UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL FRANCISCO MORAZÁN

DOCTORADO EN EDUCACIÓN

# *LA MEMORIA DE TRABAJO Y SU RELACION CON HABILIDAD NUMERICA Y EL RENDIMIENTO EN EL CÁLCULO ARITMETICO ELEMENTAL*

ASESOR
GERMAN MONCADA, PhD

TESIS SOMETIDA A LA CONSIDERACION DEL PROGRAMA DE DOCTORADO EN EDUCACION PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR EN EDUCACION

Ruy Díaz Díaz

OCTUBRE / 2010

**Dedicatoria**

A mis maestros
A Doris
A Gaby, Ana y Gissell

A mis ex alumnos de la Rivera Hernández
A mis ex alumnos de UNITEC
A mis ex alumnos de la UPNFM

A la escuela Centro de Educación Básica Guía Técnica No. 3
Profesores y alumnos

A mis alumnos del Instituto Primero de Diciembre

De quienes he aprendido tanto

**Seamos realistas pidamos lo imposible, que en Honduras los maestros del siglo XX dejemos de lado las metodologías del siglo XIX con pretensiones de enseñar a estudiantes del siglo XXI.**

***Índice de Cuadros  y Figuras.***

**Abreviaturas**

CNB: Currículo Nacional Básico

DCNB: Diseño del Currículo Nacional Básico.

CEBFM: Centro de Educación Básica Experimental Bilingüe Guía Técnica No. 3 Francisco Morazán.

PRSDD: Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Directo,

APSDD: Amplitud de la prueba PRSDD;

PM: Prueba de Matrices,

PRSDI: Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inverso,

PAC: Prueba Amplitud de Contar y

APAC: Amplitud de la prueba PAC.

***Resumen.***

Se presenta un estudio cuantitativo correlacional entre la memoria de trabajo el rendimiento en cálculo elemental y la habilidad numérica. Se trabaja con una muestra no probabilística de estudiantes de segundo, tercero y cuarto grado del Centro de Educación Básica Guía Técnico Experimental Bilingüe Francisco Morazán de San Pedro Sula.

Se encuentra evidencia de una relación entre la memoria de trabajo y habilidad numérica y rendimiento en cálculo aritmético elemental en primeros años de escolaridad. Igualmente se aporta evidencia de un limitado desarrollo de la capacidad del bucle fonológico en este período. Se aporta evidencia, además, a favor de una mayor relación entre las habilidades numéricas y el cálculo elemental con la agenda viso espacial con respecto al bucle fonológico y el ejecutivo central.

No se encuentra diferencia significativa en la habilidad numérica mostrada por los participantes de segundo y tercer grado Asimismo, los resultados no aportan evidencia que la capacidad de la memoria de trabajo se incremente en estos años. Los resultados de las pruebas de tiempos de reacción en sumas no correlacionaron significativamente con ninguna de las otras pruebas.

Finalmente, este estudio no reporta relaciones significativas entre las variables edad, habilidad numérica, rendimiento en cálculo y memoria de trabajo cuando se correlacionan con la prueba de comparación de cantidades, aunque si se evidencia un empleo indistinto de las estrategias de conteo (con señalamiento de dedos, sub vocal y percepción) lo que sugiere la existencia de un segmento adicional ubicado entre el *subitizing* y el conteo en la Figura 1 que sobre tiempos de reacción en conteo de cantidades (cantidad de elementos contados versus el tiempo en que se cuentan) construyeron Gelman y Gallistel, que solo establece dos pendientes una de 40 milisegundos y la segunda de 300 milisegundos.

Palabras clave: <habilidad numérica>, <noción de número>, <memoria de trabajo>, <rendimiento en cálculo aritmético elemental>

## CONTENIDO

# *CAPITULO 1*

## *1. Introducción.*

En este trabajo se sustenta una investigación cuantitativa correlacional entre las variables principio de correspondencia uno a uno, habilidad numérica, rendimiento en el cálculo elemental y memoria de trabajo. El estudio se realizó con estudiantes de segundo, tercero y cuarto grado del Centro de Educación Básica Experimental Bilingüe Guía Técnica Francisco Morazán de la ciudad de San Pedro Sula. La muestra no probabilística escogida se encuentra determinada por el carácter de la investigación.

Es oportuno acotar que los resultados empíricos de las investigaciones educativas vinculadas a la noción de número natural y el debate teórico respectivo tienen repercusiones en la política educativa incluyendo lo que concierne a la función de la memoria (de largo y de trabajo) en la comprensión de la aritmética y matemática. Aunque no hay resultados definitivos, los mismos si apuntan a que la memoria de trabajo juega un rol significativo en el aprendizaje de las habilidades numéricas y rendimiento en cálculo aritmético elemental.

Así, la pertinencia del tema de investigación de este trabajo se circunscribe a aportar información a favor de la incorporación de determinados elementos dentro del currículo de matemáticas en los primeros años de escolaridad vinculados a desarrollar la memoria de trabajo.

El diseño de la investigación incluyó la aplicación de 9 pruebas (4 colectivas y 5 individuales) con las que se evaluaron las habilidades numéricas (identificación de símbolos, conteo y el principio de correspondencia uno a uno), el rendimiento en el cálculo aritmético elemental (suma) a partir de una prueba colectiva dividida en dos partes A y B y otra prueba individual diseñada conforme pruebas aplicadas por Alsina (2001 ) y de acuerdo a la clasificación de niveles de dificultad que formularon Groen y Parkman (1972) en Adam y Hitch (1997) aunque adaptados al Currículo Nacional Básico (CNB) (Secretaria de Educación, 2000) y a la propuesta de Estándares Nacionales de Español y Matemáticas (Secretaria de Educación, 2005).

Asimismo, se evaluó el desarrollo de la memoria de trabajo en los tres compartimientos (ejecutivo central, agenda viso espacial y bucle fonológico) de la clasificación que realizaron Baddeley y Hitch (1974) referida en Baddeley (2002).

Se compararon los resultados de las pruebas con respecto a la memoria de trabajo en cada uno de los grados. Asimismo, se compararon los resultados de un grado con otro en cada una de las pruebas, a fin de verificar si al aumentar la capacidad de la memoria de trabajo, que se suponía aumenta con la escolaridad, se responde mejor a las pruebas de correspondencia uno a uno. Empero, esta investigación, no se encuentra evidencia que la capacidad de la memoria de trabajo se incremente en estos años.

Posteriormente, para cada grado se empleó el programa SPSS a fin de clasificar los resultados de las variables habilidad numérica y rendimiento en cálculo aritmético elemental en Nota Alta, Nota Media y Nota Baja y se compararon las correlaciones obtenidas por los niveles Nota Alta y Nota Baja de estas variables con los resultados obtenidos en los diferentes compartimientos de la memoria de trabajo.

Se verifica la hipótesis que existe una correlación alta ($r>0.40$) entre la capacidad de los compartimientos de la memoria de trabajo y la habilidad numérica y entre la capacidad de los compartimientos de la memoria de trabajo y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental en segundo grado. El compartimiento viso espacial es el más relacionado con la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental.

Los estudiantes emplean diferentes estrategias de resolución de problemas, empero los más avanzados se avocan a estrategias menos relacionadas con la memoria de trabajo abordar problemas de habilidad numérica y cálculo aritmético elemental.

La evidencia a favor de la hipótesis de trabajo que el nivel de respuesta en la prueba de comparación de cantidades (correspondencia uno a uno) tiene relación con el desempeño en la resolución de las pruebas de sumas no es suficiente. Tampoco se pudo aportar evidencia con respecto a cuál de los compartimientos de la memoria de trabajo influye más en la conservación del principio de correspondencia uno a uno.

Ello porque la prueba de comparación de cantidades (correspondencia uno a uno) no correlacionó significativamente con ninguna de las pruebas aplicadas, debido a que los participantes emplearon en la resolución de los problemas de esta prueba estrategias de conteo y percepción inmediata indistintamente.

Algunos participantes de segundo y tercer grado tuvieron tiempos de reacción muy elevados frente a algunos de los problemas planteados lo que les impidió avanzar con los demás problemas, por lo que es posible que no dominaran completamente el algoritmo de la suma o utilizaran estrategias menos desarrolladas de resolución de problemas.

Finalmente, se analizaron los resultados con respecto al nivel superior de conservación del principio de correspondencia uno a uno en los sujetos de la muestra, aunque los resultados solo apuntan que los estudiantes de segundo, tercero y cuarto grado están en condiciones de comparar dos conjuntos de hasta 17 elementos y establecer la diferencia en la cantidad de cada conjunto.

## *2. Antecedentes del Tema de Investigación.*

El término memoria de trabajo aparece en la literatura especializada a partir del trabajo de 1978 de Hitch citado por Adam y Hitch (1997), que sustituye a la noción anterior de memoria de corto plazo. Las publicaciones que estudian la relación entre la memoria de trabajo y el cálculo son casi inexistentes antes de mediados de los años ochenta del siglo pasado.

A principios del siglo XX la idea prevaleciente (Alsina, 2001:138) alrededor de este tema estaba matizada por la memorización de tablas y algoritmos a fin de aplicarlos en los cálculos de manera automatizada. Para Thorndike (Baroody y Johnson., 2006) la automatización permite una recuperación más rápida y la habilidad de recuperar cálculos de la memoria de largo plazo correlaciona con la habilidad matemática en general, por lo que la enseñanza de los números debía centrarse en el conteo.

A finales de los 60 aparece la teoría de Atkinson y Shiffrin que sostiene que la memoria está formada por tres estructuras diferenciadas: memoria de corto plazo, memoria de largo plazo y memoria sensorial. En esta época no se estudian relaciones entre memoria y cálculo, pero si se utiliza la aritmética como material de investigación. Se concluye, por ejemplo, que un individuo puede recordar entre 5-9 elementos. En los 70 y 80 se estudian dificultades de cálculo asociadas a similitud acústica. (Logie y Baddeley, 1987).

Los trabajos sobre el bucle fonológico en la década de los ochenta se relacionaron con estudios sobre el efecto de la longitud de las palabras en la capacidad del bucle fonológico y la recarga que ello implica en el mecanismo de repetición sub vocal.

Otra línea de estudios de estos años se refiere a comparar habilidades para recordar materiales visuales y verbales. En esta época Hitch y McAuley (1991) afirmaban que las tareas de tipo numérico y las de tipo verbal implican distintas modalidades de estimulación y distintas categorías de respuesta.

En los años 80 y 90 los estudios se orientaron hacia investigaciones que relacionan los compartimientos de la memoria de trabajo en el cálculo. En la década de los 90 Geary, entre otros, inician estudios de estrategias de cálculo y recuperación de la memoria teniendo como participantes niños y niñas con dificultades aritméticas (discalculia) con respecto a un grupo de control y aportan evidencia que el uso correcto de los recursos de la memoria de trabajo conlleva un mejor rendimiento en tareas aritméticas. (Geary, 2006a).

Hitch (Adam y Hitch, 1997) en los 90 planteaba que la aritmética mental se encuentra limitada por la necesidad de guardar la información en una memoria de trabajo. A partir de los trabajos de Hitch se estudiaron estrategias de memoria para facilitar el cálculo (estrategias de conteo) e iniciaron los estudios en tiempos de reacción.

Para finales de los años noventa, Geary y colaboradores concluyen que los niños y niñas con menos recursos de memoria de trabajo cometen más errores en tareas de aritmética y el tiempo de reacción es superior. En 1996 Wenger y Carlson escriben que cada componente de la memoria de trabajo es necesario para agrupar procedimientos a fin de realizar un cálculo. (Alsina, 2001:163).

Trabajos como el de McLean y Hitch (1999:260) encuentran que los participantes con baja habilidad aritmética presentan déficit en el componente espacial de la memoria de trabajo y en algunos aspectos del ejecutivo central. En contraposición Gathercole y Pickering (2000) afirman que existe una correlación alta para el ejecutivo central y el bucle fonológico pero no de la agenda viso espacial con el cálculo.

Alsina (2001:162) escribe que la mayoría de los investigadores coincide en que el bucle fonológico interviene en el cálculo. Mientras tanto, los resultados de los estudios de la relación de la agenda viso espacial en el cálculo son discordantes. Esto último se puede explicar por el tipo de muestra empleada y por el tipo de pruebas utilizadas mismas que todavía no se han estandarizado.

No obstante, el Currículo Nacional Básico y el Diseño del Currículo Nacional Básico de Honduras (Secretaria de Educación, 2003:15-16) tienen como referentes teóricos las tesis constructivistas, fundamentalmente de Piaget y no deja traslucir el rol de la memoria de trabajo en el aprendizaje en general y de la aritmética en particular, ni se plantea de manera directa una posición con respecto a la modularidad o no de las áreas del cerebro para el aprendizaje (es decir, el fundamento de la discusión entre Piaget y Fodor).

El debate sobre estos aspectos es un tema vigente y una de las líneas de investigación del debate internacional, en el cual se inserta el presente trabajo a fin de adecuar, lo más apropiadamente posible, los contenidos relacionados a la habilidad de conteo y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental en el currículo de los primeros años de escolaridad.

## *3. Problema de Investigación.*

Son muchos los aspectos que inciden en el proceso de aprendizaje de cualquier contenido matemático, incluyendo la aritmética elemental (habilidad numérica y cálculo aritmético elemental). Se puede hacer alusión a factores externos como el contexto sociocultural aspectos socio-afectivos como la motivación, las creencias y las representaciones sociales o bien a factores internos de tipo cognitivo. (Alsina, 2007:317). Es en este último sentido que se plantea el estudio de la memoria de trabajo y su relación con las habilidades numéricas y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental.

El tema de investigación estudia la relación entre el rendimiento en matemáticas en los primeros años de la escuela básica y la memoria de trabajo. Es decir, se analiza si los participantes que rinden bien en matemáticas tienen mayor capacidad de alguno de los compartimientos de la memoria de trabajo.

Además, estudia la incidencia de los compartimientos de la memoria de trabajo en las habilidades numéricas y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental en estudiantes de educación básica, específicamente en estudiantes de segundo, tercero y cuarto grado del CEBFM.

La investigación en este campo aporta evidencia con respecto a las respuestas a interrogantes planteadas, al identificar diversas evidencias que explicarían las razones por las cuales algunos niños de inteligencia promedio tienen dificultades para aprender a calcular.

Los avances más significativos han acumulado evidencia que los problemas de los niños con dificultades para calcular tienen un bajo rendimiento de la memoria de trabajo, y tienen problemas de recuerdo y manejo de recursos sobre este tipo de materiales, lo cual es perfectamente lógico, por cuanto si no son capaces de recordar números que acaban de escuchar, difícilmente pueden operar adecuadamente con ellos. (Alsina y Saez, 2003).

El análisis de las formas en las que es posible articular los saberes matemáticos, a partir de los resultados de esta tesis, vinculados a la adquisición de la noción de número natural, cálculo elemental y habilidad numérica y su relación con los diferentes compartimentos de la memoria de trabajo para que, en situación de escolaridad, sean aprendidos por la mayoría de los alumnos, son objeto obligatorio de comentario, pero requieren de mayor indagación.

Esta línea de investigación es parte del debate internacional actual y es importante para la definición del currículo del área de matemáticas en los primeros años de educación básica. No obstante, este trabajo se limita a establecer la o las relaciones estadísticamente significativas o no entre las variables referidas en el párrafo anterior.

La revisión de la literatura refleja la discusión entre los paradigmas innatista y constructivista piagetiano referidos a la noción de número (Geary, 2006a) como parte del debate internacional de los últimos años.

Desde la perspectiva innatista se tienen determinadas habilidades numéricas propias de la especie, que cambian por mediación cultural (Wynn, 1998). La literatura no refleja, sin embargo, en qué momento la mediación cultural interfiere y potencia las habilidades innatas referidas a las habilidades numéricas y el cálculo aritmético elemental (Geary, 2006b). En ese sentido, la comparación del rendimiento en habilidades numéricas y rendimiento en cálculo entre diferentes edades y género puede aportar información a este respecto.

Asimismo, la literatura refleja la existencia de estudios de conteo y cálculo aritmético elemental que demuestran la existencia de algunos elementos de la habilidad numérica y de rendimiento en cálculo aritmético elemental (sumas y restas de 1+1, 2-1) en bebés pre verbales (Wynn, 1998) y en niños escolarizados (Geary, 2006c). Empero, los resultados de la literatura estudiada no aportan evidencia definitiva con respecto a si la habilidad en el conteo se relaciona con alguno de los compartimientos de la memoria de trabajo o si las estrategias empleadas en la resolución de problemas (percepción, conteo con los dedos o conteo sub vocal) depende de la capacidad de la memoria de trabajo.

Existen estudios que analizan las estrategias empleadas en la resolución de problemas (Durant *et al.*, 2005 y Alsina 2001, 2003) en particular de sumas. No obstante, queda pendiente la interrogante vinculada a sí la habilidad para hacer corresponder objetos está vinculada a la habilidad para resolver rápida y correctamente sumas. Los estudios sobre tiempos de reacción (Yagoubi *et a*l., 2003) tampoco han abordado esta problemática desde la perspectiva de la diferenciación en los niveles de dificultad de la suma referida por Adam y Hitch (1997).

En la tesis innatista resalta el trabajo de Gelman y Gallistel sobre los cinco principios que guían el conteo (Gelman y Gallistel, 1978:83). Empero, esta línea de investigación se ha concentrado en identificar los errores que se cometen en cada uno de los elementos de cada principio (Lagos, 1992 y Bermejo, 1990:59) y no se ha indagado sobre la capacidad máxima de conteo sin ayuda externa al cuerpo y si esta capacidad está vinculada a la memoria de trabajo o a alguno de sus compartimientos.

De esta manera, Lagos (1992) afirma que los elementos del principio de correspondencia uno a uno son la partición y la etiquetación y procede a la descripción de errores en cada uno de ellos. Empero, estos procesos requieren que el participante recuerde cuáles elementos fueron separados del conjunto original y que ya fueron tomados en cuenta y además, debe recordar la etiqueta asignada a cada elemento del conjunto para no repetirla, tareas que se realizan por mediación de la memoria de trabajo.

En síntesis, el conteo se ha estudiado desde la perspectiva de la identificación de errores en cada uno de los principios de Gelman y Gallistel pero no se ha establecido si existe una relación entre la habilidad para hacer corresponder elementos uno a uno y la capacidad de la memoria de trabajo o alguno de sus compartimientos.

Asimismo, se reportan resultados encontrados en lo referido a la relación que existe entre los diferentes compartimientos de la memoria de trabajo y la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental. Se señalan que esas divergencias podrían ser resultado del tipo de pruebas aplicadas, diferencias en la edad de los participantes, diferencias cualitativas en las instituciones escolares donde se aplicaron las pruebas e incluso al idioma empleado en la aplicación de las pruebas.

Así, estudiar la interacción que existe entre la memoria de trabajo y sus compartimientos con relación a las habilidades numéricas y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental, se convierte en el problema de esta investigación.

En este trabajo se trata, entonces, de distinguir los rasgos mnemónicos de los participantes que pueden influir en su rendimiento en la habilidad numérica y cálculo aritmético elemental en estudiantes de primeros años de educación básica.

## *4. Objetivos.*

### *4.1. Objetivo General.*

Estudiar la relación entre la memoria de trabajo y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental, la habilidad numérica y la comparación de cantidades en estudiantes de segundo, tercer y cuarto grado de escolaridad del CEB Experimental Bilingüe Francisco Morazán.

*4.2. Objetivos Específicos.*

1. Verificar si la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental (resolución de sumas) varían en función de la capacidad de la memoria de trabajo en niños de segundo, tercero y cuarto grado.

2. Establecer si el bucle fonológico, el ejecutivo central y la agenda viso espacial se relacionan con la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental en niños de segundo, tercero y cuarto grado.

3. Identificar la relación que existe entre el principio de correspondencia uno a uno, la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental, la memoria de trabajo y los tiempos de respuesta en niños de segundo, tercero y cuarto grado.

4. Determinar un limite superior en la cantidad de elementos de dos conjuntos que pueden hacer corresponder (principio de correspondencia uno a uno) los niños de segundo, tercero y cuarto grado.

5. Identificar la relación que existe entre los estudiantes con Nota Alta y Nota Baja de las pruebas de habilidad numérica y rendimiento en cálculo aritmético elemental de segundo, tercero y cuarto grado.

## *5. Justificación.*

Con la presente investigación se pretende sustentar la importancia de la memoria de trabajo en el desarrollo de las habilidades numéricas (noción de número, conteo y dominio de la numeración indo arábiga) y en el rendimiento del cálculo aritmético elemental (sumas).

El rol de la memoria de trabajo no se ha considerado en el Currículo Nacional Básico (CNB) ni en el Diseño del Currículo Nacional Básico (DCNB), mismos que se apoyan en la teoría constructivista fundamentalmente piagetiana. No obstante, no se conocen trabajos publicados de investigadores que aporten evidencia con respecto a la propuesta curricular para educación básica de Honduras en general y en particular en lo referido a la noción de número.

De confirmarse la relación significativa entre alguno de los compartimientos de la memoria de trabajo (bucle fonológico, ejecutivo central o agenda viso espacial) la malla curricular podría adecuarse en lo correspondiente a la noción de número en los primeros años de educación básica.

En este trabajo se adopta la línea teórica que sostiene la existencia de principios de conteo innatamente especificados que guían el aprendizaje de los números, y aunque el CNB se apoya en la teoría constructivista también hace un especial énfasis en el principio de correspondencia uno a uno y en el conteo sin hacer alusión al principio de invariancia de la cantidad discreta con respecto a la posición espacial de Piaget.

La metodología presentada estudia las variables vinculadas a la memoria de trabajo que se sustenta en la tesis doctoral de Alsina (2001) y se amplía a una propuesta metodológica para el estudio de las variables de correspondencia uno a uno y tiempos de reacción en resolución de problemas. Asimismo, se presenta una línea de análisis estadístico que permite profundizar en el estudio de las variables de referencia.

Este estudio aporta una propuesta de explicación con respecto a la contradicción entre la posición innatista y la constructivista piagetiana en lo que corresponde a primeros años de escolaridad, que se sustenta, por un lado, en el escaso desarrollo de la memoria de trabajo en esta etapa de la evolución ontogenética en nuestra especie y, por otra, el desarrollo de las habilidades numéricas y el cálculo aritmético.

Los resultados de esta investigación ayudarán a evaluar la propuesta curricular reflejada en el CNB en los primeros años de educación básica en lo que respecta a las habilidades numéricas y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental

# CAPITULO II

## *1. Habilidad Numérica, Cálculo Aritmético Elemental y Memoria de Trabajo en la Literatura Especializada Reciente.*

En esta sección se aborda inicialmente la discusión alrededor de la adquisición de la noción de número a partir de estudios en bebés pre verbales (que es junto con el conteo y la identificación de los símbolos indo-arábigos, lo que se define como habilidad numérica).

Posteriormente se estudia el rol que juega la memoria de trabajo en el rendimiento en el cálculo aritmético elemental (sumas horizontales y verticales de una y dos cifras con y sin llevada) desarrollado en su tesis doctoral por Alsina (2001). Se refieren estudios de niños con discalculia (niños con inteligencia normal pero que presentan dificultades en la comprensión de conceptos numéricos) como fuente para indagar sobre el tema. Al adoptar este camino de investigación se marca distancia con respecto a algunos de las posiciones constructivistas esbozadas por Jean Piaget, quien no le asigna ningún valor cognitivo a la memoria en la adquisición de la noción de número.

