). Morphological Operations for Colour Image Processing, *Journal of Electronic Imaging,* 8, pp. 279-289.

[Crespo, 1995] Crespo, J., Serra, J., Schafer, R., (1995). Theorical aspects of morphological filters by reconstruction, *Signal Processing*, 47, pp. 201-225.

[Chanussot, 1998a] Chanussot, J. (1998). *Approches Vectorielles ou Marginales pour le Traitement d'Images Multicomposantes*. Thèse. E.I.S.A. Universidad de Savoie.

[Chanussot, 1998b] Chanussot, J, Lambert, P. (1998). Total ordering based on space filling curves for multivalued morphology. In: *Proceedings of the 4th International Symposium on Mathematical Morphology and its Applications,* Amsterdam, Nederland, pp. 51-58.

[d'Ornellas, 2000] d'Ornellas, M., Boomgaard, R. (2000). A Morphological Multi-scale Gradient for Color Image Segmentation. *International Symposium on Mathematical Morphology ISMM'2000*. Palo Alto (CA),USA.

[d'Ornellas, 2001] d'Ornellas, M. (2001). *Algorithmic Patterns for Morphological Image Processing*. PhD. Thesis. Universiteit van Amsterdam.

[Dai, 1996] Dai, Y., Nakano, Y. (1996). Face-texture model based on SGLD and its application in face detection in color scene. *Pattern Recognition*, 29 (6), pp. 1007-1017.

[De Boeck, 1990] De Boeck, W. (1990) *Aplicación de la Colorimetría a la Televisión en Color*. Publicaciones del Instituto Oficial de Radio y Televisión, (R.T.V.E.), Madrid.

[Demarty, 200] Demarty, Claire-Hélène. (2000). *Segmentation d'un document vidéo pour la caractérisation et l'indexation*, son contenu sémantique: *Application aux journaux televises*. Thèse. École des Mines de Paris.

[Deng-Wong, 1996] Deng-Wong, P., Cheng, F., Venetsanopoulos, A. (1996). Adaptive Morphological Filters for Color Image Enhancement. *Journal of Imtelligent and Robotic System*, 15, pp. 181-207.

[Elmoataz, 1996] Elmoataz, A., Belhomme, P., Herlin P., Schupp, S., Revenu, M. (1996). Automated segmentation of cytological and histological images for the nuclear quantification: And adaptative approach based on Mathematical Morphology. *Micrososc. Mircoanal. Microstruct*. Vol. 7, pp. 331-337.

[Fairchild, 1998] Fairchild, M. (1998). *Color Appearance Models*, Addison Wesley.

[Fernández, 1994] Fernández, J. (1994). *Desarrollo de técnicas y operadores morfológicos: aplicación al procesamiento y análisis de imágenes en Cardiología*. Tesis Doctoral. Facultad de Ciencias. Universidad Nacional de Educación a Distancia.

[Ferri, 1992] Ferri, F., Vidal, E. (1992). Colour image segmentation and labelling through multiedit-condensing. *Pattern Recognition Letters*, 13 (8), pp. 561-568,

[Foley, 1982] Foley, J., van Dam, A. (1982). *Fundamentals of Interactive Computer Graphics,* The Systems programming series. Addison Wesley.

[Gagliardi, 1985] Machine vision applications in the food industry, *Proceedings Vision'85 Conference*, Detroit, MI, pp. 524-538.

[Gilabert, 1992] Gilabert, E. (1992). *Medida del Color*, Servicio de Publicaciones de la Universidad Politécnica de Valencia.

[Goetcherian, 1980] Goetcherian, V. (1980). From binary to grey tone image processing using fuzzy logic concepts. *Pattern Recognition*, 12, pp. 7-15.

[González, 1993] González, R., Woods, R. (1993). *Digital Image Processing*. Addison-Wesley.

[Gordillo, 1985] Gordillo, J. (1985). Colour representations for a vision machine. *Proc. 2nd International Conf. on Machine Intelligence*, London, pp. 375-385.