Finalmente, se plantean varios de los temas del debate internacional actual y se enuncian preguntas ¿Cómo opera y cambia la memoria de trabajo de un área de la matemática a otra? ¿Las variaciones en el nombre de los números, debido a las variedades en el lenguaje, inhiben o promueven la adquisición de la noción de número? ¿Existe un período crítico o sensitivo para la adquisición de los conceptos numéricos básicos? mismas que guiarán ese debate en los próximos años

Este capítulo define, entonces, el lugar que ocupa el tema de investigación de la relación entre la habilidad numérica y el rendimiento en cálculo aritmético elemental con la capacidad de la memoria de trabajo dentro del debate internacional actual, modulado por la antinomia innatismo - constructivismo.

### *1.1. Adquisición de la Noción de Número.*

El ensayo de Geary (2006a) presenta una revisión de las teorías que han intentado explicar la adquisición de la noción de número, conteo y del cálculo aritmético elemental, pasando por las propuestas psicométricas, las posturas constructivistas (fundamentalmente Piaget) y la tesis neonativista o innatista. Geary, en este ensayo, concluye que gran parte del debate actual se centra en la posición innatista, producto de los resultados de los trabajos de investigadores como Karen Wynn, Rochel Gelman y Charles Gallistel, entre otros.

En esa línea de investigación, Bowman, Donovan y Burns (2000: 1) afirman:

> Los fundamentos del pensamiento numérico están presentes muy temprano en la vida. Incluso los bebés cuentan con unas matemáticas informales. Estas capacidades fundamentales están implícitas y son un tanto elementales. Por ejemplo, pueden ver que hay más aquí que allá o que esto tiene la misma cantidad que aquello. Se dan cuenta de que agregar hace que haya más y que quitar hace que haya menos. A pesar de que sus juicios son toscos y sólo funcionan con cantidades pequeñas de objetos, parece ser que sus razonamientos son genuinamente cuantitativos. Mucho de esto se manifiesta antes del surgimiento del lenguaje.

Y Geary (2006a:803) recuerda que:

> … a lo largo de las últimas dos décadas (sobre todo en los años recientes) el estudio del desarrollo de las habilidades matemáticas en los niños ha emergido como un área de investigación muy vigorosa. Aunque todavía hay mucho que indagar, ya se tiene bastante conocimiento sobre la comprensión del número, el conteo, la aritmética elemental, algunos aspectos de aritmética más compleja y la resolución de problemas de álgebra de los infantes, preescolares y niños jóvenes.

En gran medida, la información sobre esta temática procede de investigaciones en niños que padecen trastornos de cálculo, específicamente discalculia y en este proyecto se revisa el trabajo de Ortega (2005) quien realiza una investigación sobre la adquisición de nociones lógico aritméticas con niños que padecen Síndrome de Down. Es pertinente acotar que al abordar el tema de los trastornos del cálculo, Alsina (2001:63) diferencia entre "... acalculia (discapacidad debida a una lesión específica a nivel cerebral) y discalculia (cuando no existe disfunción neurológica)." Por su parte, la discalculia se refiere (Geary, 2006b:1) a "... una persistente dificultad en el aprendizaje o comprensión de los conceptos numéricos (por ejemplo que 4 > 5), principios de conteo (por ejemplo de cardinalidad) o aritméticos (por ejemplo recordando que 2 + 3 = "5")."

El estudio de Ortega (2001) muestra las ventajas de emplear ordenadores para mejorar el aprendizaje del cálculo elemental en niños que padecen Síndrome de Down. Ortega emplea un grupo de control (3 niños y 5 niñas) y uno experimental (7 niños y 3 niñas) y concluye que a pesar de las limitaciones de los niños que padecen de esta enfermedad, ellos son capaces de desarrollar algunas habilidades vinculadas al cálculo aritmético.

Mientras tanto, la tesis doctoral de Alsina (2001:67) aborda el rol de la memoria de trabajo (a partir del modelo de Baddeley y Hitsh) en el rendimiento en tareas de cálculo aritmético en los primeros años de escolarización y tiene por objetivo, declarado por el autor, identificar las posibles causas que inciden en la aparición de las dificultades del aprendizaje en los niños.

A partir de su revisión de la literatura, Alsina (2001:67) concluye que "... las diferentes teorías del aprendizaje han ido avanzando desde una postura donde el sujeto es un ente pasivo de aprendizaje hasta la posición de un sujeto que interviene activamente en el procesamiento de la información y donde la memoria es entendida como un proceso activo y no puramente una copia literal."

Este autor pone especial énfasis en la obra de Piaget y la contraparte de sus contemporáneos neopiagetianos, así como en la antinomia entre las posturas piagetianas y conductistas, sin profundizar en las posiciones innatistas.

Asimismo, para subrayar la problemática en lo concerniente específicamente a la noción de número, se puede citar a Villagrán (2006:11) quien afirma que:

> …los modelos teóricos y experimentales sí han proporcionado una base suficiente en determinados dominios matemáticos como son la numeración, el conteo o las operaciones aritméticas sencillas. Hay estudios que muestran que muchos niños tienen un rendimiento normal o similar a sus iguales en otras áreas y sólo presentan retraso en el desarrollo de los conceptos numéricos.

El trabajo de Villagrán (2006) refiere diferentes programas de intervención para prevenir y/o superar Dificultades de Aprendizaje en Matemática (DAM) entre los cuales resaltan aquellos de tipo piagetiano y los que se basan en los principios de conteo de Gelman y Gallistel.

Con respecto a lo extendido que se encuentra el problema de las DAM, Villagrán (2006:14) citando a Geary (2003) sostiene que "Los resultados de varios estudios sugieren que entre el 5 y el 7% de la población en edad escolar muestran alguna forma de dificultad en las matemáticas." Aunque Geary *et al*. (2004:122) afirman que puede llegar incluso al 8%.

De esa manera, se sustenta lo señalado por Geary y Hoard (2005:264) que "...la mayoría de los niños con DAM parece tener habilidades cercanas a un estándar aceptable, por lo menos para los números simples (3,6; por ejemplo) aunque su representación y proceso para números grandes (345; por ejemplo) permanece sin explorar."

La investigación de Geary *et al*. (2004) se diseña bajo el paradigma cuantitativo (igual sucede con todos los estudios atinentes al tema referenciados en este proyecto), con participantes distribuidos en tres grupos: uno de primer grado con una edad media de 82 meses; un segundo grupo de tercer grado con una edad media de 107 meses y el tercer grupo de cuarto grado con una edad media de 131 meses.

A todos los niños se les aplicaron pruebas para verificar su conocimiento de los principios de conteo de Gelman y Gallistel, memoria de trabajo y las estrategias empleadas en la resolución de sumas simples (3+4) y complejas (16+8). En la muestra se encontraban niños con DAM (n=58) y niños con habilidades normales (n=91).

En todos los grados los niños con DAM mostraron déficit en la memoria de trabajo, mientras que a lo largo de los grados la transición de los problemas simples a los complejos se fue realizando empleando una mixtura cada vez más compleja de estrategias que partían, en todos los casos, del conteo con los dedos.

Asimismo, Geary y Hoard (2005,255-256) apuntan, citando a Gallistel y Gelman (1992) que:

> … la comprensión y producción de números requiere un entendimiento y la habilidad de acceder a representaciones de magnitudes asociadas. También, los niños deben aprender el proceso verbal y las representaciones indo - arábigas de los números y traducirlos de una representación a la otra.

Los mismos autores a continuación afirman que:

> … la comprensión de los principios de la conducta referida al conteo en los niños parece emerger de una combinación de aspectos innatos (principios de Gelman y Gallistel) y de experiencias de conteo. Los principios aludidos son la correspondencia uno a uno, orden estable, cardinalidad, abstracción e irrelevancia del orden. Los tres principios primeros establecen las reglas de conteo y proveen el esqueleto de la estructura para la emergencia del conocimiento del conteo en los niños.

A partir de la literatura revisada es posible percatarse que no existe un criterio único con respecto a si los principios de conteo de Gelman y Gallistel son innatos o si aparecen de manera natural a los meses de nacido. Igualmente, hay un tema no abordado en la literatura relacionado con el hecho de que en los estudios sobre el principio de correspondencia uno a uno no se hace alusión al número de elementos que se deben poder hacer corresponder para asumir que se ha adquirido este principio.

Así, a partir de los estudios con bebés pre verbales se sabe que el conjunto que ellos dominan es de dos elementos, más tarde y mucho antes de la pre escolaridad se dominan hasta cuatro elementos. No obstante, la indagación en escolares del nivel superior en la correspondencia uno a uno no se ha reflejado en la literatura revisada.

El trabajo de Geary y Hoard (2005) es una reflexión alrededor de los problemas de aprendizaje en matemáticas donde observa que, a pesar de los significativos avances en esta temática, todavía existen relativamente pocas publicaciones referentes a los problemas de aprendizaje de la aritmética y mucho menos de las otras áreas de matemáticas.

Villagrán (2006:12) al profundizar sobre las dificultades y/o trastornos en el cálculo y en alusión al rol que juega la memoria en este problema, señala lo siguiente:

> … los niños que presentan dificultades en matemáticas se distinguen de los niños normales por la utilización de procedimientos inmaduros para resolver sumas simples, como por ejemplo la estrategia *contar todo*, y por una tasa más elevada de errores. Además, recurren con menos frecuencia que los otros a la recuperación de la memoria de los hechos numéricos y, los que lo hacen, son recuperaciones más inexactas y afectadas de una variación muy importante en las latencias de respuesta.

## *1.2. Sobre el Debate Internacional Actual.*

Los estudios psicológicos (Alsina, 2001:69) realizados hasta los años 70 del siglo pasado "… pretenden identificar sobre todo los tipos de errores más frecuentes que realizan los niños en las tareas de cálculo, los estudios contemporáneos tienden a comparar las producciones de los niños en función de su nivel de rendimiento en distintas habilidades cognitivas."

Ahora bien, en Geary (2006a) se identificaron tres áreas que, en los últimos años, han orientado el debate internacional sobre el tema:

1. El relacionado con la interrogante de sí los mecanismos que subyacen a las competencias preescolares aritméticas son inherentemente numéricas como plantean Butterworth, Dehaene, Gallistel y Gelman, y Geary o si emergen de mecanismos no numéricos (como sostienen Huttenlocher; Houdé, Jordan, Huttenlocher, Levine y Vilette). (Geary,2006a: 788).
2. El relacionado con definir el grado en el cual las más básicas habilidades cuantitativas son innatas y emergen de un cerebro desarrollado y de sistemas cognitivos designados para atender los aspectos numéricos del ambiente o si el cerebro y los sistemas cognitivos designados para atender otras funciones (por ejemplo la identificación de objetos) son la fuente de estas habilidades. (Geary, 2006a: 803).
3. El debate vinculado a los mecanismos que constituyen la base del desarrollo cognitivo en los niños en el dominio de las matemáticas. Hasta ahora se comprenden algunos mecanismos cognitivos (como la memoria de trabajo y la atención) que contribuyen a los cambios propios del desarrollo y se comienza a entender la forma en que operan los sistemas de soporte del cerebro pero aún hay mucho por estudiar para comprender cómo esos sistemas operan y cambian de un área de la matemáticas a otra. (Geary, 2006a: 804).

Además, Gelman y Butterworth (2005:10) reseñan las preguntas que a su juicio guiarán el desarrollo del tema en el próximo futuro:

- ¿Cómo las variedades del lenguaje, especialmente las variaciones en el nombre de los números promueven o inhiben la adquisición de los conceptos numéricos básicos?
- ¿Existe un periodo crítico o sensitivo para la adquisición de los conceptos numéricos?

- ¿Cómo el desarrollo de las habilidades lingüísticas afecta la adquisición de habilidades numéricas?
- ¿Cómo se desarrolla la red neural en el proceso de desarrollo ontogenético?

Al mismo tiempo, Ortega (2001:89) apunta lo siguiente:

> … un área actual del debate sobre la adquisición de la noción de número se refiere a la vinculación o no de la cognición general y el conocimiento numérico. Germán y Gallistel en su trabajo de 1978 asumen que el desarrollo del conteo en los niños es guiado por la adquisición de principios específicos independientemente de la cognición general, en oposición a otros autores que argumentan que la habilidad general para procesar objetos psíquicos discretos permite identificar lo que contamos; por lo que las habilidades cognitivas generales preceden a la adquisición de los principios específicos del conteo.

En consecuencia, los temas abordados en los artículos revisados definen fundamentalmente, a nuestro juicio, las siguientes áreas de debate:

### *1.2.1. Lenguaje y Habilidades Aritméticas.*

Una posible conexión entre lenguaje y numeración la establece Solsona (2006) en los siguientes términos:

> En teoría, el niño para solucionar correctamente un problema (como por ejemplo, resolver 8 + 9 = 17) debe codificar los términos del problema y al mismo tiempo generar una respuesta para resolverlo. Codificar y mantener la información fonológica en la memoria de trabajo hace que el niño dedique una gran cantidad de recursos atencionales para solucionar el problema.

El trabajo de Gordon (2004) sobre la relación entre lenguaje, conteo y aritmética en la tribu amazónica Piraha avivó la polémica dentro de la comunidad académica con respecto a sí las personas podríamos contar si no tuviéramos palabras para los números.

Así, Gordon (2004:496) reporta que “... los miembros de la tribu Piraha solamente tienen palabras para uno, dos y muchos y mostraron serias dificultades en el manejo de cantidades mayores a tres.”

La discusión planteada aquí no consiste simplemente en que el lenguaje es esencial para la adquisición de conceptos, por cuanto esta es una afirmación que ninguna de las teorías ni innatistas ni empiristas niega, el punto es si se puede o no aprender sin lenguaje.

Con claridad, Lubin *et a*l. (2006:11) observan que "En los últimos años, la llamada "hipótesis *whorfiana*", que establece que el lenguaje influye en la forma como pensamos, despertó un nuevo interés en el desarrollo psicológico cognitivo."

Las mediciones, que realizaron estos autores, en reacciones en niños jóvenes en España y Finlandia muestran que aunque hay, en general, una habilidad aritmética para números pequeños en monos y niños pre verbales, el desarrollo de tal conocimiento inicial en los humanos sigue los modelos de actuación específicos dependiendo del lenguaje que hablan los niños (español o finlandés en este estudio). El estudio aporta fuertes argumentos a favor de la idea de que existe una interacción entre el lenguaje natural y los estadios tempranos de desarrollo humano.

Gelman y Butterworth (2005:9) abonan al tema afirmando que la independencia de un dominio numérico ha sido vigorosamente defendida en muchas publicaciones que han abordado desarrollos normales y anormales de habilidades numéricas "…sería sorprendente si no hubiera efectos del lenguaje sobre la cognición numérica, pero una cosa es sostener que el lenguaje facilita el uso de conceptos numéricos y otra proveer soporte a esa aseveración."

En esta última línea de pensamiento, lo que se debe demostrar es que el lenguaje es el medio a través del cual pensamos, de manera que adquirir un concepto, entonces, es adquirir una palabra.

Los resultados de Lubin *et al*. (2006:16), modulados por la "hipótesis *whorfiana*," han contribuido a un cartografiado europeo de las relaciones entre el lenguaje y el desarrollo del número y, como afirman Gelman y Gallistel (2004), el aprendizaje de una notación comunicable de referencias numéricas puede jugar un rol importante en la emergencia de las concepciones completas del número.”

El problema planteado por esta dirección de estudios, al margen de sus conclusiones que llaman a la reflexión, es su implicación de que aquello que pensamos viene condicionado por la lengua concreta que hablamos y, en la medida en que las lenguas difieren, también lo harán los pensamientos de quienes las hablan.

### *1.2.2. Memoria, Habilidad Numérica y Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental.*

La búsqueda de relaciones entre la memoria de trabajo, las habilidades numéricas y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental comienza a finales del siglo pasado. Esta línea de investigación inicia con la búsqueda de explicaciones vinculadas a la pregunta de por qué razón niños y niñas con coeficientes intelectuales promedio tienen dificultades en la resolución de problemas de aritmética en los primeros años de escolaridad.

En ese sentido se buscó una respuesta del bajo rendimiento referido en una posible baja capacidad de la memoria de trabajo. Geary (2006a) refiere estudios con participantes que padecen discalculia para abordar esta temática, pero es el trabajo de Alsina (2001) el que realiza un estudio pormenorizado con estudiantes escolarizados de esta posible relación.

Así, según Alsina y Saiz Roca (2003:241):

> Beddeley y Hitch (1974) establecieron un nuevo modelo de la memoria de corto plazo a través del concepto de memoria de trabajo. En el planteamiento original de Beddeley y Hitch se consideraba la existencia de un sistema de atención controlador (ejecutivo central) que supervisa y coordina varios sistemas subordinados subsidiarios, los más estudiados de los cuales son el bucle fonológico (que manipula la información basada en el lenguaje) y la

> agenda viso – espacial (que se encarga de la creación y manipulación de imágenes)

“Desde la perspectiva psicológica de los trastornos de cálculo se hace especial hincapié en la intervención de la memoria (específicamente de la memoria de trabajo) en el uso inapropiado o lento de estrategias de cálculo.” (Alsina, 2001:75).

En esa línea de razonamiento, Geary y Hoard (2005:254) escriben que “... muchos niños con DAM tienen dificultades en recuperar hechos básicos de aritmética de la memoria de largo plazo y esas dificultades a menudo persisten a pesar de la instrucción intensiva en estos hechos.”

El concepto de memoria de trabajo, es definido por Geary *et al*. (2004:124) como:

> ... la capacidad de mantener explícitamente una representación mental de una cierta cantidad de información, mientras que está siendo enganchada simultáneamente a otros procesos mentales. De acuerdo con Baddeley (1986) (citado por los mismos autores) la memoria de trabajo depende de un sistema central ejecutivo que se manifiesta como la atención-conductor de información representada en tres sistemas esclavos, un sistema de lenguaje, un sistema viso espacial y un sistema episódico.

Para Alsina y Saiz Roca (2003), el estudio de Baddeley (1986) fue el primero que simultáneamente determinó la capacidad de la memoria de trabajo y del conocimiento de conteo y cómo estas capacidades contribuyen a la definición de estrategias durante la resolución de problemas aritméticos. Este estudio también aporta información a la literatura correspondiente a los primeros años de escolaridad con la inclusión de sumas simples y complejas. Empero, el primer trabajo (Alsina y Saiz Roca, 2003:241) que alude al rol de la memoria de trabajo en el cálculo fue publicado por Hitch en 1978.

Geary *et al*. (2000: 239) apuntan:

> ... con la recuperación directa los niños rescatan resultados aritméticos de la memoria de largo plazo. La descomposición incluye la reconstrucción de

> respuestas basadas en la recuperación de una parte de la suma. Por ejemplo, la suma 6+7 puede ser resuelta recordando la respuesta de 6+6 y después sumar 1 a esta parte de la suma. Con la estrategia de conteo con los dedos, los niños levantan el número de dedos correspondiente a los sumandos y entonces declaran una respuesta sin contar sus dedos. El levantar los dedos parece promover el recuerdo de la respuesta.

A continuación, Geary y Hoard (2005:257) reportan que:

> … durante el aprendizaje temprano de la resolución de adiciones simples (por ejemplo 5+3) los niños típicamente cuentan ambos términos. Ese procedimiento de conteo algunas veces se ejecuta con ayuda de los dedos (*finger counting strategy*) y otras sin esa ayuda (*verbal counting strategy*). Los dos procedimientos más comúnmente empleados durante el conteo son el conteo hacia delante (*counting on*) y el conteo total (*counting all*). En el conteo hacia delante se parte del sumando más grande y contando el número de veces igual al más pequeño de los sumandos. Por ejemplo, para sumar 5+3, se parte de 5, 5, 6, 7,8. El conteo total implica el conteo de los dos sumandos a partir de 1.

Asimismo, Geary y Hoard (2005:257) llegan a afirmar:

> … el uso de los procedimientos de conteo parece inducir un desarrollo de representaciones de la memoria de hechos básicos. Una vez formadas esas representaciones de la memoria de largo plazo pasan a apoyar el empleo de la memoria en la resolución de problemas, específicamente con la recuperación de hechos aritméticos y su descomposición. La recuperación directa trae una respuesta de la memoria de largo plazo relacionada con el problema actual, por ejemplo que 5+3 es 8.

Villagrán (2006:13) para responder a la interrogante de ¿Cómo las débiles capacidades en la memoria de trabajo podrían llevar a las dificultades de memorización de los hechos numéricos básicos? argumenta de la siguiente forma:

> Está establecido que aún cuando no se haya realizado un aprendizaje sistemático de las tablas (fundamentalmente de sumar y multiplicar), la constitución de representaciones de los hechos numéricos en la memoria está ligada a los procedimientos de conteo. Cada vez que el niño utiliza un procedimiento de conteo para resolver una suma, el resultado alcanzado es asociado en memoria a esta operación. Sin embargo, para que las estrategias de conteo conduzcan a una asociación en memoria hace falta que las dos operaciones y el resultado esté de forma simultánea en el "espíritu" del niño, o en su memoria de trabajo. Como la memoria de trabajo de los niños con

> dificultades es de poca capacidad, y como privilegian, por otra parte, procedimientos algorítmicos más lentos (la estrategia *sumar o contar todo*), es posible que hayan olvidado uno de los dos operandos (sumandos) cuando alcanzan el resultado.

Geary y Hoard (2002:109) señalan que:

> … los estudios sobre la deficiencia en la memoria de trabajo de niños con deficiencias en conteo y lectura o solo deficiencias en conteo, se encuentra en las etapas preliminares. No obstante, esos estudios sugieren que las deficiencias primarias de los niños con deficiencias de conteo involucran solamente el central ejecutivo de la memoria de trabajo.

Por su parte, el estudio de Lee y Kang (2002:B63) indica:

> … las funciones aritméticas están relacionadas con la memoria de trabajo en subsistemas específicos. Así, la multiplicación se encuentra más cerca del lazo fonológico y la sustracción del módulo viso espacial. Esta conclusión no es compatible con la noción de que la aritmética se hace en una representación amodal (no modular) de números.

Esta conclusión de Lee y Kang marca distancia con las posturas piagetianas y neopiagetianas que plantean la existencia de un sistema cognoscitivo de carácter general.

En resumen, en este capítulo se plantearon las teorías que se debaten a nivel internacional referidas a la adquisición de la noción de número, se establecen las preguntas que guían ese debate y las metodologías empleadas para estudiar el tema. Se refieren trabajos de David Geary quien ha realizado un esfuerzo significativo para sistematizar los resultados hasta ahora alcanzados en lo referido a la habilidad numérica (noción de número y conteo) y cálculo aritmético elemental, dejando establecido que la relación entre estos conceptos y la memoria de trabajo es un tema de investigación vigente.

El debate se centra en las habilidades numéricas o no de los bebés pre verbales. No obstante, el reconocimiento de que los bebés pre verbales identifican cantidades de hasta tres elementos y pueden sumar “1+1 =2”, según Wynn (1978), es decir comparan correctamente  conjuntos de hasta tres elementos, es un argumento muy sólido a favor de la postura innatista que tiene dentro de los elementos para la asimilación de los conceptos la ejecución reiterada, que representa un vínculo no explicitado con la memoria de trabajo.

Además, este descubrimiento,  implica que no debería haber diferencias referidas a las habilidades numéricas y de cálculo aritmético elemental entre los géneros humanos y de existir, esas diferencias  deben ser mediadas culturalmente, por lo que es posible preguntarse ¿En qué momento del desarrollo ontogenético  comienzan las diferencias en las habilidades numéricas entre los diferentes géneros humanos?  Es decir, si se comprobara la existencia entre las habilidades numéricas entre hombres y mujeres, esta diferencia ¿A qué edad comienza a manifestarse?

Asimismo, aun queda por estudiar, en esta línea de pensamiento, ¿Cómo evoluciona esta capacidad durante el desarrollo ontogenético del individuo mediado por la cultura y posteriormente incluyendo los espacios escolares? y si ¿Esta capacidad de diferenciación efectiva de conjuntos está vinculada al rendimiento en el cálculo aritmético elemental (sumas)?

De esta forma, se establece el lugar que ocupa, dentro del debate internacional sobre la noción de número,  la presente investigación, dejándose entrever que los resultados de las investigaciones en bebés pre verbales apuntan a que las tesis de Piaget deben ser revisadas en varios de sus postulados y sustentan las tesis de la existencia de principios innatamente especificados y capacidades matemáticas innatas en nuestra especie.

## *2. Antinomia Constructivismo - Innatismo Referido a la Noción de Número.*

En esta sección se confrontan las ideas innatistas y constructivistas referidas a la adquisición de la noción de número y en particular el rol que juega o no el conteo en la adquisición de esta noción. Se estudia el conteo desde una perspectiva ontogenética y se contrasta con la perspectiva de Piaget respecto al rol al conteo en la adquisición de la noción de número.

Se cotejan el Principio de Conservación de la Cantidad o invariancia de la cantidad respecto a la distribución espacial piagetiano (que requiere del desarrollo de la lógica para su adquisición y que se propicia por mediación de la seriación y clasificación) y el Principio de Correspondencia Uno a Uno (en tanto que uno de los elementos del conteo de Gelman y Gallistel que tiene en la partición y la etiquetación sus elementos más relevantes).

Se aborda el contraste de posturas que plantean, por un lado, que todos los desarrollos vinculados a la noción de número forman parte de un único desarrollo cognitivo (Piaget) y por otro, las que sostienen que el desarrollo cognitivo es modular (Fodor).

Los resultados de los estudios en bebés pre verbales y en especies no humanas referidas a la habilidad numérica, aportan evidencia a favor de la postura de que existen elementos innatos relacionados al manejo de la noción de número. En ese sentido, este capítulo orienta la discusión hacia el principio, innatamente especificado de acuerdo con Gelman y Gallistel (1978), de Correspondencia Uno a Uno que tiene su expresión en la prueba de comparación de cantidades y se le contextualiza en el marco de la discusión innatismo - constructivismo.

Finalmente, por cuanto uno de los objetivos de la investigación es indagar la posible conexión de este principio tanto con la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental como con la memoria de trabajo, se deja entrever que se adopta la posición que la estructura cognitiva del cerebro es modular.

## *2.1. Antecedentes.*

Los mecanismos propuestos sobre la base del conocimiento cuantitativo y matemático según Geary (2006a) van desde los sistemas inherentes (innatos) que han sido designados por procesos evolutivos para representar procesos cuantitativos de información hasta mecanismos generales generadores del conocimiento aritmético y matemático pero que no son inherentemente cuantitativos.

Los acercamientos incluyen estudios experimentales de aprendizaje, estudios centrados en la educación temprana en los niños (constructivismo) y la más reciente perspectiva innatista.

La más influyente teoría constructivista es la de Jean Piaget que aunque se enfocó en los mecanismos cognitivos generales, alcanzó a aplicar sus resultados al dominio del número, masa y volumen.

Por otro lado, Karmiloff-Smith (1994:25) plantea que la teoría piagetiana y la conductista coinciden en que no otorgan al niño estructuras innatas o conocimiento de dominios específicos. Ambas admiten sólo la existencia de unos pocos procesos biológicamente determinados, generales para todos los dominios.

Pero, mientras los piagetianos consideran que el niño es un constructor activo de información, los conductistas lo ven como un almacenador pasivo de información. Los piagetianos asumen que el desarrollo implica cambios fundamentales en las estructuras lógicas que dan lugar a una sucesión de estadios, por otro lado, los conductistas hablan de una acumulación progresiva del conocimiento. (Karmillof-Smith, 1994: 25).

Entonces, para Karmillof-Smith (1994: 25), la diferencia del bebé piagetiano o conductista del bebé innatista se encuentra en que este último comienza con ventajas de salida, lo cual no implica que nada cambie durante la infancia o después de ella, pero el aprendizaje posterior esta guiado por principios innatamente establecidos y específicos de cada dominio (área de conocimiento). Existe una restricción inicial que solo permite a los bebés pre verbales contar hasta tres. (Karmillof- Smith, 1994:139).

Los sesgos atencionales y los principios numéricos innatamente especificados constituyen solo el potencial para la adquisición de la competencia numérica. Sin el ambiente conveniente, esta competencia no se desarrolla (Karmillof-Smith, 1994: 139). En Gordon (2004) se muestra que los principios numéricos declinan si el ambiente no es el adecuado.

En ese orden de ideas, Karmiloff-Smith (1994:30**)** afirma que las técnicas experimentales que se diseñan a partir de los años 80 buscaron superar los problemas de las investigaciones inspiradas en Piaget en las que se requería que los niños demostrasen sus capacidades mediante actividades de búsqueda manual. Así, aunque los recién nacidos y los bebés pre verbales no pueden usar aun sus manos para manipular objetos, si pueden chupar y mirar, por lo que se puede emplear como indicador del “interés” del bebé el aumento de la amplitud de la succión o el aumento de la duración de la mirada.

## *2.2. Posturas Teóricas de Gelman y Gallistel y de Piaget.*

Para Piaget, los conocimientos innatos no son posibles por cuanto el aprendizaje se realiza cuando establecemos contacto con el entorno. Esta postura contrasta con la de Gelman y Gallistel quienes sostienen sus tesis sobre la base de principios innatos que guían el aprendizaje, en particular de la noción de número, fundamentados en la evolución ontogenética y filogenética de nuestra especie, en la transculturalidad de algunas habilidades numéricas (sistemas de conteo) y en el hallazgo de que otras especies poseen algunas habilidades numéricas.

Según Piaget (Karmillof Smith, 1994: 120) "… todos los aspectos del número forman parte del desarrollo cognitivo de dominio general y se construyen como resultado de la inteligencia sensorio motriz general y la posterior coordinación de la seriación y la clasificación". De esta manera, para Piaget:

> … la representación del orden lineal y la seriación (la capacidad de representar objetos de distinta magnitud en secuencias correctamente ordenadas) son necesarias para la conservación del número, pero no suficientes. También es necesario un sistema de clasificación jerárquica de relaciones inclusivas, en el cual la clase que contiene un solo elemento está incluida en la que contiene dos elementos que, a su vez, está incluida en la que contiene tres etc. (Karmillof Smith, 1994: 120).

Kamii y DeVries (1985:13) señalan que "Piaget insiste en la inadecuación del racionalismo, porque los racionalistas han supuesto una capacidad innata de razonamiento que de por sí se impone como resultado de la maduración. Piaget es interaccionista – relativista que cree en la construcción del conocimiento por la interacción con la experiencia sensorial y el razonamiento, indisociables entre si."
Kamii y DeVries (1995:15) apuntan además que para Piaget "... enseñar palabras no es lo mismo que desarrollar la capacidad de razonamiento del niño.". "...el origen del conocimiento lógico matemático, para Piaget, está en el sujeto. …. Piaget no suscribe la idea de que las estructuras lógico matemáticas son innatas. Estas son construidas por la actividad del propio niño". Kamii y DeVries (1985:16).

En el niño, en palabras de Piaget (2004:283):

> … la construcción del número se efectúa en vinculación estrecha a la de las estructuras lógicas de agrupamientos de clases (inclusiones y clasificación) y de relaciones de orden (seriación y encadenamiento de las relaciones asimétricas transitivas) y estas dos clases de construcciones suponen, ni que decir tiene, la manipulación de objetos y, por consiguiente, la experiencia.

Mientras tanto, Siles Torrelio (2007) sostiene que "El concepto de número es principalmente, desde la concepción constructivista, el resultado de operaciones lógicas de seriación y clasificación." Además de las operaciones lógicas señaladas, continúa la autora, "…los principios que se toman en cuenta para nociones pre cálculo son la correspondencia término a término y conservación de la cantidad."

Karmiloff Smith (1994:23) clasifica los cuestionamientos que enfrentan las ideas piagetianas sobre el número en dos enfoques; el primero vinculado a "… la reducción de la edad a la que se alcanza la conservación piagetiana del número…" y el segundo relacionado con los investigadores "…que han trasladado la atención de la conservación del número a los principios precoces que rigen la actividad de contar en los bebés y niños pequeños."

Es apropiado recordar que "…los primeros estudios sobre el conteo surgieron en los años 70 en un intento por superar las posiciones piagetianas que lo consideraban una mera actividad verbal no relacionada con el número, sino hasta el momento en que los niños hubieran realizado con éxito las tareas de conservación de la cantidad". (Caballero, 2005:27).

De esta manera, Karmilof Smith (1994:124) apunta que:

> … el aprendizaje del niño sobre los números se encuentra sumamente restringido por principios numéricos innatamente especificados. Estos principios hacen que el niño fije su atención sobre entradas sensoriales pertinentes para el número y que también construya representaciones en su memoria numéricamente pertinentes. Es decir, existen sesgos innatos que canalizan la atención del niño centrándola selectivamente en las entradas sensoriales relevantes para el número.

Karmillof Smith (1994: 130) señala que "…Gelman y Gallistel demostraron que las primeras manifestaciones de la conducta de contar son mucho más que un simple aprendizaje mecánico y que, aunque los niños cometen errores cuando aprenden a contar, sus esfuerzos están restringidos por un conjunto de principios de recuento.”

Asimismo, Karmillof Smith (1994:140) llega a afirmar que:

> …para los piagetianos, la incapacidad de conservar indica que al niño le falta un conjunto coherente de principios numéricos, mientras para Gelman y Gallistel el preescolar posee un conjunto coherente de principios para entradas tipo numérico, lo que falta y tiene que aprender es la representación algebraica, más abstracta de esos conceptos. El conservador ha desarrollado la capacidad de razonar sobre relaciones numéricas en ausencia de representaciones de numerosidad concretas. Por consiguiente, en cierto modo, el niño que es capaz de conservar ha empezado a operar con entradas algebraicas y no sólo con entradas numéricas.

Caballero (2005:28) hace alusión a que “...la nueva conceptualización sobre la habilidad de contar [en relación a la postura de Piaget] se ve reforzada, entre otras cosas, por los estudios que muestran que el conteo constituye una habilidad útil para los niños cuando solucionan diferentes problemas matemáticos antes de los aprendizajes formales.” [El agregado es nuestro].

Esta postura aporta evidencia a favor de la tesis innatista. Ello, en función, además, que las habilidades de numerosidad en bebés pre verbales y la transculturalidad de las habilidades numéricas son congruentes con el desarrollo evolutivo filogenético de la especie humana.

Caballero (2005:18) apunta que una parte importante del conocimiento matemático de los niños tiene que ver con la construcción del número, y puede apreciarse desde dos modelos:

- La corriente piagetiana (Piaget y Szeminska, 1941), que asume que la capacidad para adquirir, comprender y emplear el número sólo es posible si los niños previamente han tenido acceso a una serie de conceptos ligados al estadio de las operaciones concretas. Es decir, hasta que los niños alcanzan esta etapa no se puede hablar de una comprensión real del número (Piaget, 1959).

- La representada fundamentalmente por Gelman y Gallistel (1978), que considera que la capacidad tanto para usar como para comprender los números se desarrolla a partir de la experiencia de contar, misma que se encuentra presente desde muy temprano.

Luego entonces, a partir de la experiencia cotidiana donde los niños son sometidos culturalmente a experiencias de conteo, se asume que esta actividad debe coadyuvar a la adquisición de la noción de número y en el desarrollo de la aritmética, lo que se ve sustentado en los trabajos de Karen Wynn con bebés pre verbales y en la concreción curricular de la noción de número aritmetista (posterior al período denominado conjuntista) que sustenta la adquisición de la noción de número en el conteo es decir "Se privilegia el procedimiento de contar como medio para introducir los números." (Chamorro, 2003:103).

## *2.3. Principios de Conservación. Etapas de Desarrollo en la Teoría de Piaget.*

Para Piaget (1985) los argumentos vinculados a la adquisición del principio de conservación externados por el niño en el experimento donde se le presentan dos bolitas de plastilina y una de ellas es transformada por el niño, son los siguientes:

- Identidad. El niño dice: "pero no se ha sacado nada ni agregado nada, por consiguiente es lo mismo, la misma cantidad".
- Reversibilidad. El niño dirá: "usted ha estirado la plastilina, pero no tiene más que volverla a convertir en bolita y podrá ver que es lo mismo".
- Compensación. El niño dice: "se ha alargado, de acuerdo, hay más, pero al mismo tiempo es más delgada.

Así, señalan Kamii y DeVries (1985:13) "... no es la información sensorial la que lleva al niño a la conservación, sino más bien es el razonamiento lo que le da un sentimiento de *necesidad lógica* (la cantidad no ha cambiado al echar líquido en un recipiente de diferente tamaño)". [Así en el original].

Se constata, según Piaget (1985), del ejemplo referido, que el tiempo es necesario en tanto orden de sucesión. Así, el descubrimiento de la noción de conservación de la materia precede en dos años a la de peso y ésta precede en dos años a la de volumen.

Este orden de sucesión muestra (Piaget, 1985), que para construir un nuevo instrumento lógico son necesarios siempre instrumentos lógicos preexistentes, es decir, que la construcción de una nueva noción supondrá siempre sustratos, subestructuras anteriores y a la inexistencia de estructuras innatas. Piaget distingue cuatro grandes etapas en este desarrollo:

- Una etapa que precede al lenguaje y que llamaremos de inteligencia sensorio-motriz, antes de los 18 meses, aproximadamente.
- Una etapa que comienza con el lenguaje y que llega hasta los 7 u 8 años, a la que llamaremos período de la representación preoperatorio.
- Entre 7 y 12 años más o menos, distinguiremos un tercer período que llamaremos el de operaciones concretas,
- A partir de los 12 años el de las operaciones proposicionales o formales.

En ese orden de ideas, Piaget (1985) sostiene que el pensamiento es un sistema de acción interiorizada, que conduce a estas acciones particulares que llamamos operaciones que se definen como acciones reversibles y acciones que se coordinan unas con otras en sistemas de conjunto.

Estas acciones interiorizadas constituyen el pensamiento. Hay que aprender a ejecutarlas materialmente y exigen al comienzo todo un sistema de acciones efectivas, de acciones materiales. Pensar es, por ejemplo, clasificar u ordenar, poner en correspondencia, reunir o disociar, etc. de acuerdo con Piaget.

Empero, las acciones que han permitido algunos resultados en el terreno de la efectividad material no pueden interiorizarse sin más de manera inmediata y se trata de reaprender en el plano del pensamiento lo que ya ha sido aprendido en el plano de la acción. Esta interiorización es, en realidad, una nueva estructuración y no simplemente una traducción que toma un tiempo considerable, según Piaget.

En función de lo anterior, Piaget postula la existencia del estadio de las operaciones concretas (que se presenta alrededor de los 7 años).

> Este período corresponde a una lógica que no versa sobre enunciados verbales y que se aplica únicamente sobre los propios objetos manipulables. Será una lógica de clases porque puede reunir los objetos en conjuntos, en clases, o bien será una lógica de relaciones porque puede combinar los objetos siguiendo sus diferentes relaciones, o bien será una lógica de números porque permite enumerar materialmente al manipular los objetos, pero aunque podrá ser una lógica de clases, relaciones y números no llegará a ser todavía una lógica de proposiciones. Por primera vez, estamos en presencia de operaciones propiamente dichas en tanto que pueden ser invertidas, como por ejemplo la adición, que es la misma operación que la sustracción en el sentido inverso. Y, además, es una lógica en el sentido de que las operaciones están coordinadas, agrupadas, en sistemas de conjunto, que poseen sus leyes en tanto son totalidades. **(**Piaget, 1985).

Según Piaget (1985) alrededor de los 7 años el niño se convierte es capaz de coordinar operaciones en el sentido de reversibilidad. Este período corresponde a una lógica que no versa sobre enunciados verbales y se aplica únicamente a objetos manipulables. Es una lógica de clases (se pueden agrupar objetos en conjuntos que denominamos clases), o bien será una lógica de relaciones porque puede combinar los objetos siguiendo sus diferentes relaciones (tamaño, anchura, etc.) o una lógica de números porque permite enumerar materialmente al manipular objetos. No obstante, no podrá ser una lógica de proposiciones. Es una lógica, por cuanto (por primera vez en la vida del individuo) es posible revertir las operaciones.

## *2.4. Noción de Número Natural en la Teoría de Piaget.*

De conformidad con Piaget *y* Szeminska (1996:10) "... no basta al niño, de ninguna manera, saber contar verbalmente para estar en posesión del número. Un sujeto de 5 años puede muy bien, por ejemplo, ser capaz de numerar los elementos de una hilera de 5 fichas y pensar en cambio que si se reparten las 5 fichas en dos subconjuntos de 2 ó 3 elementos, estas subclases no equivalen a la colección total inicial".

El proceso de cuantificación (Piaget y Szeminska, 1996:40) del sujeto (niño):

> ... comienza por no considerar más que relaciones perceptivas, no coordinadas entre sí, de igualdad o diferencia cualitativa-y ese es el proceso que cumple en la primera etapa- y constituye así respectivamente las cualidades y las cantidades brutas, no susceptibles de composición como tales. Durante la segunda etapa, se inicia un proceso de coordinación lógica, que termina en la tercera etapa, y que culmina en la clasificación de las igualdades y en la seriación de las diferencias (en forma aditiva o multiplicativa), seriación que desemboca en la constitución de las diferencias intensivas y en consecuencia en la aritmetización de los agrupamientos lógicos.

Asimismo, para Piaget (1985) un número no existe en estado aislado. Lo que se da es la serie de los números, es decir, un sistema organizado que es la unidad más la unidad y así sucesivamente. Una clase lógica, un concepto, no existe en estado aislado. Lo que se da es el sistema total que se llamará "clasificación". Una relación de comparación, "más grande que", no existe tampoco en estado aislado, es parte de una estructura de conjunto que se llamará "seriación", que consiste en ordenar los elementos siguiendo la misma relación:

> 1) La seriación. Se da al niño una serie de varillas de diferentes tamaños y se le indica que las ordene de la más pequeña a la más grande. El niño podrá lograr esto antes de los 7 años pero lo hará de una forma empírica, es decir, por ensayos sucesivos, lo que no es una operación lógica. Sólo a partir de los 7 años el niño es capaz de elaborar un sistema para comparar los elementos entre sí, basta que haya encontrado el más pequeño que pone sobre la mesa, en seguida buscará el más pequeño de aquellos que quedan y lo colocará junto al primero, y después el más pequeño de todos aquellos que quedan y lo colocará junto al segundo, etc. Se trata aquí de un elemento de reversibilidad.
>
> 2) La clasificación. Se adquiere solamente alrededor de los 7 u 8 años, si se toma como criterio de clasificación a la inclusión de una subclase en una clase, es decir, comprender el hecho de que la parte es más pequeña que el todo.

En la prueba de conservación, señalan Kamii y DeVries (1982:16):

> El número es una relación que el niño introduce e impone a los objetos. La única forma de alcanzar la conservación es basando su juicio en el razonamiento. La información empírica, perceptible, no es pertinente en esta situación. Del mismo modo, en una prueba de inclusión de clases la única forma de que el niño pueda averiguar si hay más bolitas rojas o más bolitas es la coordinación de sus propias acciones mentales realizadas sobre los objetos. El conocimiento lógico matemático en la teoría de Piaget ilustra de este modo la tradición racionalista, la verdad no está más que en lo que no es observable.

No existe (Piaget, 1985) ventaja en el intento de acelerar el desarrollo del niño más allá de ciertos límites. El equilibrio toma su tiempo y este tiempo cada uno lo dosifica a su manera. Demasiada aceleración corre un riesgo de romper el equilibrio. El ideal de la educación no es, entonces, el aprender lo máximo, ni de maximizar los resultados, sino aprender a aprender. Se trata de aprender a desarrollarse y aprender a continuar desarrollándose después de la escuela.

Para Piaget (2004:20-21) "...la vía natural para llegar a los números naturales consiste en la síntesis de la inclusión de las clases con el encadenamiento de las relaciones asimétricas transitivas, y estos dos últimos sistemas se desarrollan, por el contrario, según itinerarios, en partes independientes. Ahora bien, se puede modificar de diversas maneras la construcción natural del número."

Es posible comenzar por enseñar al niño a contar normalmente hasta 10- 20, etc., pero esto modifica poco la comprensión, y continuamente se detectan sujetos de cuatro- cinco años negar la igualdad de dos conjuntos cuyos elementos, sin embargo, habían contado (por ejemplo 7 o 10, porque la disposición espacial o la distribución en subconjuntos estaba modificada. (Piaget, 2004:20).

Tenemos entonces que, en la teoría de Piaget, un rol central en la adquisición de la noción de número lo juega el Principio de Conservación de la Cantidad. Bermejo

(1990:33) y Marmasse *et al.* (2000) relatan el experimento de Piaget relativo a este problema. Se presentan a un niño pequeño dos conjuntos de igual cantidad de objetos de la misma clase, dispuestos en filas simétricas, de forma que estén en correspondencia de uno a uno fácilmente perceptible de modo visual.

Si se pregunta al niño en que fila hay más objetos, responde que en los dos iguales. Pero si se alejan entre sí los elementos de una de las dos filas. Entonces, muchos niños de educación infantil e incluso de primeros niveles de primaria contestan que hay más elementos en la fila donde los objetos se han separado más (McGonigle, 1985). Además, si aciertan con pequeñas cantidades, se equivocan al evaluar cantidades grandes.

Para Piaget, el concepto de número natural se elabora muy lentamente y de manera discreta (por etapas):[1]

- Percepción global de la cantidad, expresada con términos tales como "muchos", "pocos", "algunos", "ninguno", etc.
- Comparaciones expresadas mediante términos como "más que", "menos que", "igual que".
- Simbolización del número, primero para pequeñas cantidades.
- Simbolización del número para cantidades elevadas, sin ayuda de la percepción, que obliga a usar un sistema de numeración.