[Grimaud, 1991] Grimaud, M. (1991). *Géodésie numérique en morphologie mathématique. Application à la détection automatique de microcalcifications en mammographies numériques*. Thèse. École des Mines de Paris.

[Gu, 1995] Gu, C. (1995). *Multivalued morphology and segmentation based coding*. PhD. Thesis. École Polytechnique Fédérale de Lausanne.

[Hadwiger, 1957] Hadwiger, H. (1957). *Vorlesungen über Inhalt, Oberfläche und Isoporimetrie*. Springer.

[Hadwiger, 1959] Hadwiger, H. (1959). Normale köper im euklidischen raum und ihre topologishen und metrischen eigenschaften. *Math. Zeitschr*, 71, pp. 124-149.

[Hall, 1981] Hall, R. (1981). *Illumination and Color in Computer Generated Imagery*. Springer Verlag, New York.

[Hanbury, 2001a] Hanbury, A., Serra, J. (2001). Morphological operators on the unit circle. *IEEE Transactions on Image Processing*, 10 (12), pp. 1842-1850.

[Hanbury, 2001b] Hanbury, A. (2001). Lexicographical Order in the HLS Colour Space. Technical Report N-04/01/MM. Centre de Morphologie Mathématique. École des Mines de Paris.

[Hanbury, 2001c] Handbury, A. (2001) Vectorial orders. Technical Doc. Centre de Morphologie Mathématique. École des Mines de Paris.

[Hanbury, 2001d] Hanbury, A., Serra, J. (2001). Mathematical Morphology in the L*a*b* Colour Space. Technical report N-36/01/MM. Centre de Morphologie Mathématique. École des Mines de Paris.

[Hecht, 1988] Hecht, E., Zajac, A. (1988). *Óptica*. Addison Wesley. México.

[Hsu, 1994] Hsu, C., Kuo, C. (1994). Image compression using multiresolution morphological decomposition. *Proc. SPIE. Image Algebra and Morphological Image Processing,* Vol. 2300, pp. 90-101.

[Iwanowski, 1999] Iwanowski, M., Serra, J., (1999). Morphological Interpolation and Color Images. *Proc. of: 10th International Conference on Image Analysis and Processing ICIAP'99*, Venice, Italy, pp. 50-55.

[Jeulin, 1992] Jeulin, D., Kurdy, M. (1992). Directional mathematical morphology for oriented image restauration and segmentation. *Proc. 'Acta Stereologica'*, Vol. 11, pp. 545-550.

[Jochems, 1994] Jochems, T. (1994). *Morphologie mathématique appliquée au contrôle industriel de pièces coulées.* Thèse. Écoles des Mines de Paris.

[Kay, 1992] Kay, G., De Jager, G. (1992). A versatile colour system capable of fruit sorting and accurate object classification. *Proceedings of COMSIG'92*, Cape Town, pp. 145-148.

[Kender, 1976] Kender, J. (1976). Saturation, hue, and normalized color; calculation, digitisation effects, and use, Technical report, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh.

[Koschan, 1997] Koschan, A. (1997). Segmentation of Color Images for the Minimization of Interreflections. *Proc. 4th International Workshop on System, Signals and Image Processing*. Poznan, Poland, pp. 191-194.

[Kurdy, 1989] Kurdy, M. Jeulin, D. (1989). Directional mathematical morphology operations, *Proc. 'Acta Stereologica'*, Vol. 8/2, pp. 473-480.

[Lambert, 1999] Lambert, P. (1999). Pretraitements des images couleur. *Proc. École d'été – Images couleur*. Univ. Saint Etienne.

[Lammens, 1994] Lammens, J. (1994). *A Computational Model for Color Perception and Color Naming*. PhD. Dissertation. State University of New York at Buffalo, NY.

[Lantuéjoul, 1978] Lantuéjoul, C. (1978). *La squelettisation et son apllication aux measures topologiques des mosaïques polycristallines*. Thèse. École des Mines de Paris.

[Lantuéjoul, 1981] Lantuéoul, C., Beucher, S. (1981). On the use of geodesic metric in image analysis. *Journal of Microscopy*, 121, pp. 39-49.