De esta manera, podemos apreciar que en la visión de Piaget, el Principio de Conservación de la Cantidad juega un rol central en la adquisición de la noción de número natural o discreto, que inicia con la percepción de conjunto (grupos de objetos con alguna cualidad en común); de cantidad (muchos o pocos); de tamaño (más grande, más pequeño), para llegar al número, primero de cantidades pequeñas

---

[1] Ver, para una explicación mas detallada la siguiente dirección electrónica http://www.uco.es/~ma1marea/profesor/primaria/aritmeti/naturale/cogniti/indice.htm cita ( Ayuda para profesores: educación primaria: aritmética)

y posteriormente a cantidades elevadas sin ayuda de la percepción y utilizando el conteo (es decir, habiendo adquirido el Principio de Conservación de la Cantidad).

Sin la adquisición de este principio, el conteo no juega ningún rol significativo en la adquisición de la noción de número natural, según Piaget. No obstante, desde la perspectiva de Gelman y Gallistel es en el proceso de conteo que hay que concentrase para estudiar la adquisición del número.

## *2.5. Principios de Conteo en la Teoría de Gelman y Gallistel.*

Son reconocidos los trabajos de investigadores sobre la noción de número en bebés pre verbales y en niños en edad pre y escolar (Wynn (1998), Gelman y Gallistel (2000) y (2004)). En sus experimentos, Wynn aprovecha algunas de las habilidades de los bebés pre verbales para demostrar que existe un conocimiento innato (numerosidad) que incluye el hecho de distinguir, por ejemplo, entre '1' y '2' y saber que 1+1 es dos; en nuestra especie.

Ahora bien, para Gelman y Gallistel (2000, 2004) la conservación del número (natural) no es el fenómeno en que debemos fijarnos para comprender cómo adquieren los niños la noción de número, por cuanto desde comienzos de la infancia hay presente algún conocimiento sobre el número (numerosidad). El aprendizaje del niño sobre los números se encuentra restringido por principios numéricos innatamente especificados.

Gallistel y Gelman (2000) explican que el problema de la conservación del número natural se debe a que los seres humanos nacemos con una noción de número real (continuo) y en los primeros años de existencia desarrollamos la comprensión del número discreto (número natural) para que después la ciencia matemática se encargue del formalismo del número real y del concepto de continuidad.

Entonces, la razón por la que los niños pequeños no poseen el principio de conservación de la cantidad reside en que ellos observan el sistema de puntos como una entidad continua y cuando se les pregunta sobre ¿Dónde hay más elementos?, reinterpretan la pregunta asumiendo que se les cuestiona sobre ¿Cuál de las dos sistemas es más largo? De ahí la tendencia a contestar que es mayor en el sistema más separado.

Karmiloff-Smith (1994: 130-132), Marmasse *et al.* (2000) y Butterworth (2005:7) se refieren a cinco Principios de Conteo de Gelman y Gallistel (1978:73-82) como base de partida para la adquisición de la habilidad de contar:

1. Principio de Correspondencia Uno a Uno. (Cada elemento se cuenta una vez)
2. Principio de la Indiferencia del Orden. (Los elementos se pueden contar en cualquier orden)
3. Principio de la Cardinalidad. (Solo el último término de cada proceso de recuento representa el valor cardinal del conjunto concreto contado.)
4. Principio de Orden Estable. (Los números se utilizan una vez)
5. Principio de Indiferencia de los Elementos o irrelevancia del objeto (Cualquier tipo de elementos se puede contar)

Karmiloff-Smith (1994:136**)** sugiere que "... es sobre la base de los principios de irrelevancia del objeto y orden estable; muy diferentes de los tres principios que gobiernan la actividad de nombrar; como los niños infieren que los números que oyen no son los nombres de los objetos sino etiquetas para contar". Klein y Sarkey (1987) citados por Bermejo (1990:24) adoptan como criterio formal y psicológico para decidir si un comportamiento es o no numérico *in nature*, la correspondencia uno a uno.

### *2.5.1. Principio de Correspondencia Uno a Uno.*

El principio de correspondencia uno a uno conlleva la coordinación de dos procesos (Lagos, 1992:15):

- La partición. Es el mantenimiento, paso a paso, de dos categorías de ítems: los que ya han sido contados y los que aún no han sido contados. El paso de los elementos de un conjunto de una categoría a otra puede realizarse mediante la separación física (los actos de señalar) o mental (cuando el sujeto ha interiorizado el acto de señalar).

- La etiquetación. Requiere la existencia de un conjunto de etiquetas que se harán corresponder una sola cada vez con cada objeto. Así, los niños utilizarán tantas etiquetas como objetos hay en el conjunto contado, si bien, se tiene en cuenta además la naturaleza de estas etiquetas que deben ser estables y únicas.

Los errores cometidos por los niños (Lagos, 1992:17) son principalmente de partición y coordinación (aunque también existen errores de etiquetación):

De partición. Implican errores de repetición y los de omisión, que suelen acontecer en la zona intermedia o central de la muestra (Lagos, 1992:18):

- Los que consisten en dar por finalizado el conteo cuando aún no han sido tenidos en cuenta todos los elementos de la muestra.
- La tendencia a regresar a un ítem cuando ese ítem, y otros próximos a él, ya han sido contados.
- La tasa de repetición, de modo que un elemento es contado más de una vez. ·
- Los de omisión, que es el caso inverso al anterior.

De coordinación. Son errores debido a los problemas que plantean el inicio y la finalización del conteo para los niños. (Lagos, 1992:19).

- Los errores que tienen lugar al comienzo del procedimiento de conteo, reflejando así la dificultad que encuentran los niños para iniciar la aplicación coordinada de los procesos de etiquetación y de partición. Por ejemplo, el niño puede señalar el primer elemento con corrección pero mostrarse dubitativo y comenzar la etiquetación abruptamente cuando está señalando el segundo elemento, o podría señalar reiteradamente el primer elemento en vez de ocuparse de los elementos adyacentes.
- Los errores que acontecen al final del procedimiento de conteo, que son muy semejantes a los que ocurren al comienzo del mismo.
- Los errores que prolongan la etiquetación cuando ya no quedan elementos, o bien siguen contando de nuevo elementos que ya habían sido debidamente etiquetados, sobre todo cuando se enfrentan a conjuntos cuyos elementos están dispuestos de manera aleatoria.

- Los errores de asincronía, en los que no existe la armonía necesaria entre los dos procesos componentes, esto es, de partición y de etiquetación.

Bermejo (1990:71) recoge las estrategias empleadas por los niños en tareas de correspondencias, siendo éstas el señalamiento de los objetos, la manipulación de los objetos (trasladarlos para reagruparlos) y la percepción (se basan exclusivamente en la mirada). Bermejo señala que parece ser que cinco es el rango de cantidades susceptibles de ser percibidas de modo inmediato en estudiantes de preescolar.
Ahora bien, según Bermejo (1990:71):

> La reducida cifra de sujetos, incluso en el grupo de los mayores que solo emplean la mirada puede guardar alguna relación con el hecho de que al introducir la tarea se pide a los niños que intenten contar bien, lo mejor que puedan, esta consigna quizás haya fomentado en los niños la preferencia por asegurar la exactitud del resultado antes que mostrar sus posibilidades reales.

En el Principio de Correspondencia Uno a Uno existe un aspecto especialmente sobresaliente que guarda relación con el acto de señalar o, actos de indicación. Cuando los niños adquieren el conteo se observa siempre el acto de señalar, progresivamente esta acción se va interiorizando de tal manera que les resulta suficiente con “señalar” los objetos con la mirada. Este proceso de interiorización tiene repercusiones en la exactitud del conteo. En efecto, no resulta extraño encontrar niños de 6 años que obtienen peores resultados en tareas de conteo que los más pequeños, debido a que los primeros han iniciado el proceso de interiorización. (Lagos, 1992).

### *2.5.2. Principio de Orden Estable.*

El principio de orden estable es neutral con respecto al tipo de etiquetas, solo requiere que sean extraídas de una lista estable. No obstante, la tarea de adquisición de una secuencia estable representa una costosa actividad de aprendizaje serial, que plantea problemas prácticos a los niños, ya que implica el aprendizaje memorístico de los doce o trece numerales y de las reglas generativas para la producción de los representantes.

Por tanto, una parte significativa del desarrollo de las habilidades numéricas gira en torno a la necesidad de resolver las dificultades prácticas planteadas por el principio de orden estable. Además, por cuanto los niños no tienen un conocimiento innato de la secuencia de numerales, deben aprenderse la lista correspondiente, aunque dicho aprendizaje sea facilitado y dirigido por el principio de orden estable.

Caballero (2005:19-25) refiere una lista de los errores que cometen los niños en relación a este principio

Errores en la correspondencia temporal:

- Señalan el objeto, pero no le asignan ninguna etiqueta,
- Asignan múltiples etiquetas a un mismo objeto, que ha sido señalado una única vez,
- Fraccionamiento de una etiqueta aunque señalen correctamente los objetos,
- Etiquetan en un lugar donde no hay ningún objeto.

Errores relacionados con la correspondencia espacial:

- Uno o varios objetos no son señalados, ni etiquetados, aunque pasen el dedo por encima de ellos,
- Algunos objetos son señalados y etiquetados varias veces,
- Señalan y etiquetan un lugar donde no hay objetos.

Errores en la correspondencia temporal y espacial conjuntamente:

- Un mismo objeto es señalado dos veces, pero sólo se le aplica una etiqueta,
- El objeto es señalado en dos o más ocasiones, pero no le asignan ninguna etiqueta,
- Etiquetan un objeto sin señalarlo,
- No realizan señalamientos específicos y las etiquetas se emiten de forma continua,
- Realizan rápidos señalamientos al tiempo que dan etiquetas a un ritmo regular sin correspondencia con los señalamientos.

Errores que se producen al contar dos veces el mismo objeto:

- Invertir el conteo para contar nuevamente un elemento que ya había sido contado,

- Recontar después de contar un elemento que había sido omitido y al que regresan para contarlo.

Lagos (1992:19) afirma que desde el punto de vista de Gelman y Gallistel (1978) la aplicación de este principio no requiere el empleo de la secuencia convencional de numerales. Únicamente precisa dos condiciones para considerarse correcto:

- Ser repetible y
- Estar integrado por etiquetas únicas.

Según Lagos (1992:20) el uso de secuencias no convencionales, idiosincrásicas, hace que los niños obtengan mejores resultados en el conteo que aquellos que utilizan la lista convencional. Esto se debe a que la organización impuesta desde el exterior interfiere con la organización propia de los niños, de ahí que recuerden mejor una lista creada por ellos mismos.

### *2.5.3. Principio de Cardinalidad.*

Para Lagos (1992:20-21) este principio indica que la última etiqueta usada en el conteo de un conjunto de objetos representa el número de objetos contenidos en el mismo. Para Gelman y Gallistel (1978:79) los niños están utilizando el principio de cardinalidad si siguen alguna de las siguientes pautas:

- Repiten el último elemento del conteo.
- Ponen un énfasis especial en el último elemento de la secuencia de conteo.
- Repiten espontáneamente el último numeral empleado durante el conteo y/o indican correctamente el cardinal del conjunto.

Por su parte, Bermejo (1990:91-92) identificaron 6 niveles evolutivos por los que pasan los niños en la adquisición de este principio:

- No entienden la situación planteada y dan respuestas al azar.
- Repiten la secuencia de números emitidos sin referencia explícita a los objetos.

- Repiten la secuencia de números, estableciendo correspondencias entre los numerales y los objetos.
- Responden siempre con el último número emitido sin tener en cuenta si se corresponde o no con la cantidad de objetos (por ejemplo cuando se cuenta de forma decreciente).
- Responden con el numeral mayor de la secuencia de conteo.
- Comprenden que el último número corresponde y representa la totalidad del conjunto.

Bermejo, Lago y Rodríguez (1986) observaron que los niños de educación infantil respondían a la pregunta de cardinalidad independientemente del tamaño de los conjuntos, mientras que los porcentajes de ensayos correctos de conteo se reducían drásticamente cuando se pasaba de los conjuntos pequeños a conjuntos de mayor tamaño.

De este modo, según estos autores, en conjuntos pequeños de 5 y 9 elementos los niños de 4 años contaban correctamente en el 79% de las ocasiones y respondían adecuadamente a la cardinalidad en el 90%; cuando el conjunto era grande (por ejemplo de 16 y 23 elementos) contaban correctamente en el 38% de las ocasiones y un 81% daban la respuesta de cardinalidad. Los niños de 5 años ofrecían la respuesta de cardinalidad correcta en el 100% de las situaciones y contaban correctamente conjuntos pequeños y grandes en un 96%.

En una línea similar Wynn (1990) indicó que el tamaño de los conjuntos no afectaba al principio de cardinalidad, ya que los niños respondían con el último elemento de la secuencia de conteo tanto en conjuntos pequeños como grandes.

Los tres principios hasta ahora examinados (el principio de correspondencia uno a uno, el principio de orden estable y el principio de cardinalidad) forman la estructura conceptual del conteo. Es decir, se trata de principios procesuales que indican a los niños cómo han de proceder al contar y determinar la cantidad de elementos de un conjunto. (Bermejo, 1990:85).

### 2.5.4. Principio de Abstracción o Irrelevancia del Objeto.

Para Lagos (1992:23) el principio de abstracción hace referencia a que el número de objetos de un conjunto es independiente de las cualidades de los elementos del mismo. Las reglas para contar un conjunto heterogéneo son las mismas que para contar un conjunto de elementos homogéneos. Se pueden referir como etapas en la aplicación de este principio, las siguientes:

- Unidades perceptivas: cuentan sólo los objetos que están dentro de su campo visual.
- Unidades figurales: cuentan objetos que no están disponibles directamente, pero son representaciones de ellos.
- Unidades motoras: el numeral adquiere la cualidad de ser contado.
- Unidades abstractas: pueden prescindir de ayudas externas y contar cualquier objeto.

### 2.5.5. Principio de Orden Irrelevante o Indiferencia de Orden.

Lagos (1992:23) señala que este principio supone que el cardinal de un conjunto no se ve afectado por el orden de enumeración. Es condición necesaria pero no suficiente para comprender la irrelevancia del orden haber adquirido los tres primeros principios (correspondencia uno a uno, orden estable y cardinalidad). Gelman y Gallistel (1978) afirmaron que los niños que han adquirido este principio saben:

- Que el ítem contado es una cosa y no un “1” o un “2”.
- Que las etiquetas de conteo son asignadas al objeto de forma temporal y arbitraria.
- Que siempre se obtiene el mismo cardinal.

Se puede afirmar, visto lo anterior, que la adquisición de la habilidad de contar es un proceso complejo, que se extiende a lo largo de varios años y que se basa en el aprendizaje de los principios referidos. De hecho la adquisición de estos principios conlleva una serie de etapas evolutivas, por las que atraviesan los niños. La habilidad de contar se desarrolla a medida que los niños comprenden e integran los diferentes principios, que sufren transformaciones y elaboraciones, adquiriendo progresivamente mayor flexibilidad y robustez.

No obstante, el desarrollo de la habilidad de contar constituye sólo el primer paso del razonamiento matemático. Para que los niños aprendan a usar los números, deben aplicarlos a objetos y manipularlos bajo una serie de reglas y algoritmos. Contar es la base para la adquisición de los procedimientos aritméticos y conceptos numéricos más complejos y sofisticados.

## *2.5. Estrategias de Conteo y Subitización.*

La subitización y el conteo son los dos procedimientos que emplea nuestra especie (niños y adultos) para determinar cuántos objetos hay en un conjunto (Bermejo, 2004:16).

La habilidad de contar (Caballero, 2005:27) es la asignación individual de etiquetas en secuencia a los elementos de un conjunto, designando la última etiqueta el cardinal. El término subitización, por su parte, fue acuñado por Kaufman en 1949 para denominar los juicios rápidos exactos y seguros que se realizan sobre pequeñas cantidades de objetos. (Spelke, 2000:1241).

Yagoubi *et al*. (2003:855) establecen que "… estudios anteriores han definido qué estrategias se usan en las sumas, cuán a menudo se emplean, cómo son ejecutadas, cómo son escogidas en función de una gran variedad de parámetros y cómo esas estrategias cambian con la edad y la escolaridad." Así, por ejemplo, estos autores plantean que las personas responden más lentamente para afimar que 8+4 = 13 es falso que para aseverar que 8+4 = 19 también lo es, presumiblemente porque se emplea una estrategia del plausibilidad-comprobación rápida en el último y un cálculo entero en el segundo.

En el estudio de Yagoubi *et al*. (2003: 855) los investigadores, para evaluar la resolución de problemas, presentaron sumas de dos dígitos y los participantes (5 mujeres y 10 hombres, con una media de 23 años con 10 meses de edad) debían decidir si la suma era superior o inferior a 100, percatándose que las personas emplean dos estrategias.

> La estrategia de cálculo entero (*whole-calculation*) donde las personas codifican el problema, adoptan una estrategia inicial de una fase de selección y la ejecutan para encontrar las sumas de unidades y decenas sucesivamente, comparan la solución con 100, toman decisiones mayor / menor y dan su respuesta. En la estrategia de cálculo aproximado (*approximate-calculation*), las personas codifican los problemas, escogen una estrategia inicial de la fase selectiva, y seleccionan la estrategia de aproximación. Sin embargo, a diferencia de la estrategia de cálculo entero, las personas no necesitan calcular las situaciones exactamente, porque un estimado rápido de la solución es suficiente para tomar una decisión menor / mayor.

Los mismos autores (Yagoubi *et al*., 2003:861) aseveran que:

> … su estudio muestra que los participantes emplean dos diferentes estrategias para verificar desigualdades complejas, la estrategia de cálculo completo (*whole calculation)* para problemas pequeños y la estrategia de cálculo aproximado (aproxímate calculation) para problemas de números grandes o muy alejados de la respuesta.

Los primeros estudios sobre el conteo surgieron en los años 70 en un intento por superar las posiciones piagetianas que lo consideraban una mera actividad verbal no relacionada con el número, sino hasta el momento en que los niños hubieran realizado con éxito las tareas de conservación de la cantidad. (Caballero, 2005:27).

Mientras tanto, para Chamorro (2003:111) subitizar es “la capacidad de enunciar muy rápidamente el número de objetos de una colección, por simple percepción global (sin necesidad de contar).” La subitización (Bermejo, 2004:37) implica el reconocimiento inmediato de pautas numéricas y es anterior a la habilidad de contar. De hecho, los niños no necesitan saber contar para determinar el cardinal numérico de conjuntos pequeños.

La subitización (Bermejo 2004:17) “…otorga sentido cuantitativo a los numerales y por tanto al conteo. Así, una vez adquirida la subitación, cuando el niño cuenta 1, 2, 3 etc. no son solo palabras aprendidas de memoria, sin más, sino que tienen un significado cuantitativo.”

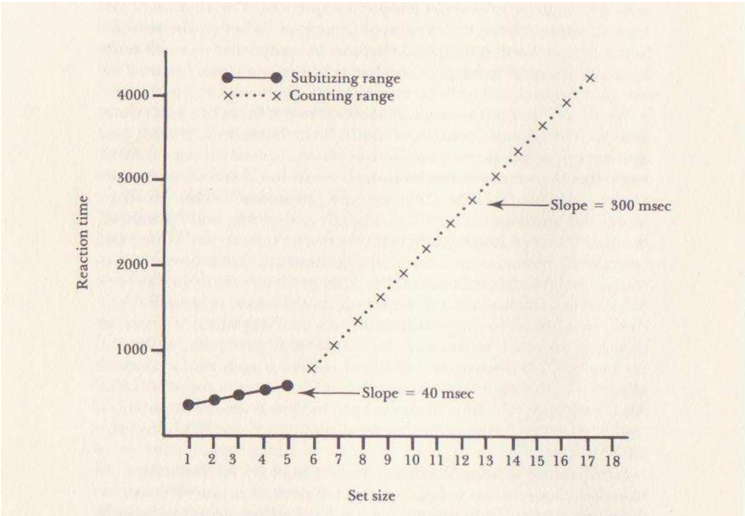
En el rango de la subitización (Gelman y Gallistel, 2005:26) hay una transición de la estrategia basada en la cartografía de la estimación no verbal de magnitudes mentales a una estrategia basada en el conteo verbal.

En la Figura 1 se diferencian los tiempos de reacción correspondientes a la subitación o percepción instantánea, válida para conjuntos de hasta cinco elementos, con una pendiente de 40 milisegundos, y el conteo con una pendiente de 500 milisegundos.

Caballero (2005:18) apunta que una parte importante del conocimiento matemático de los niños tiene que ver con la construcción del número, que puede apreciarse desde dos modelos:

1. La corriente piagetiana, que asume que la capacidad para adquirir, comprender y emplear el número sólo es posible si los niños previamente han tenido acceso a una serie de conceptos ligados al estadio de las operaciones concretas. Es decir, hasta que los niños alcanzan esta etapa no se puede hablar de una comprensión real del número.
2. La representada fundamentalmente por Gelman (Gelman y Gallistel, 1978), que considera que la capacidad tanto para usar como para comprender los números se desarrolla a partir de la experiencia de contar y ésta, está presente desde muy temprano.

*Figura 1.*
Tiempo de Reacción en Estimación de Cantidades en Adultos.




Fuente: Gelman y Gallistel (1978:66).

De esta manera, mientras el conteo para algunos autores, según Caballero (2005:28), se debe a la creación de hábitos desde los cuales se inducen los principios del conteo, de tal manera que el conteo mecánico va siendo sustituido por un conteo progresivamente más significativo, es decir, es el resultado de un proceso mecánico o aprendizaje memorístico.

Para otros autores (Caballero, 2005:28), la habilidad de contar descansa en la adquisición de los principios ya referidos. La naturaleza no unitaria del modelo propuesto por estos autores (i.e., se pueden tener adquiridos unos principios y otros no) permite conocer los procesos cognitivos subyacentes a la habilidad de contar.

Bermejo (2004:19), por su parte, clasifica estas teorías de la siguiente forma:

- Teoría de las habilidades primero. El niño aprende primero a contar de memoria o mediante imitación práctica y refuerzo, antes de comprender los principios básicos del conteo

- Teoría de los principios primero. Los principios son innatos y guiarán el desarrollo de los procedimientos propios de la habilidad de contar, de modo que la comprensión sería anterior a la ejecución correcta del conteo.
- Teoría del desarrollo mutuo, según la cual el niño poseería desde el nacimiento unas predisposiciones generales que servirían de base para el desarrollo posterior numérico, y por tanto, del conteo, de tal modo que la comprensión y procedimientos se irían desarrollando más o menos paralelamente y en constante interacción a lo largo de la infancia.

De acuerdo con Caballero (2005:27), Gelman y Gallistel (1978) señalan una secuencia evolutiva en el proceso de adquisición de la noción de número durante el desarrollo ontogenético en nuestra especie:

- Recuento de números pequeños,
- Subitización de números pequeños y
- Recuento de números grandes.

Finalmente, el conocimiento aritmético maduro (Spelke, 2000: 1243) (verbigracia. 5+7=12) depende de la orquestación de tres sistemas:

- Un sistema nuclear para representar números pequeños de objetos.
- Un sistema nuclear para representar magnitudes numéricas aproximadas.
- Lenguaje de palabras número y conteo verbal.

De esta manera, en este capítulo, se analizaron las diferencias entre las propuestas reflejadas en los trabajos de Jean Piaget (1987) *Génesis del número en el niño* publicado por primera vez en 1964 y de Gelman y Gallistel (1978) *La comprensión del número en el niño* (*The Children's Understanding of Number*) publicado en 1978 haciendo énfasis en las posiciones encontradas referidas a la noción de número. Uno de los aspectos más polémicos en esta temática es el referido al innatismo o no de determinadas habilidades cognitivas.

Las diferentes investigaciones no han abordado el tema los límites superiores del conteo sub vocal y no sub vocal, con o sin empleo de los dedos; en jóvenes escolarizados. Es decir no se ha atendido la pregunta de ¿Cuántos elementos es posible contar sin auxiliarse de material externo al cuerpo humano (lápiz u otros)?.

Tampoco se ha atendido la pregunta de si ¿La cantidad máxima de elementos que se pueden contar depende de la memoria de trabajo o de alguno de sus compartimientos? Y si ¿A mayor cantidad de elementos posibles de ser contados por un individuo le corresponde un mejor desempeño en el cálculo aritmético elemental? ¿La cantidad de elementos posibles de ser contados aumenta con la edad? Es decir, ¿Es inherente al desarrollo humano al margen del sistema escolarizado formal o no se requiere de la escolarización para desarrollar las habilidades de conteo?

Ahora bien, la perspectiva del conteo a partir de principios innatamente especificados establece que el Principio de Correspondencia Uno a Uno tiene que dividir el conjunto a contar en elementos contados y elementos no contados y, al mismo tiempo, debe recordar ¿Cuál etiqueta se le asigna al último elemento contado (cardinal provisional)? Luego entonces, llevar a cabo el proceso de conteo requiere que el individuo que cuenta emplee la memoria de trabajo para recordar, entre otros ¿Cuáles elementos ya fueron contados? ¿Cuáles faltan por contar? y ¿Cuál es el cardinal provisional? Es por lo anterior que se espera una correlación significativa entre el Principio de Correspondencia Uno a Uno y los compartimientos de la memoria de trabajo.

## *3. Memoria de Trabajo, Habilidades Numéricas y Cálculo Aritmético Elemental.*

En esta sección se aborda el concepto de memoria de trabajo conformada por tres compartimientos: el bucle fonológico, la agenda viso espacial y el ejecutivo central y su relación con el rendimiento en algunos conceptos matemáticos, como el conteo y el cálculo aritmético elemental que fueron estudiados en la sección anterior.

Se describen los tres compartimientos de la memoria de trabajo, división sustentada por los estudios del modelo neuroanatómico cerebral.

Además, se analizan las estrategias empleadas en el cálculo aritmético elemental en particular la suma. Así, se señalan las estrategias de uso de los dedos (*finger counting*) al conteo verbal (*verbal counting*) la recuperación de hechos de la memoria acerca de los números, sobre todo cuando las operaciones se realizan de manera sub vocal.

Se revisan estudios que han buscado relaciones entre los diferentes compartimientos de la memoria de trabajo con la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental. Sobre este tema se establece que todavía no hay conclusiones definitivas, aunque se refieren aportaciones de diferentes investigadores que apuntan a relaciones significativas sobre todo entre los dos subsistemas ejecutivo central y bucle fonólogo.

## *3.1. Memoria de Trabajo*

Para Bermejo (2006:223) “La capacidad de cálculo debería considerarse más como un conjunto de habilidades que como una habilidad única. De hecho, se han establecido relaciones entre la capacidad de cálculo y el dominio del lenguaje, el reconocimiento espacial, la inteligencia general, la memoria a corto y a largo plazo…” entre otras.

Asimismo, Bermejo (1990:105) recoge una descripción esquemática del proceso de aprendizaje de los conceptos numéricos entre los 2 y 8 años. Así, a los dos años los niños (as) muestran una limitada comprensión de las relaciones existentes entre las diversas situaciones en las que pueden encontrar los numerales: cardinal, de medición, ordinal, de conteo, de secuencia, simbólica y no-numéricas, limitándose al comienzo a una de ellas. Entonces, el aprendizaje, en este campo, consiste, entre otros, en el establecimiento de múltiples nexos, progresivamente más complejos entre las diferentes clases de situaciones y en la paulatina ampliación del rango de aplicación de cada una de ellas.

Los niños tienen a disposición, para resolver problemas de conteo, estrategias ligadas al uso de los dedos (*finger counting*) al conteo verbal (*verbal counting*) la recuperación de hechos de la memoria acerca de los números. No obstante, mientras más problemas aritméticos se van analizando más posibilidades existen que las estrategias se modifiquen, se complementen con otras o se abandonen definitivamente. (Marmasse *et al*, 2004:5).

El rol de la memoria de trabajo en el desarrollo de estas tareas es objeto de estudio. Alsina y Sáiz Roca (2003:241) afirman que los investigadores Baddeley y Hitch en 1974 fueron los pioneros en el estudio de la memoria de trabajo:

> En su planteamiento inicial se consideraba un sistema de atención controlador que supervisaba y coordinaba varios sistemas subordinados subsidiarios. El controlador atencional se denominó ejecutivo central y los subsistemas subordinados más estudiados han sido: el bucle fonológico, que se supone que manipula información basada en el lenguaje, y la agenda viso-espacial, que se supone que se encarga de la creación y manipulación de imágenes. Este estudio generó y continúa generando una prolífica investigación con el objeto de conceptualizar la memoria de trabajo, localizar sus subsistemas, los procesos que se llevan a cabo en ellos, o su implicación en el procesamiento de diversas tareas cognitivas, como por ejemplo la lectura.

Baddeley y Hitch plantearon que la memoria a corto plazo era un sistema operativo que procesaba y almacenaba temporalmente la información necesaria para ejecutar tareas cognitivas como la comprensión, el razonamiento y el aprendizaje. (Alsina, 2007:318)

Aunque en menor medida, también se han publicado trabajos que analizan el papel de este sistema de memoria en el cálculo (para una revisión, consultar Alsina, 2001:104-106). Según Alsina (2001: 145) Brown y Peterson y Peterson demostraron que la actuación de este sistema de memoria en una tarea se ve perturbada, durante unos segundos, por el cálculo mental intercalado entre la presentación y el recuerdo de los elementos. Este recuerdo empeora a medida que aumenta el grado de complejidad del cálculo. Entre las diversas explicaciones posibles, se podría postular que ambas tareas compiten por los mismos recursos, que tienen una capacidad limitada.

Para Alsina (2007:319) "…la actuación en el cálculo se interrumpe cuando el ejecutivo central se sobrecarga y, por extensión, cuando el bucle fonológico es también sobrecargado, lo cual hace suponer que el papel del ejecutivo central consiste en valorar los totales correctos y seleccionar implícitamente las estrategias apropiadas cuando la solución de un cálculo no se encuentra disponible directamente mediante la recuperación.

En Bermejo (2006:223) encontramos que "La realización de una determinada operación aritmética comienza con el reconocimiento de los números, que depende de la percepción auditiva y/o visual. En este punto, la memoria de trabajo, la percepción espacial y la atención desempeñan un papel importante."

Ahora bien, el primer trabajo que alude de forma explícita al papel de la memoria de trabajo en el cálculo se publica a finales de los años setenta en la revista *Cognitive Psychology* No. 10 por Hitch en 1978. Este estudio, realizado con adultos, subraya que la información numérica temporal se olvida si no se utiliza inmediatamente; este olvido es una fuente de errores; y se ve incrementado por el número de pasos entre la presentación de la información numérica y su uso. (Alsina, 2001: 145).

La consolidación de este tipo de investigaciones (Alsina, 2003:241) así como su concreción en los currículos escolares, se produce a finales de los ochenta y durante los noventa. No obstante, la mayoría de estos trabajos ha analizado un único subsistema, sobre todo el bucle fonológico, y coinciden al destacar su papel en el cálculo.

Sin embargo, es oportuno recordar que (Alsina, 2003:242):

> … se han publicado también algunos trabajos discordantes. Así, por ejemplo, en un estudio de Gathercole y Pickering con niños de 7,4 años de media, se concluye que el bucle está relacionado sólo con el conocimiento de vocabulario. También McLean y Hitch encuentran que niños de 9 años con dificultades aritméticas tienen una puntuación normal de bucle fonológico.

Aunque es difícil explicar estas contradicciones al partir de muestras de edades similares, uno de los focos que provoca la disparidad podría ser el uso de diferentes tareas, ya que cada tarea puede exigir un uso distinto de recursos. En esta línea, es posible distinguir la memoria de trabajo en tres tipos: verbal, numérica y espacial, en función del contenido involucrado en las tareas.

Respecto al papel de la agenda viso-espacial en el cálculo, los resultados son aún más dispares según Alsina (2003:242):

- Algunos autores que han analizado sujetos adultos y exponen que si bien parece evidente que la memoria de trabajo interviene en funciones fonológicas como contar o calcular, su papel en las funciones visuales y espaciales es menos claro. También Geary *et al*. (1999), que analizan una muestra de niños de 6-7 años, destacan el papel del bucle fonológico junto con el ejecutivo central en la realización de tareas aritméticas y, desde una perspectiva más genérica, Oberauer *et al.* (2000) concluyen que la memoria de trabajo espacial es claramente distinta de las otras dos categorías (verbal y numérica).
- Otros autores como, señalan una fuerte relación entre factores espaciales y cuantitativos. McLean y Hitch (1999) también encuentran que los niños con baja habilidad aritmética presentan déficit en el componente espacial de la memoria de trabajo. También Gathercole y Pickering (2000), en un estudio realizado con niños de 6 a 8 años con una puntuación baja en inglés y matemáticas, obtienen puntuaciones bajas en medidas del ejecutivo central y en particular de la agenda viso-espacial.

La discrepancia encontrada en los resultados podría ser debida a diferencias ontogenéticas, puesto que mientras algunos trabajan con adultos (18-65 años), otros lo hacen con niños. Otro posible factor es el tipo de medida matemática utilizada. Por un lado, algunos autores usan tareas exclusivas de cálculo (13+18), mientras que otros utilizan una tarea de ítems desaparecidos (2+3= 4+?=?) (Alsina, 2003:242)

Anderson (2000:172) apunta que Atkinson y Shiffrin propusieron la existencia de una memoria de largo plazo y otra de corto plazo, separadas, siendo que la información es retenida por ensayo de manera temporal en la memoria de corto plazo.

La noción de memoria de trabajo es definida por Baddeley (1986) en Alsina (2001:115) como un sistema responsable de manipular y temporalmente almacenar información relativa a actividades cognitivas. Por tanto, la medición de la memoria de trabajo requiere, bajo esta definición, de la resolución de tareas simples y tareas duales.

Para Anderson (2000:175) las codificaciones en la memoria de trabajo son de naturaleza sensorial. Nuestra especie ensaya, para recordar información, repitiendo para sí una lista de elementos una y otra vez, por lo que la información tiende a tener características articulatorias y acústicas.

Baddeley y Hitch (1974) citados por Baddeley (2002) propusieron un modelo de memoria de trabajo en el que un sistema de atención (controlador) supervisa y controla varios sistemas subordinados (subsidiarios). Al controlador atencional le denominaron ejecutivo central. Los subsidiarios se denominaron bucle articulatorio o fonológico, encargado de manejar la información basada en el lenguaje y agenda viso espacial, responsable de la creación y manipulación de imágenes visuales. (Anderson, 2000:106).

De esta forma tenemos, según Darlington *et al.* (1998:163) el ejecutivo central definido como un controlador atencional y de reparto de recursos cognitivos que se apoya en el bucle fonológico que consta de un almacén fonológico y de un proceso de control articulatorio. El primero retiene la información acústica basada en el habla y el segundo transforma el material verbal presentado visualmente y lo transfiere al almacén fonológico mediante el repaso sub vocal donde permanece esta información. El ejecutivo central se apoya también en la agenda viso espacial responsable del registro y almacenamiento de los aspectos espaciales de la información visual.

Durand *et al.* (2005) y Adam y Hitch, (1997) han sugerido que la memoria de trabajo es importante para sostener y manipular información durante el funcionamiento de la aritmética mental en niños.

### *3.1.1. Bucle Fonológico.*

De acuerdo con Baddeley en Anderson (2000:175), la espiral o bucle fonológico se compone de dos sistemas: un almacén capaz de retener información basada en el habla y un sistema capaz de habla sub vocal. Por cuanto no requiere de una señal auditiva, el bucle o espiral fonológico no es lo mismo que un almacén ecoico y no requiere hablar en voz alta. El bucle fonológico manipula información de tipo verbal (palabras, números etc.).

Para Anderson (2000:180) una de las mejores evidencias para medir la capacidad del bucle fonológico son las pruebas de amplitud de memoria para varias clases de información que nuestra especie tiende a ensayar de forma verbal. En una prueba de amplitud de la memoria, los sujetos escuchan una serie de palabras e intentan repetirlas perfectamente en orden inverso.

Asimismo, Anderson (2000:181) apunta que según Baddeley, si intentamos mantener demasiados elementos en la memoria de trabajo para cuando volvamos a repasar el primero, su representación ya no estará disponible en el almacén fonológico.

Según Alsina (2007:218) la supresión articulatoria durante el conteo o la similitud fonológica entre los dígitos producen un descenso sustancial del rendimiento, por cuanto, las palabras que tardan más en ser pronunciadas tardan también más en ser sub vocalizadas y, por lo tanto imponen más carga al mecanismo de repetición sub vocal. Asimismo, los sujetos con lentitud de conteo podrían tener un acceso más lento a la representación de los números en la memoria de largo plazo, debido a representaciones fonológicas débiles o a la perdida de información antes que el cálculo haya finalizado.

Finalmente, Anderson (2000:182) establece que la diferencia entre la propuesta original de Atkinson y Shiffrin y la del bucle fonológico de Baddeley se encuentra en que aunque son transitorias y repasan información verbal, la espiral fonológica no es una estación intermedia hacia la memoria de largo plazo. La información no tiene que pasar por el bucle fonológico para llegar a ser permanente.

### *3.1.2. Agenda Viso Espacial.*

Anderson (2000:182) señala que la agenda viso espacial es un sistema para ensayar información visual o espacial. Nuestra especie puede ensayar material creando imágenes mentales las cuales en algunas formas son como las experiencias sensoriales que tienen cuando ven. La agenda viso espacial se encarga de la creación y manipulación de imágenes.

También Anderson (2000:183) apunta que Baddeley adaptó, para estudiar el cuaderno viso espacial, el empleo de una matriz de almacenaje de información no relacionada que los sujetos escuchaban y debían recordar.

Para Alsina (2007:318) no existe consenso sobre la incidencia de la agenda viso espacial en el aprendizaje del cálculo. Sin embargo, aunque no está demostrado empíricamente, se sugiere que su influencia puede ser significativa en tareas matemáticas con una importante carga de información visual como, por ejemplo, la geometría.

### 3.1.3. Ejecutivo Central.

En Anderson (2000:185) el sistema ejecutivo central controla supervisa y coordina al bucle fonológico y a la agenda viso espacial. El ejecutivo central pone información dentro de cualquiera de los otros sistemas esclavos o recupera información de ellos. Así, para Baddeley, el ejecutivo central y los sistemas esclavos constituyen la memoria de trabajo.

Asimismo, Anderson (2000:185) señala que por ejemplo al multiplicar 37*28, si ensaya una forma verbal para retenerlo, emplea la agenda viso espacial y el bucle fonológico para realizar la tarea. Pero debe recordar que su tarea es una multiplicación, debe recordar en que parte de la multiplicación se encuentra, debe recordar la llevada, información que es mantenida por el ejecutivo central y es información que se usa para determinar el curso de acción en la solución del problema y el uso de los sistemas esclavos y además debe recordar que 7*8 es 56 que es información que se extrae de la memoria de largo plazo. El ejecutivo central debe coordinar todo el proceso.

## 3.2. Conteo y Memoria de Trabajo.

Bermejo (2006:224) apunta "Parece que los mecanismos implicados en el reconocimiento de los números podrían ser diferentes a los implicados en la solución de los problemas aritméticos." No obstante, su relación con la memoria de trabajo sigue siendo objeto de discusión.

En este último sentido, Bermejo (1990:72) escribe:

> El recuerdo de los elementos que ya han sido contados puede agotar la capacidad de la memoria de trabajo de los niños, de modo que esta dificultad induciría a usar el acto de señalar, que conlleva una memoria visual y kinestésica. El acto de señalar tendría la finalidad de liberar capacidad de procesamiento, favoreciéndose así, el dominio o la automatización del procedimiento de conteo. Este dominio, a su vez es indispensable para que se

> produzca la integración del procedimiento de conteo con la habilidad de reconocer patrones perceptivamente (subitizing o percepción inmediata de la cantidad) que permite la elaboración de la regla de la cardinalidad.

El modelo de conteo de Groen y Paraman (1972) citado Alsina (2001:34) sugiere que “...ciertos resultados (sumandos iguales) permanecen en la memoria de largo plazo y se recuperan por procesos de acceso directo con la misma eficacia, tanto por parte de los niños como por parte de los adultos, mientras que otros resultados se consiguen a partir de una resolución reconstructiva o de conteo (mediante el contador mental interno)”

Ya se hizo alusión a que la estrategia de recuperación directa de la memoria representa una estrategia más sofisticada, en resolución de problemas de aritmética elemental que la estrategia del conteo con los dedos (ya sea señalando o no).

Empero, Durand *et al.* (2005: 116) señalan, además, que existen estudios consistentes con la idea de que el déficit de la memoria asociado a dificultades aritméticas puede ser secundario (puede depender de problemas en el conteo y no de alguna debilidad generalizada en el mecanismo fonológico de almacenaje).

Asimismo, Gutiérrez *et al.* (2002) establecen que Baddeley y Hitch (1974), ofrecen un primer modelo de Memoria de Trabajo (ellos la denominan memoria operativa) entendida y analizada ya explícitamente en términos funcionales:

> … se concibe como un sistema encargado de *mantener* y *manipular* la información que se va necesitando en la realización de tareas cognitivas complejas, tales como el aprendizaje, el razonamiento o la comprensión. En otras palabras, la idea de un dispositivo simple de almacenamiento a corto plazo, se sustituye por la noción de un sistema complejo –compuesto por diversos subsistemas y de carácter multifuncional: no sólo atiende las demandas de almacenamiento sino que también interviene de manera fundamental en el control y el procesamiento activos de la información. [Así en el original].

Gutiérrez *et al*. (2002) sostienen su hipótesis que la memoria de trabajo se desarrolla con la edad sustentado en el estudio longitudinal llevado a cabo por Siegel (1994) con una amplia muestra –desde los 6 años hasta la edad adulta.

Las tareas (pruebas) simples (Alsina,2001:115) sirven para medir la capacidad del bucle fonológico de mantener la información verbal o acústica durante uno o dos segundos, y la capacidad del procesador de control articulatorio, parecido al habla interior. Estas pruebas se utilizan también para medir la habilidad de la agenda viso espacial para mantener imágenes espaciales durante un cierto periodo de tiempo, que acostumbra ser muy breve. (Baqués, 1996 en Alsina, 2001:115).

Alsina (2001:117) apunta como ejemplos de pruebas simples las pruebas de la Batería de Test de Memoria de Treball de Pickering, Baques y Gethercole (1999) que se pueden utilizar para medir el desarrollo del bucle fonológico:

- Recuerdo Serial de Dígitos o "Digit Span",
- Recuerdo serial de palabras o "Word Span" y
- Repetición de Pseudo palabras o "Nonword Repetition"

Para medir la capacidad de la agenda viso espacial se pueden utilizar las pruebas simples:

- Matrices visuales de Swanson, en Alsina (2001:117) que consiste en recordar secuencias visuales de puntos dentro de una matriz.
- Test de matrices de Bateria de Test de Memoria de Treball de Pickering, Baques y Gethercole.

Las tareas duales se utilizan para medir distintas funciones del ejecutivo central de la memoria de trabajo siguiendo el planteamiento de situaciones duales de Baddeley y Hitch (1974). Son pruebas compuestas que recogen a la vez almacenamiento y procesamiento, y en general implican mayor complejidad cognitiva que las tareas simples. (Alsina 2001:118).

Alsina (2001: 119) apunta dentro de las pruebas para medir la capacidad del ejecutivo central de la Batería de Test de Memoria de Pickering, Baques y Gethercole (1999):

- Recuerdo Serial de Dígitos inverso,
- Amplitud de escuchar o Listening Span y
- Amplitud de contar o Counting Span.

### *3.3. Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental: Suma.*

Neira (2001) cita a Mc Closkey para establecer que todas las funciones cognitivas vinculadas a los números se agrupan en dos grandes sistemas:

- Sistema de procesamiento numérico. Encargado de la comprensión y producción de números, gráficos y verbales, junto con las reglas de valoración de cantidades y de dígitos en función de su situación en una cifra de varios números, según el sistema indo-arábigo empleado habitualmente.
- Sistema de cálculo. Encargado de la comprensión y recuerdo de símbolos y principios de las operaciones matemáticas, como también del recuerdo de "hechos matemáticos" como ser las tablas aritméticas. Además, este sistema sería el encargado de la ejecución de los procesos matemáticos.

Así, la palabra veinte y tres no es una simple referencia a una colección de 23 objetos, es también una representación de dos conjuntos de 10 objetos y un conjunto de tres objetos. De manera similar, las posición de los números individuales (1,2,3…) en numerales multidígitos tiene un significado especifico, así el ‘2’ en el numeral ‘23’ representa dos conjuntos de 10.

Según Elosua *et al.* (2000) “La capacidad matemática se define desde el enfoque del procesamiento de la información, como el conjunto de operaciones cognitivas, habilidades y conocimientos que son componentes de las tareas matemáticas y se analiza, en términos de los procesos cognitivos y conocimientos requeridos para su resolución.” La evaluación de esta aptitud se lleva cabo a través de pruebas diseñadas con referentes académicos vinculados a los diseños curriculares de la enseñanza institucionalizada. El autor apunta que el contenido de los ítems es en muchos casos exactamente igual a los ejercicios y cuestiones que componen el material curricular.

Un análisis del contenido de estos instrumentos, evidencia que están integrados por ítems de diferente naturaleza y complejidad en cuanto a los procesos cognitivos implicados en su resolución:

- Ítems de enunciado, son problemas de enunciado que exigen habilidades complejas de representación, interpretación, planificación y ejecución, junto a los conocimientos específicos inherentes a cada proceso.
- Ítems aritméticos, son problemas que exigen simplemente la ejecución de operaciones aritméticas, sin contenido verbal alguno, y para los cuales se precisará exclusivamente del conocimiento de los hechos aritméticos y los algoritmos de cálculo.
- Ítems factuales o declarativos, son problemas referentes a cuestiones teóricas que suponen un conocimiento exclusivamente factual, declarativo, en los que los requerimientos de integración y planificación son inexistentes, y los conocimientos lingüísticos necesarios en la fase de representación son mínimos.

Durand *et al.* (2005) apuntan que un predictor significativo de la habilidad aritmética es la “comparación de dígitos” (experimento en el que se le pide a los niños que definan cuál digito representa un número más grande en el menor tiempo posible, siendo el tiempo el indicador de la prueba). En esa dirección Butterworth, Zorzi Girelli y Jonckheere (2001) citados por Durand *et al.* (2005:132) proponen que una etapa crítica en la resolución de un problema de suma es el momento en que se hace un juicio con respecto a cuál de los sumandos es más grande. Ello en función de los procedimientos de conteo empleados por los infantes.