[Lantuéjoul, 1982] Lantuéoul, C. (1982). Geodesic segmentation. *Multicomputers and Image Processing: Algorithms and Programs*, Academic Press.

[Ledley, 1990] Ledley, S., Buas, M., Golab, T. (1990). Fundamentals of true-color image processing. *Proceedings of 10th International Conference on Pattern Recognition*, Atlantic City, pp. 791-795.

[Lee, 1989] Lee, C., Haralick, R., Phillips, T. (1989). Image segmentation using the morphological pyramid. *Proc. SPIE. Applications of Artificial Intelligence VII*. Vol. 1095.

[Levkowitz, 1993] Levkowitz, H., Herman, G. (1993). Glhs: A generalized lightness, hue and saturation color model. *CVGIP: Graphical Models and Image Processing*, 55 (4), pp. 271-285.

[Lezoray, 2000] Lezoray, O. (2000). *Segmentation d'images couleur par morphologie mathématique et classification de données par réseaux de neuronres : applications à la classification de cellules en cytologie des séreuses.* Thèse. Université de Caen.

[Lim, 1990] Lim, Y., Lee, S. (1990). On the color image segmentation algorithm based on the thresholding and the fuzzy c-means techniques. *Pattern Recognition,* 23 (9), pp. 935-952.

[Liu, 1994] Liu, J., Yang, Y. (1994). Multiresolution color image segmentation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence,*16 (7), pp. 689-700.

[Matheron, 1967] Matheron, G. (1967). *Eléments pour une Théorie des Milieux Poreux*. Masson, Paris.

[Matheron, 1975] Matheron, G. (1975). *Random Sets and Integral Geometry*. John Wiley and Sons. New York.

[Matsopoulos, 1994] Matsopoulos, G., Marshall, S., Brunt, J. (1994). Multiresolution morphological fusion of MR and CT images of the human brain. *IEEE Proceedings: Vision, Image and Signal Processing*, 141 (3), pp.137-142.

[Matsopoulos, 1995] Matsopoulos, G., Marshall, S. (1995). Application of morphological pyramids: fusion of MR and CT phantoms. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 6 (2), pp.196-207.

[Meyer, 1994] Meyer, F. (1994). Topographic distance and watershed lines. *Signal Processing*, 38, pp. 113-125.

[Meyer, 1978] Meyer, F. (1978), Contrast feature extraction. *Quantitative analysis of microstructures in material sciences, biology and medicine. Special Issue of Practical Metallography*. Riederer Verlag.

[Meyer, 1990] Meyer, F, Beucher, S. (1990). Morphological segmentation. *Journal of Visual Communication and Image Representation,* 1 (1), pp. 21-46.

[Meyer, 1991] Meyer, F. (1991). Un algorithme optimal de ligne de partage des eaux. *Proceedings 8th Congress AFCET*. Lyon-Villeurbane, Vol. 2, pp. 847-859.

[Meyer, 1992] Meyer, F. (1992). Colour Image Segmentation. *Proceeding of the ICIP'92*, pp. 303-306.

[Meyer, 1998] Meyer, F. (1998). *The levelings*. Mathematical morphology and its applications to image and signal processing. H. Heijmans and J. Roerdink eds. Kluwer.

[Minkowsky, 1897] Minkowsky, H. (1897). Allgemeine lehrs atze uber konvexe polyeder. Nachr. Ges. Wiss. Gottingen, pp. 198-219.

[Minkowsky, 1901] Minkowsky, H. (1901). Uber die begriffe l ange, oberf ache und volumen. *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker Vereinigung*, 9, pp. 115-121.

[Nicolás, 1988] Nicolás, F. (1988). *Colorimetría*. Publicaciones del Instituto Oficial de Radio y Televisión, (R.T.V.E.), Madrid.

[Ortiz, 1998] Ortiz, F. (1998). OPTIVISIOM. Operaciones Morfológicas para el Tratamiento de Imágenes en Visión, Proyecto Fin de Carrera, Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal. Universidad de Alicante.