Houde y Mazoyer (2003:507) se preguntan sí realizamos las operaciones aritméticas con las áreas del cerebro del lenguaje o con las áreas viso espaciales. Información al respecto se ha obtenido a partir de estudios con bebés pre verbales y con primates no humanos. De acuerdo con Dehaene (1999) en Houde y Mazoyer (2003:511) la aritmética exacta, por ejemplo la multiplicación, está basada sobre una representación lingüística y sustentada en áreas del lenguaje.

En contraste, la representación de las magnitudes numéricas se efectúa en el cortex parietal del sitio viso espacial de una localidad biológica para el sentido numérico en adultos, infantes pre verbales y monos. (Houde y Mazoyer, 2003:511).

Ahora bien, mientras Wynn argumenta que sus resultados avalan la existencia de capacidades tempranas para realizar operaciones aritméticas simples, Simon sostiene que los resultados en los experimentos de aquella se deben a consideraciones viso espaciales. Los resultados de las tareas propuestas por Wynn en bebés pre verbales (violación de la expectativa) requieren de la formación de una imagen visual y de la memoria viso espacial de la memoria de trabajo, funciones cognitivas que ya existen en el cerebro de los infantes pre verbales.

En consecuencia, la cognición viso espacial y la cognición matemática no son mutuamente excluyentes en el cerebro humano, aunque todavía no se define el punto de quiebre entre ambos procesos. Lo anterior implica que tanto Simon como Wynn estaban en lo correcto. (Houde y Mazoyer, 2003:512).

Asimismo, de acuerdo con Marmasse *et al.* (2004:4) los escolares pueden emplear diferentes técnicas en la resolución de problemas de sumas. Así, un estudiante puede resolver “10+3” contando con los dedos de las dos manos partiendo de “3” y contando a continuación el resto. El conteo verbal es una técnica más madura donde los niños no usan los dedos ni objeto alguno de apoyo, sino que monitorean el proceso empleando la memoria de trabajo. Por ejemplo, para resolver “5+3” ellos cuentan mentalmente “5, 6, 7,8” y después emplean el principio de cardinalidad, infiriendo que el resultado es “8”.

En resumen, la resolución del algoritmo simple de la suma implica adoptar inicialmente cualquiera de las siguientes conductas:

- Tomar el valor sumando mayor e ir añadiendo hacia arriba el número de veces que indica el sumando menor;  por ejemplo, 4+2 = 6, el niño cuenta 4,5, 6.
- Contar a partir de 1, comenzando con el primer sumando, así 1+5 es 6 porque el niño cuenta 1, 2, 3, 4, 5,6.
- Tomar el valor sumando menor e ir añadiendo hacia arriba el número de veces que indica el sumando mayor;  por ejemplo, 4+2 = 6, el niño cuenta 2, 3, 4, 5,6.

Por otro lado, con la estrategia del conteo con los dedos, los niños elevan un número de dedos que corresponden a los sumandos y después indican una respuesta sin el conteo  de sus dedos. Los dedos levantados aparecen incitar la recuperación de la respuesta.

Para Marmasse *et al.* (2004:4) el conteo es un importante ejercicio para los niños. Les ayuda a explorar la relación entre los números y les permite el desarrollo y modificación de estrategias de resolución de problemas. Así, como ya se dijo, resolver la suma “3+19” puede efectuarse partiendo el conteo de “19”  o de “3”. En este último caso la posibilidad de cometer errores es mayor.

El uso de procedimientos de conteo  también parece dar lugar al desarrollo de las representaciones de la memoria de los hechos básicos, que, alternadamente, apoyan el proceso de resolución de problemas. Con la recuperación directa, los niños retoman  un hecho aritmético de la  memoria a largo plazo. De esta manera, se desarrolla la estrategia de la descomposición que  implica la reconstrucción de la respuesta basada en la recuperación de una suma parcial.  Por ejemplo, la suma 6 + 7 puede  ser resuelta rescatando  (de la memoria) la respuesta a 6 + 6 (es decir, 12) y después agregando 1 a esta suma parcial. De igual forma es posible descomponer cantidades agrupándolas en conjuntos de cinco o diez. En dependencia del problema planteado.

Adam y Hitch (1997:27**)** citan el trabajo de Groen y Parkman (1972) para establecer un cuadro de niveles de dificultad del que reproducimos los primeros tres (con agregados nuestros en la primera columna de la izquierda):

*Cuadro 1.*
Clasificación de la Complejidad de la Operación Suma Según Groen Y Parkman.

| Complejidad / Nivel | Fácil Sumas con 1 y de 2+3, menores a 10 | Difícil Sumas sin uno menores a 10 | Con llevada Sumas sin uno mayores a 10 |
|---|---|---|---|
| Nivel 1<br><br>Un nivel más un nivel | 8+1 | 3+5 | 5+9 |
| Nivel 2<br><br>Dos niveles más un nivel | 21+7 | 22+6 | 23+9 |
| Nivel 3<br><br>Tres niveles más un nivel | 121+3 | 123+4 | 127+4 |

Fuente: Adam y Hitch (1997).

Los niveles de dificultad en la propuesta de Groen Y Parkman están asociados a las sumas de dos dígitos con llevada y sin llevada. Se diferencia en la suma sin llevada entre la suma teniendo como uno de los sumandos el número uno y la suma donde ninguno de los sumandos es uno. Asimismo, se diferencia entre la suma con y sin llevada con sumandos de un digito (entre cero y nueve), con dos dígitos (entre diez y noventa y nueve) y con tres dígitos (entre cien y novecientos noventa y nueve).

En el análisis de los procesos involucrados en la resolución de problemas, es la aritmética mental (análisis cronométrico) la técnica que mejor información ha generado. En esencia, esta técnica consiste en medir el tiempo requerido por un sujeto para dar respuesta a un problema. Se parte del supuesto de que este tiempo es una función de los procesos cognoscitivos involucrados para resolver el problema. El estudio de Groen y Parkman (1972) citado por Adam y Hitch (1997) ilustra este tipo de análisis. En su estudio, estos autores presentaron a niños de primer grado problemas de adición y les pidieron emitir la respuesta en el tiempo más breve posible.

Los resultados reportados por Adam y Hitch (1997) también indicaron que las estrategias de conteo que se desarrollan antes de la escolaridad juegan un papel importante en la determinación de los procedimientos utilizados en la escuela y los métodos que los niños emplean no son necesariamente los mismos que se les enseñan a través de la instrucción.

En este capítulo, inicialmente, se abordaron puntualmente las posiciones teóricas referidas a la noción de número, conteo y aritmética elemental de Jean Piaget y de Rochel Gelman y Charles Gallistel. Se ilustra el significado para Piaget del Principio de Conservación de la Cantidad y de los cinco principios que guían el conteo de Gelman y Gallistel. Es todavía objeto de discusión si estos principios son innatos o son inherentes al desarrollo ontogenético.

En la literatura revisada no se encuentran estudios que investiguen si la habilidad numérica (conteo, identificación simbólica de los numerales indo-arábigos e identificación de cantidades (mayor menor) se relaciona directamente con el desarrollo del principio de correspondencia uno a uno.

Es decir, los bebés pre verbales están en capacidad de hacer corresponder uno a uno hasta cuatro elementos. Los adultos, podemos hacer corresponder conjuntos uno a uno de mayor cantidad de elementos. En ese sentido, las preguntas se refieren a si ¿A mayor cantidad de elementos que podemos corresponder uno a uno tenemos una mayor habilidad numérica? ¿Esa mayor cantidad de elementos que podemos corresponder uno a uno está relacionada con alguno de los compartimientos de la memoria de trabajo?

En síntesis, apreciamos que no existe consenso sobre el papel que desempeñan los dos subsistemas subsidiarios de la memoria de trabajo en el cálculo, y algunas de las causas podrían ser las diferencias evolutivas y sobre todo el tipo de tarea. Es decir se encuentran resultados divergentes en la respuesta a la pregunta ¿Cuál es la relación entre la memoria de trabajo y el rendimiento en matemáticas?

En ese sentido, el objetivo de este trabajo consiste en tratar de contrastar la relación entre los subsistemas de la memoria de trabajo y el rendimiento en tareas de cálculo en niños de segundo, tercero y cuarto grados a fin de comprobar la hipótesis de la existencia de una relación entre estas variables.

Lo anterior ha llevado a diseñar una investigación que contempla un abanico suficientemente amplio de pruebas de los dos subsistemas, junto con distintas pruebas de rendimiento en cálculo aritmético elemental que contemplen todos los aspectos del Currículo Nacional Básico referidos a la habilidad numérica y al rendimiento en el cálculo aritmético elemental.

# CAPITULO III

## *4. Metodología.*

A continuación se describe la metodología empleada en este trabajo de investigación, de acuerdo al siguiente orden: participantes, centro escolar, instrumentos, diseño de investigación y procedimiento empleado.

La literatura señala que la forma de abordar las variables objeto de estudio pertenecen al paradigma cuantitativo siendo que los participantes de las investigaciones en edad escolar se escogen de los centros escolares públicos, privados y de educación especial, en algunos casos la selección se realiza con pre prueba y con grupos de control (diseño totalmente experimental) y sin grupo de control. Otros diseños se plantean sobre la base de los grupos conformados por el sistema, (cuasi experimentos) con o sin grupo de control.

En ninguno de los casos se puede hablar de muestras representativas. Más bien se conforman muestras no probabilísticas y los resultados no son generalizables y solo aportan evidencia a favor o en contra de la relación existente entre las variables objeto de estudio, en muchos casos objeto de verificaciones posteriores.

En ese sentido se diseñó un estudio a fin de estudiar estas variables empleando tres grados de un único centro escolar tomando en cuenta que la cantidad de pruebas aplicadas es grande, los tiempos de aplicación de cada prueba deben regularse de acuerdo al período de atención de los estudiantes y los tiempos para la aplicación de las mismas no deben sobrepasar los de un solo período académico a fin de no entorpecer el proceso de evaluación propio del centro escolar y evitar que la inestabilidad del sistema educativo en Honduras atrase tanto el proceso de aplicación de las pruebas, que los resultados resultaran demasiado sesgados.

Se trata, entonces, de un estudio cuantitativo correlacional sin manipulación deliberada de las variables, donde solo se observó y reportó la respuesta de los participantes a las pruebas en su ambiente escolar dentro del aula (las colectivas) y en el espacio asignado a la subdirección del centro (las individuales) para su análisis posterior.

### *4.1. Participantes.*

El trabajo de campo se realizó por mediación de una muestra no probabilística en el Experimental Bilingüe Guía Técnica Francisco Morazán (CEBFM) ubicado en la ciudad de San Pedro Sula. La elección de las secciones con las que se trabajó se llevó a cabo con ayuda de las autoridades del centro.

Los participantes fueron niños y niñas de segundo, tercero y cuarto grado del CEBFM de la jornada matutina.

Como unidad de medida de la edad de los participantes se utilizó el mes, siguiendo la mayoría de los estudios referidos en este trabajo, en particular los de Geary (2006a, b, c) y Alsina (2001,2003), a fin de disminuir el sesgo en esta variable.

Las edades de los participantes oscilaron entre 83 y 156 meses de edad (Ver Cuadro 2) por lo que, además de tener adquiridos nociones básicas de lecto-escritura, los participantes, en la concepción de Piaget y de la Psicología Cognitiva ya se han apropiado de la noción de número y tienen desarrolladas las habilidades básicas numéricas y en el cálculo aritmético elemental. (Alsina, 2001, 2003).

Del Cuadro 2 podemos apreciar que la edad de los participantes de segundo grado oscila entre 83.7 y 122.7 meses (en los niños entre 85.6 y 122.27 meses y en las niñas entre 83.7 y 122.7 meses). Mientras tanto, la edad de los participantes de tercer grado oscila entre 94.27 y 132.37 meses (en los niños entre 94.27 y 126.07

meses y en las niñas entre 96.27 y 132.37 meses). Finalmente, la edad de los participantes de cuarto grado oscila entre 106.37 y 155.57 meses (en los niños 109.07 y 155.57 meses y en las niñas entre 106.37 y 134.10 meses)

*Cuadro 2.*

Edad Medida en Meses.

Estudiantes de Segundo, Tercero y Cuarto Grados.

| | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| Edad de los Niños de Segundo Grado | 96.831 | 10.729 |
| Edad de las Niñas de Segundo Grado | 92.192 | 9.336 |
| Edad de los Participantes de Segundo Grado | 94.2388 | 10.091 |
| Edad de los Niños de Tercer Grado | 104.705 | 9.107 |
| Edad de las Niñas de Tercer Grado | 105.533 | 10.628 |
| Edad de los Participantes de Tercer Grado | 105.031 | 9.547 |
| Edad de los Niños de Cuarto Grado | 116.469 | 10.071 |
| Edad de las Niñas de Cuarto Grado | 116.765 | 6.5755 |
| Edad de los Participantes de Cuarto Grado. | 116.601 | 8.5757 |

Fuente: Elaboración propia con datos tomados de la matricula escolar del CEBFM.

Los datos anteriores nos permiten afirmar que existen diferencias estadísticamente significativas en la edad (medida en meses) de los estudiantes de segundo grado ($p= 0.00000653$) donde $\bar{X}=94.238$, $S=10.091$ y los de tercero $\bar{X}=105.031$, $S=9.547$. De igual forma, existe diferencia estadísticamente significativa ($p= 0.00000282$) entre los estudiantes de tercer grado y los de cuarto grado $\bar{X}=116.601$ y $S=8.575$.

La muestra con la que se trabajó consistió, después de limpiar la base de datos, en 34 estudiantes de segundo grado A (15 niños y 19 niñas), veinte y ocho estudiantes de tercero B (17 niños y 11 niñas) y treinta y ocho estudiantes de cuarto A (21 niños y 11 niñas).

## *4.2. El Centro Escolar.*

El Centro de Educación Básica Experimental Bilingüe Francisco Morazán Guía Técnica No 3 (CEBFM) fue considerado como centro de aplicación de las pruebas por ser el único con carácter experimental en el departamento de Cortes, lo que facilitó el acceso a los estudiantes dentro de sus aulas de clase. Las secciones con las que se trabajó fueron elegidas por el director del centro escolar.

Las Escuelas Guías Técnicas son centros experimentales que han servido de base para organizar capacitaciones, implementar nuevas propuestas curriculares y realizar extensión educativa. De esta manera, el CEBFM sirvió en los últimos años a la Secretaría de Educación para validar reformas metodológicas en español (lectura comprensiva) y matemáticas (método de resolución de problemas) mismos que posteriormente se implementaron en todo el país.

En abril del 2007 el Congreso Nacional transformó la Escuela Guía Técnica No. 3 “Francisco Morazán”, en CEB Experimental Bilingüe, para la incorporación de la enseñanza – aprendizaje del idioma inglés como segunda lengua, en este centro educativo.

El proceso de transformación inició con la socialización y discusión del acuerdo de creación de Escuela Guía Técnica No. 3 “Francisco Morazán” en CEB Experimental Bilingüe, entre el personal docente del centro escolar y los representantes de la Unidad Técnico Pedagógica del Departamento de Cortés (UTP) en febrero de 2008. El CEBFM cuenta actualmente con 3 secciones de primero a sexto grado y una sección de séptimo y octavo grado. En éste CEB funcionan cinco programas: Laboratorio de Computación, Laboratorio Físico-Químico (para estudiantes de 4-6 grado), Laboratorio de Inglés, Centro de Recursos de Aprendizaje (CRA) y Cocina Didáctica. Cada uno de ellos es coordinado por un docente especialista en el campo.

El CEB realiza extensión educativa a través del préstamo de servicios a otras instituciones el nivel primario.

En las pruebas de evaluación en matemáticas (2008) realizada por la Secretaria de Educación los estudiantes del CEBFM obtuvieron los siguientes resultados:

*Cuadro 3.*
Resultados en las Evaluación Anual en Matemáticas.
Primero Segundo tercer y Cuarto Grado.
CEBFM.

| Grado Escolar | Promedio |
|---|---|
| 1 | 79.7 |
| 2 | 48.2 |
| 3 | 46.0 |
| 4 | 36.5 |

Fuente: Elaboración propia con datos del Mapa elaborado por la Secretaria de Educación en 2008

El CEBFM ha organizado merienda escolar diaria para todos los estudiantes, con ayuda de los padres de familia y el subsidio que otorga el Gobierno de la República y dispone de un psicólogo para la evaluación de los estudiantes que ingresan a estudiar a este centro escolar. Los padres de familia aportan una cantidad mensual para el sostenimiento del programa de ingles que se genera desde EEUU vía Internet. Asimismo, el ausentismo de los estudiantes es bajo (de acuerdo a los registros de asistencia de los alumnos llevado por los docentes).

Por otro lado, se presupone que en el nivel socioeconómico de todos los estudiantes que asisten al centro básico CEBFM no existen diferencias que incidan en los resultados de las pruebas. Todos los estudiantes tienen los textos básicos, cuadernos de apoyo, libro de pruebas, llevan mochila con utensilios completos y visten uniforme adecuado. La matrícula se realiza evaluando cada estudiante por un psicólogo.

## *4.3. Instrumentos.*

Las variables de la investigación se estudiaron conforme los resultados de las 9 pruebas de medida divididas en colectivas e individuales que evalúan la habilidad numérica, el rendimiento en el cálculo aritmético elemental y la memoria de trabajo en sus tres compartimientos. (Ver Cuadro 4).

Las pruebas para evaluar la variable “memoria de trabajo“ se dividen en simples y compuestas, tal como se encuentra diseñada en la Batería de Tests de Memoria de Pickering, Bacqués y Gathercole empleados en la tesis doctoral de Alsina (2001: 121) bajo las líneas de investigación del departamento de Psicología Evolutiva dirigida por Dolores Saiz Roca de la Universidad Autónoma de Barcelona.

De las pruebas existentes para evaluar la memoria de trabajo se escogieron únicamente aquellas que se relacionan directamente con habilidades numéricas. No se escogieron otras pruebas porque ellas implican habilidad lectora y de acuerdo a la literatura revisada ello puede ser motivo de sesgo.

Así, la Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Directo pide que los participantes repitan series de números en orden de dificultad ascendente. En esta prueba el investigador lee las series de números una vez y el participante las escucha y posteriormente las reproduce en la hoja que se le entrega para ello. Esta prueba está relacionada a la capacidad del bucle fonológico.

En la Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inverso se requiere que los participantes repitan en orden inverso series de números en orden de dificultad ascendente. El investigador lee las series de números y el participante las reproduce en una hoja entregada especialmente para ello.

En la Prueba de Amplitud de Contar se pide a los participantes que cuenten series de puntos agrupados en recuadros en orden de dificultad ascendente, que le son mostrados por un tiempo a los participantes. Ambas pruebas requieren del conteo y de un agrupamiento especial de los resultados (tareas duales) para obtener la respuesta y están asociadas a la capacidad del ejecutivo central.

La Prueba de Matrices pide a los participantes que identifiquen los cuadros resaltados en series de cuadriculas (matrices) siempre en orden de dificultad ascendente. En esta prueba se les muestra a los participantes las matrices por un tiempo limitado y ellos debes recordar la imagen que se les presentó y reproducirla en la hoja que se les entregó.

*Cuadro 4.*
Variables de la Investigación.

| VARIABLES | DIMENSIONES | INSTRUMENTOS |
|---|---|---|
| Memoria de Trabajo | Bucle Fonológico<br>Agenda Viso espacial<br>Ejecutivo Central | PRSDD y APRSDD (I)<br>PM (C)<br>PRSDI, APRSDI, PAC y APAC (I) |
| Habilidad Numérica | Noción de Número<br><br>Principio de Correspondencia | Prueba de Habilidades Numéricas (C)<br>Principio de Correspondencia (I) |
| Rendimiento del Cálculo Aritmético Elemental. | Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental. | Prueba de Rendimiento en Cálculo (C)<br>Prueba de Sumas (I) |

Fuente: Elaboración propia. Donde PRSDD es la Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Directo, APSDD es la Amplitud de esta prueba; PM es a Prueba de Matrices, PRSDI es la Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inverso, PAC es la Prueba Amplitud de Contar y APAC es la Amplitud de esta prueba.

En resumen, las pruebas de memoria de trabajo empleadas en este trabajo (Ver Cuadro 4) incluyen la Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Directo (PRSDD) y la Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inverso (PRSDI), la Prueba Amplitud de Contar (PAC) (individuales) y la Prueba de Matrices, (PM) (colectiva, contra reloj).

En relación a la administración de las pruebas colectivas, se repartieron en el siguiente orden en cada curso: primer lugar las pruebas de habilidad numérica (A y B), posteriormente las pruebas de rendimiento en cálculo aritmético elemental (Ay B) y finalmente las pruebas de matrices. Se ocupó otro día para aplicar las pruebas de control.

Las pruebas individuales se aplicaron en el siguiente orden: pruebas de recuerdo serial de dígitos directo, prueba serial de dígitos inverso, amplitud de contar, prueba de tiempos de reacción en sumas y prueba de correspondencia comparación de cantidades.

Las pruebas colectivas se aplicaron en el transcurso de las primeras clases de la mañana, mientras que las pruebas individuales se aplicaron entre las 8 y las 1 PM con el receso de 9:30 a 10:00 para el recreo.

Para segundo grado el tiempo promedio de aplicación de las pruebas individuales fue de media hora por alumno, en tercer grado de 20 minutos y en cuarto grado fue de 18 minutos.

Para la aplicación de las pruebas individuales se ubicó a los participantes de un lado del escritorio y los reactivos se le presentaban desde el otro lado del mismo, donde se sentaba el investigador. No se iniciaba la aplicación de cada prueba sino hasta que el participante entendiera la tarea que se le pedía que resolviera. Los estudiantes de segundo grado mostraron mucha dificultad para entender la Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inverso y requerían de hasta cuatro-cinco ejemplos promedio antes de empezar a aplicar la prueba.

En las pruebas individuales el investigador apuntaba el nombre en cada prueba, excepto en la prueba de tiempos de respuestas de sumas. El nombre en esta prueba sirvió para cotejarlo con el que ellos escribieron en las pruebas colectivas.

Las pruebas están disponibles en la red (como anexo de la tesis doctoral de Alsina) y son de fácil aplicación. No obstante, debe tomarse en cuenta que el tiempo de atención de los niños es limitado. Por ello, el diseño de las pruebas, tanto colectivas como individuales, se planteó de tal forma que se dispuso de tiempos de aplicación, que no sobrepasen los cuarenta minutos en los que se dividen las clases.

En vista de lo anterior, las 5 pruebas colectivas se diseñaron para que se resolvieran en un tiempo total no mayor al que corresponde a una clase. En la aplicación de estas pruebas participaron tres docentes: el titular de la clase, el tesista y un docente asignado por la Unidad Técnico Pedagógica de la Dirección Departamental de Cortes. Los participantes en los tres cursos estaban distribuidos aleatoriamente en filas entre niños y niñas, de acuerdo al criterio de las maestras. Las pruebas se aplicaron acatando la distribución del aula establecida por las maestras de grado.

Sin embargo, el tiempo de explicación de la dinámica de respuestas es muy superior en segundo que en tercero y cuarto grados. A lo anterior, hay que agregar que las preguntas referidas al seguimiento de instrucciones sobre los datos personales (nombre, apellidos, edad, fecha de nacimiento) son más en segundo grado que en tercero y cuarto grado.

Las pruebas colectivas fueron aplicadas contra reloj y por etapas, para evitar que los participantes que encontraran dificultades en un ejercicio siguieran con el mismo indefinidamente.

Las pruebas individuales se realizaron en el local destinado a la sub dirección de la escuela, por cuanto la subdirectora del CEBFM tiene jornada vespertina y las pruebas se aplicaron a grupos de la mañana. La aplicación de las pruebas individuales fue realizada en su totalidad por el tesista a lo largo de los meses de febrero y marzo de 2009.

Las tareas de las pruebas de numeración pretenden medir dos aspectos: la adquisición del concepto de número y el conocimiento de la serie numérica de los números naturales empleando el sistema de numeración indo – arábigo.

Alsina (2001:117) apunta como ejemplos de pruebas simples las pruebas de la Batería de Test de Memoria de Treball de Pickering, Baques y Gethercole (1999) que se pueden utilizar para medir el desarrollo del bucle fonológico:

- Recuerdo Serial de Dígitos o “Digit Span”,
- Recuerdo serial de palabras o “Word Span” y
- Repetición de Pseudopalabras o “Nonword Repetition”.

Para medir la capacidad de la agenda viso espacial se pueden utilizar las pruebas simples:

- Matrices visuales de Swanson en Alsina (2001:117) que consiste en recordar secuencias visuales de puntos dentro de una matriz
- Test de matrices de Batería de Test de Memoria de Treball de Pickering, Baques y Gethercole

Alsina (2001: 119) agrupa dentro de las pruebas para medir la capacidad del ejecutivo central de la Batería de Test de Memoria de Pickering, Baques y Gethercole (1999) las siguientes:

- Recuerdo Serial de Dígitos Inverso,
- Amplitud de escuchar y
- Amplitud de Contar.

Las tareas de las pruebas simples (Ver Cuadro 5) de la memoria de trabajo (Alsina, 2001:115) sirven para medir la capacidad del bucle fonológico de mantener la información verbal o acústica durante uno o dos segundos, y la capacidad del procesador de control articulatorio, parecido al habla interior. Estas pruebas se utilizan también para medir la habilidad de la agenda viso espacial para mantener imágenes espaciales durante un cierto periodo de tiempo, que acostumbra ser muy breve. (Baqués, 1996 en Alsina, 2001:115).

Ejemplo de Item (Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Directo):
Se le lee al o la participante la serie ocho, siete, cinco, nueve, tres. Se espera que el o la participante escriba: 8, 7, 5, 9, 3.

*Cuadro 5.*
Tarea de Conteo Directo
(Recuerdo Serial de Dígitos Directo).

| Prueba Para Medir la Capacidad del Bucle Fonológico: |
|---|
| Descripción : Prueba Individual |
| Se presentan secuencias orales de dígitos que deben ser recordados inmediatamente en el mismo orden en que han sido presentados. |
| La prueba sigue hasta que el sujeto falla en dos series consecutivas de la misma amplitud. |
| Punteo: |
| Se registran dos tipos de punteo: |
| Número de series correctamente repetidas (0-32) |
| Amplitud de la prueba (2-9) |
| Tiempo de administración |
| Máximo 5 minutos. |

Fuente: elaboración propia con datos de Alsina (2001).

Las tareas duales se utilizaron para medir distintas funciones del ejecutivo central de la memoria de trabajo siguiendo el planteamiento de situaciones duales de Baddeley y Hitch (1974). Son pruebas compuestas que recogen a la vez almacenamiento y procesamiento, y en general implican mayor complejidad cognitiva que las tareas simples. (Alsina 2001:118).

La Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inverso (Cuadro 6) es un test que mide la habilidad del ejecutivo central, debido a los requerimientos de mantener una lista de dígitos mediante recuerdo serial invertido mentalmente. Lo anterior indica que se realiza simultáneamente almacenamiento (debe recordar) y procesamiento (debe invertir la serie), es decir representa una tarea dual.

*Cuadro 6.*
Tarea de Conteo Inverso.
(Recuento Serial de Dígitos Inverso).

| Prueba Para Medir la Capacidad del Ejecutivo Central: |
|---|
| Descripción: Prueba Individual |
| Presentación serial de dígitos que deben ser recordadas inmediatamente y escritos en orden inverso al presentado. |
| 4 secuencias de dígitos para cada nivel. |
| En esta prueba se realiza a la vez almacenamiento y procesamiento (Piquering Baques y Gathercole, 1999) |
| Por eso es una prueba de habilidad del ejecutivo central. |
| La prueba se suspende cuando el sujeto falla dos series consecutivas de la misma amplitud. |
| Punteo: |
| La puntuación oscila entre |
| Número de series correctas 0-36 puntos y |
| Amplitud de la prueba (2-9) |
| Tiempo de administración. |
| Máximo: 5 minutos. |

Fuente: elaboración propia con datos de Alsina (2001).

Ejemplo de Item (Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inverso):
Se le lee una vez al o la participante la serie de números dos, cinco, ocho. Se espera que se responda 8, 5, 2.

En la Prueba Amplitud de Contar (Diseñada por Case, Kurland y Goldberg, según Alsina (2007:323)) se utilizaron tarjetas con puntos que deben ser contados y retener los resultados (Ver Cuadro 7). Los estímulos se presentan en orden de dificultad creciente. En total se pueden aplicar cuatro series de tarjetas de cada amplitud entre 2 y 6.

*Cuadro 7.*
Amplitud de Contar.

| Prueba Para Medir la Capacidad del Ejecutivo Central. |
|---|
| Descripción: Prueba colectiva |
| Se presentan tarjetas con puntos negros que deben ser contados y retener los resultados del recuento. |
| Se utiliza cuadernillo de estímulos donde se presentan por orden de dificultad creciente tarjetas con puntos negros. Se presentan cuatro series de tarjetas por cada amplitud. |
| El sujeto cuenta los puntos de cada tarjeta y a continuación repite la cantidad de puntos de cada tarjeta. |
| La prueba concluye cuando el sujeto es incapaz de recordar en orden serial los números de una misma amplitud. |
| Punteo: |
| Número de series correctas (0-20) |
| Amplitud de la prueba (2-6) |
| Tiempo de administración. |
| Máximo: 5 minutos |

Fuente: elaboración propia con datos de Alsina (2001).

La prueba inicia presentando una serie de dos tarjetas. El participante cuenta los puntos de cada tarjeta y a continuación debe repetir, mediante recuerdo serial, la cantidad de cada una. Posteriormente se le presentan series de tres tarjetas, por lo que el participante debe recordar series de tres números y así sucesivamente hasta que es incapaz de recordar en orden serial los números de una misma amplitud. Se obtienen dos tipos de puntuación; series correctamente realizadas oscila entre 0-20 y amplitud entre 2-6.

Por cuanto en algunos casos hubo necesidad de aplicar más de una prueba para medir una variable, los resultados de todas las pruebas se normalizaron y su suma funcionó como indicador de la variable.

Las tareas de la Prueba de Habilidad Numérica pretenden medir dos aspectos: la adquisición del concepto de número y el conocimiento de la serie numérica de los números naturales empleando el sistema de numeración indo – arábigo. En ese sentido la Prueba de Habilidad Numérica (Parte A) se diseñó en dos partes: la primera consistió dictado de números y una segunda que consistió en una correlación de los símbolos numéricos con su respectiva palabra. También la Prueba de Habilidad Numérica (Parte B) se diseñó en dos partes: la primera requiere que el participante escriba los números inmediato anterior y posterior al número dado y la segunda completar series de números.

Los resultados de ambas pruebas se normalizaron y su suma sirvió como indicador de la variable.

La Prueba de Habilidad Numérica (Cuadro 8) se aplicó contra reloj y sus contenidos corresponden por su nivel de dificultad a segundo grado (Según CNB (Secretaria de Educación (2003)) y los Estándares Educativos para Honduras (Secretaria de Educación (2005), ver Cuadro 10).

*Cuadro 8.*
Prueba de Habilidad Numérica.

| |
|---|
| Parte A |
| Descripción: Prueba Colectiva |
| Dictado de 10 números (relación grafismo-número) |
| Relacionar mediante flechas el nombre de 10 números con su símbolo) |
| Comparar 20 pares de cantidades mediante los símbolos <,>,=. |
| Punteo: |
| 0 a 40 puntos |
| Tiempo estimado de administración |
| 3 minutos |
| Parte B |
| Descripción: Prueba Colectiva |
| Una primera sección con 30 números de una a tres cifras que consiste en escribir el número anterior y posterior al dado. |
| Una segunda sección con 4 series de diez números (tres ascendentes y una descendente). |
| Punteo: |
| Un punto por cada item de la primera sección |
| 10 puntos por cada serie de números. |
| 0 a 60 puntos |
| Tiempo de administración |
| 3 minutos |

Fuente: elaboración propia con datos de Alsina (2001).

Igualmente, para evaluar la variable rendimiento en cálculo aritmético elemental (Ver Cuadro 9) se diseñó una prueba que se dividió en dos partes cuyo contenido se centró en la habilidad para sumar, teniendo como grado de dificultad el señalado por la Secretaria de Educación (2003,2005) para segundo grado y los estándares educativos para Honduras (Secretaria de Educación (2005), Ver Cuadro No. 10). Los resultados de ambas pruebas se normalizaron y su suma sirvió como indicador de la variable.

*Cuadro 9.*
Prueba de Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental.

| Parte A. |
|---|
| Descripción: Prueba Colectiva |
| Se presentan 40 operaciones de cálculo aritmético elemental. |
| 40 sumas. |
| 20 verticales de dos dígitos cada uno de los dos sumandos. |
| 20 horizontales (10 de dos sumandos y 10 de tres sumandos) |
| Punteo: |
| Un punto por cada acierto. |
| Oscila entre 0 y 20. |
| Tiempo de administración. |
| 4 minutos |
| Parte B. |
| Descripción: Prueba Colectiva |
| Se presentan 20 operaciones de suma tipo A+? = C, en y 20 operaciones de suma de tipo A+B = ?, todas de forma horizontal. |
| Tiempo estimado de aplicación. |
| 4 minutos |
| Punteo: |
| Un punto por cada acierto y 0 por cada error. |
| La puntuación oscila entre 0 y 40. |
| Tiempo estimado de aplicación. |
| 4 minutos |

Fuente: elaboración propia con datos de Alsina (2001).

Las pruebas para evaluar la variable habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental se diseñaron en dos partes debido a que, como se explicó más arriba, los y las estudiantes de primaria tienen una curva de concentración limitada y requieren variabilidad en las tareas que se les asignan para mantener el interés. El peligro que se corre al entregárseles una prueba muy larga es que solo trabajen en la primera etapa y luego se cansen y se distraigan. Por ello, se dejó un espacio entre la aplicación de una prueba y la siguiente.

*Cuadro 10.*
Estándares del CNB de Numeración y Adición de Segundo Grado.

| TEMA | ESTÁNDARES |
|---|---|
| Numeración | Cuentan números cardinales del 0 al 99<br>Leen y escriben números cardinales hasta el 99.<br>Construyen números hasta 999 aplicando el concepto de posición de unidades.<br>Cuentan de dos en dos, de cinco en cinco y de diez en diez hasta 99. |
| Adición | Calculan la adición de dos números cardinales donde el total sea menor que 20.<br>Calculan adiciones cuyo total es menor que 100. |

Fuente: elaboración propia con datos de Secretaria de Educación (2005)

Las tareas para el rendimiento en cálculo aritmético elemental se centraron en la habilidad para resolver sumas y este aspecto del estudio se profundizó con las pruebas diseñadas conforme los grados de dificultad de Groen y Parkman (Prueba de Tiempos de Reacción en Resolución de Sumas), es decir:

1. La suma de la unidad a un número de tal suerte que el total sea menor a 10 (aunque en este nivel se agrega la suma 2+3).
2. La suma de dos números diferente a la anterior pero que no impliquen “llevada”.
3. La suma de dos números “con llevada”.

Las pruebas para evaluar las variables habilidad numérica y rendimiento en cálculo aritmético elemental se diseñaron empleando únicamente ítems que exigen la ejecución de operaciones aritméticas, sin contenido verbal, bajo lineamientos generales aplicados en la batería de test de la tesis doctoral de Alsina (2001). Para simplificar las pruebas solamente se diseñaron tareas de producción (7+4= ¿?) y no se emplearon tareas de verificación (3+4=7 (¿?)).

Estas pruebas se correlacionaron con la prueba estandarizada para segundo grado del mes de febrero – marzo. (Ver Cuadro 11).

*Cuadro 11.*
Prueba de Control.

| |
|---|
| Se aplica la prueba estandarizada para segundo grado del mes de febrero-marzo. |
| Descripción: Prueba Colectiva |
| 13 items de selección única |
| 1 item de completar una lista de números. |
| Punteo |
| 3 puntos cada uno de los items de selección única. |
| 4 puntos el item de completación |
| La puntuación oscila entre (0-42) |
| Tiempo de aplicación |
| 5 minutos |

Fuente: elaboración propia con de la Secretaria de Educación.

La Prueba de Tiempos de Reacción en Sumas (Cuadro 12) se diseño para aplicarse en tres etapas que corresponden a los tres grados de dificultad señalados por Groen y Parkman (1972) citados por Adam y Hitch (1997).

Debe establecerse que algunos estudiantes (13 de segundo grado, 10 de tercer grado) se detuvieron en una de las operaciones de suma con nivel dos de dificultad (suma sin llevada) sin poder avanzar. Ello es una señal de que es posible estos estudiantes no tuvieran totalmente apropiado el algoritmo de la suma. Este hecho, puede interferir en los resultados por cuanto el tiempo de reacción en resolución de sumas aumenta si el participante no está en condiciones de resolver un ítem en ningún tiempo por no dominar el algoritmo.

En esta prueba se mide el número de sumas que puede resolver el participante por unidad de tiempo (en este caso se empleo el segundo).

*Cuadro 12.*
Pruebas de Tiempos de Reacción en Sumas con Tres Grados de Dificultad.

| Prueba de Tiempos de Reacción |
|---|
| Descripción: Prueba Individual |
| Se presentan tres series de 10 sumas cada una. Se le asignan dos minutos máximo a cada una de las series. La segunda serie tiene un nivel de dificultad mayor a la primera y se le presenta al participante hasta que concluyó su tarea con la primera serie. La tercera serie tiene un nivel de dificultad mayor a la segunda y se le presenta al participante hasta que concluyó su tarea con la segunda serie. |
| Punteo: |
| Dado un tiempo estipulado cuántas sumas se resuelven bien. |
| Se suman todas las respuestas correctas de la serie y se divide entre el tiempo de resolución. |
| Tiempo estimado de aplicación. |
| Seis minutos. |

Fuente: elaboración propia.

La Prueba de Matrices (Cuadro 13) se presentó por orden de dificultad creciente de las series de matrices (de 2x2 hasta 4x4) formadas por cuadrados blancos y negros. Los participantes deben observar los reactivos que se les muestran por un tiempo de 2 segundos para posteriormente reproducirlos en la hoja de trabajo que se les entregó.

*Cuadro 13.*
Prueba de Matrices.

| Prueba para Medir la Capacidad de la Agenda Viso espacial |
|---|
| Descripción: Prueba Colectiva |
| Presentación por orden de dificultad creciente de matrices formado por cuadrados negros y cuadrados blancos. |
| Ver los dibujos y reproducirlos en otro en blanco. 2x2, 2x3, 3x3,3x4, 4x4 |
| 2 segundos de exposición. |
| Punteo: |
| Número de ensayos correctamente realizados |
| Oscila entre 0-16 |
| Tiempo estimado de aplicación: |
| 3 minutos. |

Fuente: elaboración propia con datos de Alsina (2001).

La prueba de comparación de cantidades de puntos (Cuadro 14) (para evaluar la variable de “principio de correspondencia uno a uno“) se elaboró con conjuntos de puntos distribuidos aleatoriamente no en hilera dentro de dos rectángulos de 11x11 centímetros de igual densidad ampliando conjuntos de pruebas de puntos que se han aplicado a bebés pre-verbales por Wynn (1998).

Macizo y Herrera (2005:4) señalan que durante la realización de la tarea de tiempos de respuesta en comparación de cantidades se ha observado de manera sistemática lo siguiente:

- Las respuestas se hacen más lentas cuanto menor es la distancia entre los dos números que se comparan (efecto de la distancia,).
- Para una “distancia dada”, la ejecución es peor cuanto mayores son los números comparados en la tarea (verbigracia, ‘6 y 9’ frente a ‘2 y 5’).

La diferencia entre la cantidad de puntos ("distancia dada") dentro de los rectángulos de cada reactivo siempre fue igual a la unidad. Cada reactivo se presentaba aproximadamente a una distancia de medio metro de los ojos del participante.

*Cuadro 14.*
Prueba de Comparación de Cantidades.

| Prueba para medir el principio de correspondencia uno a uno. |
|---|
| Descripción: Prueba Individual |
| Se le presentan a cada participante series de dos cuadros con diferentes conjuntos de puntos. El o la participante debe identificar en cuál de los dos cuadros que se le presentan hay más puntos. |
| La forma de presentación de los conjuntos es en desorden (no en hilera) trabajando tanto con números pequeños (menores a 10) como con números grandes. |
| La prueba termina cuando fallan dos series seguidas. |
| Punteo |
| Un punto por cada serie correcta. |
| La puntuación oscila entre (0-22) |
| Tiempo estimado de aplicación. |
| Máximo 5 minutos. |

Fuente: elaboración propia con datos de Alsina (2001).

En esta prueba no se les pidió que definieran la cantidad de puntos que se encontraban en cada recuadro, a fin de no inducir la estrategia a utilizar. Si se les plantea esta pregunta a los niños y niñas, la estrategia inmediata observada es la de conteo con los dedos. En cambio, si la pregunta es ¿Dónde hay más puntos? las estrategias oscilan entre el conteo verbal, con los dedos y mental por un lado y la percepción por otro. En el conteo se observan las estrategias de conteo por bloques y conteo por unidad.

El tiempo asignado a cada prueba colectiva se definió en función del grado de dificultad de la misma y de la cantidad de ítems por resolver y tomando en cuenta la duración de cada clase. Así, a la prueba de numeración partes A y B se le asignaron un estimado de 3 minutos a cada una. Las pruebas para evaluar rendimiento en cálculo son un poco más complejas y se les asignó un total de cuatro minutos a cada parte A y B. Finalmente, la prueba de matrices se llevó a cabo en un estimado de tres minutos.

Las pruebas se puntuaron de manera tradicional, asignando un punto por cada respuesta válida y cero por cada error. En Alsina (2001) la puntuación implicaba quitar un punto por cada error.

### *4.4 Diseño de Investigación.*

Se empleó un diseño que estudia las relaciones entre las variables tanto dentro de cada grado (entre los participantes con Nota Alta y Nota Baja de cada grado) como entre los participantes de los tres grados que formaron parte del estudio.

El diseño es ex post facto para contrastar la relación entre los subsistemas subsidiarios de la memoria de trabajo (bucle fonológico, agenda viso-espacial y ejecutivo central) con la habilidad numérica y el rendimiento en cálculo aritmético elemental entre los grados segundo, tercero y cuarto grados y dentro de cada grado entre los de Nota Alta (mejor) y Nota Baja (peor) rendimiento en las pruebas de aritmética.

El diseño utilizado fue inter grupo ex post facto dado que no se manipularon directamente las variables sino que se generaron a partir de las características de los grados e intra grupo porque se compararon los resultados entre los diferentes grados.

Se controlaron otras variables que podían haber incidido en los resultados tales como el género, edad, la no inclusión en la muestra de los alumnos con necesidades educativas especiales, repetidores de curso o bien los que estuvieron ausentes durante las sesiones experimentales, así como diversas condiciones relativas al espacio y tiempo de administración de las prueba.

Empero, es necesario señalar que aunque se pretendieron aislar todos los fenómenos que pudieran contaminar los resultados, ello no fue posible, la aplicación de las pruebas individuales se realizó antes y después de recreo y ese es un factor susceptible de afectar los resultados.

En esta investigación, siguiendo a Alsina (2001) se trabajó con una muestra no probabilística con los grupos escolares ya conformados, siendo de interés la igualdad de condiciones en cuanto a conocimiento y a desarrollo mental en función de su edad. Así, se llevó a cabo una investigación cuantitativa correlacional no probabilística con grupos conformados en espacios escolares del Centro de Educación Básica Experimental Bilingüe Guía Técnica Francisco Morazán (CEBFM) de la ciudad de San Pedro Sula, con estudiantes de segundo, tercer y cuarto grado de escolaridad, sin pre prueba de selección, ni grupo de control.

## *4. 5. Procedimiento.*

A continuación se presentan los procedimientos empleados para el control de datos (validez y confiabilidad de las pruebas empleadas) y los procedimientos en el análisis de los datos obtenidos producto de la aplicación de las pruebas a los y las estudiantes de segundo, tercero y cuarto grados.

### *4.5.1. Procedimiento Para Control de los Datos.*

La validación de las pruebas de habilidades numéricas y rendimiento en cálculo aritmético elemental se establece en función de los contenidos curriculares de matemáticas de segundo grado.

Para definir el contenido de las pruebas, la forma y tiempo de aplicación se consultó a los docentes del CEBFM. Los docentes del CEBFM se eligen de un concurso específico organizado por la Secretaria de Educación. El carácter experimental del CEBFM les confiere a estos docentes un colateral del 30% sobre el salario base, superior al del resto de los docentes del nivel primario. Dentro de los requisitos del concurso específico se encuentra el titulo de licenciatura en un área educativa y dominar el idioma inglés. De igual forma, se someten a entrevista oral donde se les pregunta su disponibilidad para asistir a cursos de capacitación para implementar nuevos modelos educativos y de servir de efecto multiplicador frente al resto de los colegas docentes.

Se aplicó una prueba estandarizada de matemáticas diseñada por la Secretaría de Educación de Honduras y se correlacionó significativamente con las pruebas referidas (Ver Cuadro 14). Mientras tanto, la validez y confiabilidad de las pruebas que miden la capacidad de los compartimientos de la memoria de trabajo está determinada por su antecedente aplicado a estudiantes de segundo grado de escolaridad en una escuela pública de Madrid, España en Alsina (2001).

#### 4.5.1.1. Validez

Las pruebas diseñadas para medir la habilidad numérica y el rendimiento en cálculo aritmético elemental se correlacionaron con el resultado presentado como respuesta a las pruebas estandarizadas para segundo grado del mes febrero-marzo (que sirvieron de prueba de control) obteniendo un índice de correlación estadísticamente significativo (Ver Cuadro 15). Para Alsina (2001 y 2007) r> 0.46 es estadísticamente significativo en la comparación de pruebas con un estándar para efectos de su validación.

*Cuadro 15.*
Coeficientes de Correlación de la Habilidad Numérica y Rendimiento En Cálculo Aritmético Elemental con la Prueba Estandarizada.

| | Habilidad Numérica (Segundo Grado) | Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental (Segundo Grado) | Habilidad Numérica (Tercer Grado) | Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental (Tercer Grado) | Habilidad Numérica (Cuarto Grado) | Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental (Cuarto Grado) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Prueba de Control | 0.633 | 0.693 | 0.671 | 0.698 | 0.662 | 0.600 |

Fuente: elaboración propia a partir de los resultados de las pruebas.