[Ortiz, 1999] Ortiz, F., (1999). Manual de Colorimetría. Documento interno Aurova-Vis-99-01. Grupo de Automática, Robótica y Visión Artificial. DFISTS. Universidad de Alicante.

[Ortiz, 2000a] Ortiz, F., Torres, F., Puente, S., Candelas, F., Gil, P. (2000). Use of the Hue/Saturation/Intensity Colour Spaces to the Morphological Processing of Colour Images. *Proceedings of First International Conference in Graphics and Image Processing*, Saint-Etienne, France, pp. 219-224.

[Ortiz, 2000b] Ortiz, F. (2000). Esquema de ordenes vectoriales. Documento interno Aurova-Vis-00-01. Grupo de Automática, Robótica y Visión Artificial. DFISTS. Universidad de Alicante.

[Ortiz, 2001a] Ortiz, F., Torres, F., Gil, P., Pomares, J., Puente, S., Candelas, F. (2001). Vectorial Ordering by Distance for HSI Mathematical Morphology. *Proceedings of the IX Spanish Symposium on Pattern Recognition and Image Analysis*, Vol. 2, pp. 379-384.

[Ortiz, 2001b] Ortiz, F., Torres, F., Angulo, J., Puente, S. (2001). Comparative study of vectorial morphological operations in different colour spaces. *Proceedings of SPIE, Intelligent Robots and Computer Vision XX*, 4572, pp. 259-268.

[Ortiz, 2001c] Ortiz, F. (2001). Geodesia en Color. Extensión de la Morfología Matemática a Imágenes en Color. Ponencia presentada en la red temática: *Técnicas Avanzadas de Visión Artificial aplicadas a la Industria (TaVArcA)*. Universidad de Alicante. Disponible en http://www.disc.ua.es/tavarca.

[Ortiz, 2002a] Ortiz, F., Torres, F. De Juan, E., Cuenca, N. (2002). Colour Mathematical Morphology for Neural Image Analysis. Aceptado y en proceso de publicación en *Second Special Issue on Bioinformatics*. *Journal of Real Time Imaging.*

[Ortiz, 2002b] Ortiz, F., Torres, F. (2002). Colour geodesy for image segmentation. Enviado y en proceso de revisión en *Special Issue on Colour Image Processing and Applications Machine Graphics & Vision Journal.*

[Ortuño, 2001] Ortuño, J., Malpoca, N., Reig, S., Matínez, R., Desco, M., Santos, A. (2001). Algoritmo Morfológico de Segmentación de Imágenes de Resonancia Magnética Normales Ponderadas en T1. *Proceedings de XIX Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica*, pp. 205-208.

[Pe, 1991] Pe, S., Chen, F. (1991). Subband decomposition of monochrome and color images by mathematical morphology. *Optical Engineering*, 30, pp. 921-923.

[Peters II, 1995] Peters, R. (1995). A new algorithm for image noise reduction using mathematical morphology. *IEEE Transactions on Image Processing*, 4 (3), pp. 554-568.

[Peters II, 1997] Peters II, A. (1997). Mathematical morphology for angle-valued images. *Proceedings of SPIE, Non-Linear Image Processing VIII*, 3026, pp. 84-94.

[Pitas, 1991] Pitas, I., Panagiotis, T. (1991). Multivariate ordering in color image filtering. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 1 (3), pp. 247-259.

[Plataniotis, 2000] Plataniotis, K., Venetsanopoulos, A. (2000). *Color Image Processing and Applications*. Springer-Verlag.

[Poynton, 1996] Poynton, C. (1996). *A Technical Introduction to Digital Video*. Prentice Hall, Toronto.

[Poynton, 1999] Poynton, C. (1999). Frequently asked questions about color. Disponible en http://www.inforamp.net/~poyton.

[Pratt, 1991] Pratt, W. (1991). *Digital Image Processing*, 2nd ed. Wiley. New York.

[Pritchard, 1995] Pritchard, A. (1995). Achieving brightness-insensitive measurements of colour saturation in colour object recognition. *Proceedings 5th International Conference on Image Processing and its Applications*, Institution of Electrical Engineers, Heriot-Watt University, Edimburg, UK, pp. 791-795.

[Reinoso, 2001] Reinoso, O., Sebastián, J., Aracil, R., Torres, F. (2001). Morphological operations with subpixel resolution on digital images. *Machine Graphics and Vision*, 10 (1), pp. 89-102.

[Robertson, 1977] Robertson, A. (1977). The CIE color-difference formulae. *Color research and application,* 2 (1), pp. 7-11.

[Rodieck, 1973] Rodieck, R. (1973). *The Vertebrate Retina*. W. H. Freeman, San Francisco.

[Ronse, 1990] Ronse, C. (1990). Why mathematical morphology needs complete lattices, *Signal Processing*, 21, pp. 129-154.

[Rosenfeld, 1966] Rosenfeld, A., Pfaltz, J. (1966). Sequential operations in digital picture processing. *J. Assoc. Comp. Mach,* 13 (4), pp. 471-494.

[Saarinen, 1994] Saarinen, K. (1994). Color image segmetation by watershed algorithm and region adjency graph processing. *Proceedings of ICIP'94*, vol. 3, pp. 1021-1025.

[Salembier, 1995] Salembier, P., Serra, J. (1995). Flat Zones Filtering, Connected Operators, and Filters by Reconstruction, *IEEE Transactions on Image Processing*, 4 (8), pp. 1153-1160.

[Salembier, 1996] Salembier, P., Brigger, P., Casas, J., Pardas, M. (1996). Morphological Operators for Image and Video Compresión. *IEEE Transactions on Image Processing*, 5 (6), pp. 881-887.

[Sangwine, 1998] Sangwine, S., Horne, R. (1998). *The Colour Image Processing Handbook*, Chapman and Hall, Cambridge.

[Sartor, 2001] Sartor, L., Weeks, A. (2001). Morphological operations on colour images, *Journal of Electronic Imaging*, 10, pp. 548-559

[Schmitt, 1989] Schmitt, M. (1989). *Geodesic arcs in non-Euclidean metrics, application to the propagation function*. Revue d'intelligence artificielle, 3 (2), pp. 43-76.

[Serra, 1981] Serra, J. (1981). *Image Analysis and Mathematical Morphology.* Academic Press.

[Serra, 1988] Serra, J. (1988). *Image Analysis and Mathematical Morphology. Theorical Advances*. Academic Press.

[Serra, 1993] Serra, J. (1993). Anamorphoses and Function Lattices (Multivalued Morphology). *Mathematical Morphology in Image Processing*. E. Dougherty Ed, pp. 483-521.

[Serra, 1993] Serra, J., Salembier, P. (1993) Connected operators and pyramids, *Proc. of SPIE Image algebra and mathematical morphology*. San Diego, California, USA. Vol. 2030, pp. 65-76.

[Serra, 2001] Serra, J. (2001). Lecture Notes on Morphological Operations. *First French-Nordic Summer Course in Mathematics C-06/01/MM*. Universidad de Uppsala.

[Sharma, 1997] Sharma, G., Trussell, H. (1997) Digital Color Imaging, *IEEE Transactions on Image Processing*. (6) 7, pp. 901-932.

[Shih, 1992] Shih, F., Wu, H. (1992). Optimization on euclidean distance transformation using grayscale morphology. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 3 (2), pp. 104-114.

[Shih, 1995] Shih, T. (1995). The reversibility of six geometric color spaces. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing,* 61 (10), pp. 373-405.

[Smith, 1978] Smith, A. (1978). Color gamut transform pairs. *Computer Graphics SIGGRAPH'78 Proceedings*, 12 (2), pp. 12-19.

[Soille, 1990a] Soille, P., Vicent, L., (1990). Determining watershed in digital pictures via flooding simulations. *Proc. SPIE of Visual Communications and Image Processing'90.* vol. 1360, Lausanne, pp. 240-250.

[Soille, 1990b] Soille, P., Ansoult, M. (1990). Automated basin delineation from digital elevation models using mathematical morphology. *Signal Processing*, 20, pp. 171-182.

[Soille, 1992] Soille, P. (1992). *Morphologie Mathématique : du relief a la dimensionalité. Algorithmes et methodes*. Thèse. Université Catholique de Louvain.

[Soille, 1999] Soille, P. (1999). *Morphological Image Analysis. Principles and Applications*. Springer-Verlag.

[Sternberg, 1982] Sternberg, S. (1982). Cellular computers and biomedical image processing. *Biomedical Images and Computers*. *Lecture Notes in Medical Informatics,* Vol. 17. Springer-Verlag, Berlin, pp. 294-319.

[Sternberg, 1986] Sternberg, S. (1982). Grayscale morphology, *Computer Graphics and Image Processing*, 35, pp. 333-355.

[Talbot, 1998] Talbot, H., Evans, C., Jones, R. (1998). *Complete ordering and multivariate morphology*. Mathematical morphology and its applications to image and signal processing. H. Heijmans and J. Roerdink eds. Kluwer.

[Torres, 1999] Torres, F., Ortiz, F. (1999). Tratamiento y Modelado de la Información Cromática en Morfología Matemática, *Proceedings de XX Jornadas de Automática,* Universidad de Salamanca, pp. 95-100.

[Torres, 2002] Torres, F., Ortiz, F. (2002). Colour Morphological Filtres by Reconstruction for a Controlled Simplification of Images. Enviado y en proceso de revisión en *Image and Vision Computing Journal.*

[Trahanias, 1992] Trahanias, P., Venetsanopoulos, A. (1992). Colour edge detectors based on multivariate ordering. *Proceedings of SPIE, Visual Communications and Image Processing*, 1818, pp. 1396-1407.

[Trahanias, 1993] Trahanias, P., Venetsanopoulos, A. (1993). Vector directional filters: A new class of multichannel image processing filters. *IEEE Transactions on Image Processing*. 2 (4), pp. 528-534.

[Tremeau, 1998] Tremeau, A. (1998). *Analyse d'Images Couleurs: du pixel à la scène*. Habilitation à Diriger des Recherches. Université Jean Monnet de Saint-Étienne.

[van Vliet, 1989] van Vliet, L., Young, I. (1989). A nonlinar Laplace operator as edge detector in noisy images. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing,* 45 (2), pp. 167-195.

[Vanhammel, 2000] Vanhammel, I., Sahli, H., Pratikakis, I. (2000). Hierarchical Multiscale Watershed Segementation of Color Images. *Proceedings of First International Conference in Graphics and Image Processing*, Saint-Etienne, France, pp. 219-224.

[Vertan, 1996] Vertant, C., Popescu, V., Buzuloiu, V. (1996). Morphological like operators for color images. *Proc. 8th EUSIPCO*, Trieste, Italy, pp. 165-168.

[Vicent, 1991] Vicent, L., Soille, P. (1991). Watershed in digital spaces: an efficient algorithm based on immersion simulations. *IEEE Transactions on Patt. Mach. Intell.* 13 (6), pp. 583-598.

[Vicent, 1992] Vicent, L. (1992). Morphological area opening and closing for gray scale images. *Proc. of NATO shape in picture workshop*. Briebergen, Netherlands.

[Vicent, 1993] Vicent, L. (1993). Morphological Grayscale Reconstruction in Image Analysis: Applications and Efficient Algoritms. *IEEE Transactions on Image Processing,* 2 (2), pp. 176-201.

[Watson, 1994] Watson, A., (1994). Perceptual optimization of DCT color quantification matrices. *Proceedings International Conference on Image Processing*, Vol. I. Institute of Electrical and Electronics Engineers. Austin, Texas, pp. 100-104.

[Wyszecki, 1982] Wyszecki, G., Stiles, W. (1982). *Color Science: Concepts and Methods, Quantitative Data and Formulae*. Sec. Ed. John Wiley & Sons.

[Yagi, 1992] Yagi, D., Abe, K., Nakatani, H. (1992). Segmentation of color aerial photographs using HSV color models. *Proceedings of MVA'92*. Tokyo, pp. 367-370.

BIBLIOTECA VIRTUAL
MIGUEL DE CERVANTES