Asimismo, se empleó la prueba no paramétrica de Kolmogorov - Smirnov (KS) para medir la normalidad de los resultados de las pruebas y poderlas sumar y definir de esa manera los indicadores. Así, se trabajó con medidas normalizadas para todas las variables. Con ayuda del programa SPSS se realizaron los cálculos de los coeficientes KS y sus valores "p" respectivos, indicativos de que los resultados aprueban la normalidad (p>0.01) con un margen del 99%.

### *4.5.1.2. Confiabilidad*

La confiabilidad (estabilidad) de la pruebas de habilidad numérica (A y B) y cálculo aritmético elemental (A, B) se estimó de acuerdo al Coeficiente Alfa de Cronbach calculado sobre la base de la varianza de ítems. (Ver Cuadro 16). Se asume que un Coeficiente de Cronbach superior a 0.65 es significante de que la prueba es suficientemente consistente internamente. El cálculo de los Coeficientes de Cronbach se realizó en Excel, a partir de los datos de la desviaciones estándar obtenidos en SPSS.

*Cuadro 16.*
Coeficientes de Cronbach.

| Prueba | Coeficiente de Cronbach |
|---|---|
| Habilidad Numérica (parte A) | 0.751 |
| Habilidad Numérica (parte B) | 0.711 |
| Rendimiento en cálculo aritmético elemental (parte 1) | 0.700 |
| Rendimiento en cálculo aritmético elemental (parte 2) | 0.716 |

Fuente: elaboración propia con base en los resultados de las pruebas.

### *4.5.2. Procedimiento Para Análisis de los Datos.*

Una vez aplicadas todas las pruebas a todos los grados se levantó una base de datos en Excell, misma que se exportó a SPSS. Se procedió, entonces, a describir estadísticamente cada una de las variables por separado (por mediación de los indicadores estadísticos pertinentes media y desviación estándar), siendo las variables fundamentales del estudio la habilidad numérica, el rendimiento en el cálculo aritmético elemental y la capacidad de la memoria de trabajo para almacenar información por mediación de los compartimentos agenda viso espacial, bucle fonológico y ejecutivo central.

La memoria de trabajo se subdividió en los tres compartimientos referidos; la habilidad numérica se evaluó con una prueba dividida de dos partes, de igual forma se evaluó el rendimiento en cálculo aritmético elemental. Las pruebas de tiempos de reacción en el cálculo de sumas se dividieron en tres etapas (de acuerdo a los niveles de dificultad reportados por Groen Y Parkman).

Se procedió, entonces, a normalizar los resultados de las pruebas a fin de poder trabajar con ellas, y se unificaron en una sola variable las dos partes de la prueba de habilidad numérica, las dos partes de la prueba que midió el rendimiento en el cálculo aritmético elemental, las dos pruebas que midieron la capacidad del ejecutivo central de la memoria de trabajo y las dos partes en que con que se midió la capacidad del bucle fonológico.

Una vez establecido lo anterior se procedió a definir, con ayuda del programa estadístico SPSS, los Coeficientes de Correlación de Pearson entre las diferentes variables por cada grado (edad, habilidad numérica, rendimiento en el cálculo aritmético elemental y los compartimientos de la memoria de trabajo).

Los resultados se trasladaron a Excell donde utilizando el icono de condicionalidad se resaltaron los Coeficientes de Pearson entre el intervalo (0.45, 1).

Se construyó el cuadro de puntaciones directas separando los resultados de las niñas y de los niños. A continuación se aplicó la prueba t- Student Fisher para medias entre niños y niñas en cada una de las variables del estudio.

Se empleó el procedimiento *Ranks* de SPSS para dividir los resultados de las pruebas de habilidad numérica y rendimiento en cálculo aritmético elemental en tres niveles Nota “Alta, Nota Media” y Nota Baja, y finalmente se compararon los niveles Nota Alta y Nota Baja con respecto a los tres compartimientos de la memoria de trabajo.

# CAPITULO IV.

## *5. Resultados.*

Este estudio se centra en la incidencia de la memoria de trabajo y tres de sus compartimientos (ejecutivo central, bucle fonológico y agenda viso espacial) en la comparación de cantidades, la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental.

El análisis de los resultados aporta evidencia a favor de la existencia de algunos aspectos a tomar en cuenta en el diseño del currículo de matemáticas de primeros años de escolaridad, aunque se requieren de estudios posteriores para confirmar las suposiciones esbozadas. Así, este trabajo se concentra en la relación que existe entre la memoria de trabajo y la aritmética elemental y se deja para que investigaciones posteriores profundicen en cómo debería cambiar el currículo de la escuela una vez conocida esta relación.

La exposición de resultados se presenta describiendo estadísticamente cada una de las variables involucradas en el estudio: edad, habilidad numérica, rendimiento en el cálculo aritmético elemental, y la capacidad de los tres compartimientos de la memoria de trabajo a ser bucle fonológico, agenda viso espacial y ejecutivo central.

Inicialmente se describen los resultados de las pruebas colectivas (Prueba de Habilidad Numérica A y B, Prueba de Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental A y B y Prueba de Matrices) y posteriormente los resultados de las pruebas individuales (Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Directo, Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inverso, Prueba de Amplitud de Contar, Prueba de Tiempos de Reacción en Sumas y Prueba de Comparación de Cantidades). En todos los casos se compararon los resultados de las pruebas obtenidos por las niñas y los obtenidos los niños a fin de mostrar que el género no es una variable que influya en el análisis de los resultados de este estudio.

Los resultados de las pruebas de habilidad numérica y rendimiento en cálculo aritmético elemental de cada grado se dividieron entre Nota Alta y Nota Baja y se analizaron las diferentes relaciones entre las variables en estudio.

Finalmente, se aplicaron pruebas de comparación de medias entre las diferentes variables de estudio con el objetivo de establecer la existencia de posibles relaciones entre las mismas.

### *5.1 Resultados de las Pruebas Colectivas.*

Las pruebas colectivas son pruebas diseñadas para ser aplicadas en grupo en cada uno de los tres grados objeto de estudio y miden las variables habilidad numérica, rendimiento en cálculo aritmético elemental y la capacidad de la agenda viso espacial de la memoria de trabajo.

### *5.1.1. Pruebas de Habilidad Numérica.*

En el Cuadro 17 se aprecia que en la prueba de habilidades numéricas A los estudiantes de segundo grado obtuvieron una media de $\bar{X}$= 31.264 puntos, con una desviación estándar S = 5.899 mientras en la prueba de numeración B la media fue de $\bar{X}$= 23.52 puntos con una desviación estándar de S = 16.047.

No existe diferencia estadísticamente significativa (p= 0.773) entre los niños (N=15) con $\bar{X}$=31.600 y S=5.448 y las niñas (N=19) $\bar{X}$=31.000 y S=6.368 en la prueba de numeración A. Tampoco existe diferencia estadísticamente significativa (p=0.767) en la prueba de numeración B entre los niños que tienen $\bar{X}$=24.466, S=14.352 y las niñas $\bar{X}$=22.529 y S=17.624.

*Cuadro 17.*
Resultados de la Prueba de Habilidad Numérica A y B.
Segundo Grado.

| PRUEBAS | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| PARTE A, NIÑOS | 31.600 | 5.448 |
| PARTE A, NIÑAS | 31.000 | 6.368 |
| PARTE A, SEGUNDO GRADO. | 31.264 | 5.899 |
| PARTE B, NIÑOS | 24.4667 | 14.352 |
| PARTE B, NIÑAS | 22.789 | 17.624 |
| PARTE B, SEGUNDO GRADO | 23.529 | 16.047 |
| | | |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

Mientras tanto, en el Cuadro 18 se aprecia que los estudiantes de tercer curso obtienen una media de $\bar{x}$=30.250 puntos (inferior a la obtenida por los estudiantes de segundo grado) con una desviación estándar S = 9.422 en la prueba de numeración A y una media de $\bar{x}$= 25.357 con una desviación estándar de S=17.092 en la prueba de numeración B (igualmente inferior a la obtenida por los estudiantes de segundo grado).

De igual forma, no existe diferencia estadísticamente significativa (p=0.145) entre los niños (N=17) con $\bar{x}$=32.352 y S=8.184 y las niñas (N=11) $\bar{x}$=27.000 y S=10.648 en la prueba de numeración A. Mientras en la prueba de numeración B no existe diferencia estadísticamente significativa (p= 0.073) entre los niños que tienen $\bar{x}$=30.000, S=9.422 y las niñas $\bar{x}$=18.181 y S=13.227.

*Cuadro 18.*
Resultados de la Prueba de Habilidad Numérica A y B.
Tercer Grado.

| PRUEBAS | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| PARTE A, NIÑOS. | 32.352 | 8.184 |
| PARTE A, NIÑAS | 27.000 | 10.648 |
| PARTE A , TERCER GRADO | 30.250 | 9.4226 |
| PARTE B, NIÑOS | 30.000 | 18.038 |
| PARTE B, NIÑAS | 18.181 | 13.227 |
| PARTE B, TERCER GRADO. | 25.357 | 17.092 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas**.**

En el Cuadro 19 se observa que los estudiantes de cuarto grado obtuvieron una media para la prueba de numeración A de $\bar{X}$=40 puntos con una desviación estándar de S= 6.061, mientras en la prueba de numeración B obtuvieron una media de $\bar{X}$=37.868 con una desviación estándar de S= 13.517.

Tampoco se encontró diferencia estadísticamente significativa (p= 0.17) entre Los varones (N=21) con $\bar{X}$=37.619 y S=3.232 y las niñas (N=17) $\bar{X}$=35.117 y S=8.260 en la prueba de numeración A. Mientras en la prueba de numeración B no existe diferencia estadísticamente significativa (p= 0.91) los niños tienen $\bar{X}$=37.904, S=12.189 y las niñas $\bar{X}$=37.823 y S=15.387.

*Cuadro 19.*
Resultados de la Prueba de Habilidad Numérica A y B.
Cuarto Grado.

| PRUEBAS | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| PARTE A, NIÑOS | 37.619 | 3.232 |
| PARTE A, NIÑAS. | 35.117 | 8.260 |
| PARTE A, CUARTO GRADO | 36.500 | 6.061 |
| PARTE B, NIÑOS | 37.904 | 12.189 |
| PARTE B, NIÑAS | 37.823 | 15.387 |
| PARTE B, CUARTO GRADO. | 37.868 | 13.517 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

### *5.1.2. Pruebas de Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental.*

Los resultados de las pruebas de rendimiento en cálculo aritmético elemental A y B se observan en los Cuadros 20, 21 y 22. En segundo grado los estudiantes obtuvieron una media de $\bar{X}$=10.441 puntos con una desviación estándar de S= 5.467 en la prueba de cálculo aritmético elemental A. En la prueba de rendimiento en cálculo aritmético elemental B la media fue $\bar{X}$=6.294 con S=5.802.

No existe diferencia estadísticamente significativa (p= 0.142) entre los varones con $\bar{X}$=12.000 y S=6.633 y las niñas $\bar{X}$=9.210 y S=4.117 en la prueba de rendimiento en cálculo aritmético elemental A. Mientras en la prueba de rendimiento en cálculo aritmético elemental B no existe diferencia estadísticamente significativa (p= 0.130) los niños tienen $\bar{X}$=8.000, S=7.151 y las niñas $\bar{X}$=4.947 y S=4.196.

*Cuadro 20.*
Prueba de Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental A y B.
Segundo Grado.

| PRUEBAS | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| PARTE A, NIÑOS | 12.00 | 6.633 |
| PARTE A, NIÑAS | 9.210 | 4.117 |
| PARTE A, SEGUNDO GRADO | 10.441 | 5.467 |
| PARTE B, NIÑOS | 8.000 | 7.151 |
| PARTE B, NIÑAS | 4.947 | 4.196 |
| PARTE A, SEGUNDO GRADO | 6.294 | 5.802 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

No existe diferencia estadísticamente significativa (p= 0.062) entre los niños con $\bar{X}$=15.117 y S=7.912 y las niñas $\bar{X}$=9.545 y S=6.439 en la prueba de rendimiento en cálculo aritmético elemental A. Mientras en la prueba de rendimiento en cálculo aritmético elemental B tampoco se encontró diferencia estadísticamente significativa (p= 0.07) los niños tienen $\bar{X}$=10.705, S=9.352 y las niñas $\bar{X}$=4.636 y S=6.313.

*Cuadro 21.*
Prueba de Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental A y B.
Tercer Grado.

| PRUEBAS | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| PARTE A, NIÑOS | 15.117 | 7.912 |
| PARTE A, NIÑAS | 9.545 | 6.439 |
| PARTE A, TERCER GRADO | 12.928 | 7.755 |
| PARTE B, NIÑOS | 10.705 | 9.352 |
| PARTE B, NIÑAS | 4.636 | 6.313 |
| PARTE B, TERCER GRADO. | 8.321 | 8.701 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

Finalmente, los estudiantes de cuarto grado alcanzaron una media de $\bar{x}$=26.894 puntos, S=10.386 en la prueba de cálculo aritmético elemental A y de $\bar{x}$=21.289 puntos S=10.386 en la prueba de cálculo aritmético elemental B. (Ver Cuadro 21).

No existe diferencia estadísticamente significativa (p= 0.219) en la prueba de rendimiento en cálculo aritmético elemental A entre los niños con $\bar{x}$=25.047 y S=8.581 y las niñas con $\bar{x}$=29.176 y S=8.413. Mientras en la prueba de rendimiento en cálculo aritmético elemental B existe no existe diferencia estadísticamente significativa (p= 0.449) los niños tienen $\bar{x}$=19.761, S=9.049 y las niñas $\bar{x}$=23.289 y S=11.843.

*Cuadro 22*
Prueba de Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental A y B.
Cuarto Grado.

| PRUEBAS | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| PARTE A, NIÑOS | 25.047 | 8.581 |
| PARTE A, NIÑAS | 29.176 | 8.413 |
| PARTE A, CUARTO GRADO | 26.894 | 8.645 |
| PARTE B, NIÑOS | 19.761 | 9.049 |
| PARTE B, NIÑAS | 23.176 | 11.843 |
| PARTE B, CUARTO GRADO | 21.289 | 10.386 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas**.**

### *5.1.3. Prueba de Matrices (Agenda Viso Espacial).*

En la prueba de matrices (que corresponde a la prueba para evaluar la capacidad de de la agenda viso espacial) los resultados muestran (Cuadro 23) que los estudiantes de segundo grado tienen una media de $\bar{x}$=4.970 puntos, S=3.528, los estudiantes de tercer grado $\bar{x}$=5.321 puntos, S=3.645 y los de cuarto grado $\bar{x}$=5.815, S=3.645.

No existe diferencia estadísticamente significativa en segundo grado (p= 0.314) entre los niños con $\bar{X}$=5.666 y S=3.792 y las niñas $\bar{X}$=4.421 y S=3.305. De igual forma, en tercer grado no existe diferencia estadísticamente significativa entre los niños con $\bar{X}$=5.411, S=4.032 y las niñas $\bar{X}$=5.181, S=4.142 (p= 0.885). Finalmente, en cuarto grado tampoco se encuentra diferencia estadísticamente significativa entre los niños con $\bar{X}$=5.047, S=3.598 y las niñas $\bar{X}$=6.764, S=3.579 (p= 0.243).

*Cuadro 23.*
Prueba de Matrices.
Segundo, Tercero y Cuarto Grados.

| PRUEBAS | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| PRUEBA DE MATRICES, NIÑOS SEGUNDO GRADO | 5.6667 | 3.792 |
| PRUEBA DE MATRICES,NIÑAS SEGUNDO GRADO | 4.4211 | 3.305 |
| PRUEBA DE MATRICES, SEGUNDO GRADO | 4.9706 | 3.528 |
| PRUEBA DE MATRICES, NIÑOS TERCER GRADO | 5.4118 | 4.032 |
| PRUEBA DE MATRICES, NIÑAS TERCER GRADO | 5.1818 | 4.142 |
| PRUEBA DE MATRICES, TERCER GRADO. | 5.3214 | 4.000 |
| PRUEBA DE MATRICES, NIÑOS CUARTO GRADO | 5.0476 | 3.598 |
| PRUEBA DE MATRICES, NIÑAS CUARTO GRADO | 6.7647 | 3.579 |
| PRUEBA DE MATRICES, CUARTO GRADO. | 5.8158 | 3.645 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

Es interesante señalar que no se encontró evidencia de diferencia estadísticamente significativa (p= 0.728) entre los niños de segundo y tercer grado en la Prueba de Matrices, ni entre los de tercero y cuarto grados. (p= 0.72).

## *5.2. Resultados de las Pruebas Individuales.*

Las Pruebas Individuales son pruebas diseñadas para ser aplicadas a cada estudiante por separado en cada uno de los tres grados objeto de estudio y miden las variables bucle fonológico, ejecutivo central, correspondencia uno a uno y tiempos de reacción en resolución de sumas.

### *5.2.1. Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Directo y Amplitud de la Prueba (Bucle Fonológico).*

Los resultados de la prueba serial de dígitos directo y amplitud de la prueba para segundo grado se muestran en la Cuadro 24. Se constata que los estudiantes obtuvieron una media de $\bar{X}$=12.235, S=3.376 en la prueba serial de dígitos directo; mientras en la amplitud de la prueba obtienen una media $\bar{X}$= 4.500 con una S= 0.861.

No existe diferencia estadísticamente significativa (p=0.580) en la prueba serial de dígitos directo entre los niños con $\bar{X}$=11.866 y S=2.263 y las niñas con $\bar{X}$=12.526 y S=4.087 de segundo grado. En la amplitud de esta prueba tampoco existe diferencia estadísticamente significativa (p=0.845) los niños tienen $\bar{X}$=4.533, S=0.516 y las niñas $\bar{X}$=4.473 y S=1.073.

Del Cuadro No. 25 obtenemos que la media de esta prueba de los estudiantes de tercer grado es $\bar{X}$=13.107 con una S=2.586. Para la amplitud de la prueba tenemos $\bar{X}$=4.714, S=0.809.

*Cuadro 24.*
Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Directo y Amplitud de la Prueba.
Segundo Grado.

| PRUEBAS | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| Recuerdo Serial de Dígitos Directo, NIÑOS | 11.866 | 2.263 |
| Recuerdo Serial de Dígitos Directo, NIÑAS | 12.526 | 4.087 |
| Recuerdo Serial de Dígitos Directo, SEGUNDO GRADO | 12.235 | 3.376 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, NIÑOS | 4.533 | 0.516 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, NIÑAS | 4.473 | 1.073 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, SEGUNDO GRADO | 4.500 | 0.861 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas,

No existe diferencia estadísticamente significativa (p=0.291) en la prueba serial de dígitos directo entre los niños con $\bar{x}$=13.529 y S=2.321 y las niñas con $\bar{x}$=12.454 y S=2.944. En la amplitud de esta prueba tampoco existe diferencia estadísticamente significativa (p=0.385) entre los niños que tienen $\bar{x}$=4.823, S=0.808 y las niñas $\bar{x}$=4.545 y S=0.820.

En el Cuadro 26 tenemos que en la Prueba Serial de Dígitos Directo para cuarto grado $\bar{x}$=13.526, S=2.310 y la amplitud de la prueba es $\bar{x}$=4.894, S=0.689.

No existe diferencia estadísticamente significativa (p=0.085) en la prueba serial de dígitos directo entre los niños con $\bar{x}$=14.142 y S=2.329 y las niñas con $\bar{x}$=12.764 y S=2.107. En la amplitud de esta prueba tampoco se encontró diferencia estadísticamente significativa (p=0.193) los niños que tienen $\bar{x}$=5.047, S=0.669 y las niñas $\bar{x}$=4.705 y S=0.685.

*Cuadro 25*
Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Directo y Amplitud de la Prueba.
Tercer Grado.

| PRUEBAS | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| Recuerdo Serial de Dígitos Directo, NIÑOS | 13.529 | 2.321 |
| Recuerdo Serial de Dígitos Directo, NIÑAS | 12.454 | 2.944 |
| Recuerdo Serial de Dígitos Directo, TERCER GRADO | 13.107 | 2.586 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, NIÑOS | 4.823 | 0.808 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, NIÑAS | 4.545 | 0.820 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, TERCER GRADO | 4.714 | 0.809 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas,

*Cuadro 26.*
Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Directo y Amplitud de la Prueba.
Cuarto Grado.

| PRUEBAS | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| Recuerdo Serial de Dígitos Directo, NIÑOS | 14.142 | 2.329 |
| Recuerdo Serial de Dígitos Directo, NIÑAS | 12.764 | 2.107 |
| Recuerdo Serial de Dígitos Directo, CUARTO GRADO | 13.526 | 2.310 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, NIÑOS | 5.047 | 0.669 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, NIÑAS | 4.705 | 0.685 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, CUARTO GRADO | 4.894 | 0.689 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

No se encontró evidencia de diferencia estadísticamente significativa (p= 0.414) entre los estudiantes de segundo y tercer grado en la Prueba Serial de Dígitos Directo. Tampoco se encontró diferencia estadísticamente significativa (p=0.504) en los resultados de esta prueba entre los estudiantes de tercero y cuarto grados. De igual forma en la Amplitud de la Prueba Serial de Dígitos Directo no se encuentra diferencia estadísticamente significativa entre los estudiantes de segundo y tercer grado ($p=0.537$) ni entre los de tercero y cuarto grados ($p= 0.387$).

### *5.2.2. Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inverso y Amplitud de la Prueba (Ejecutivo Central).*

En el Cuadro 27 se puede apreciar que los estudiantes de segundo grado obtuvieron, en la Prueba Serial de Dígitos Inverso una media $\bar{X}=4.000$ y $S=2.015$. La amplitud para esta prueba tiene una media de $\bar{X}=2.264$, $S=0.898$.

No existe diferencia estadísticamente significativa ($p=0.311$) en la Prueba Serial de Dígitos Inverso entre los niños con $\bar{X}=3.6000$ y $S=1.84391$ y las niñas con $\bar{X}=4.315$ y $S=2.135$. En la amplitud de esta prueba tampoco se encontró diferencia estadísticamente significativa ($p=0.129$) los niños tienen $\bar{X}=2.000$, $S=.925$ y las niñas $\bar{X}=2.473$ y $S=.841$.

En el Cuadro 28 se observa que los estudiantes de tercer grado tienen una media de $\bar{X}=4.714$, $S=2.370$ y la amplitud de la prueba fue $\bar{X}=2.571$, $S=0.920$.

No existe diferencia estadísticamente significativa ($p=0.205$) en la PSDI entre los niños con $\bar{X}=5.176$ y $S=2.877$ y las niñas con $\bar{X}=4.000$ y $S=1.000$. En la amplitud de esta prueba tampoco se encontró diferencia estadísticamente significativa ($p=0.171$) los niños tienen $\bar{X}=2.764$, $S=0.467$ y las niñas $\bar{X}=2.272$ y $S=0.920$.

*Cuadro 27.*
Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inversa y Amplitud de la Prueba.
Segundo Grado.

| PRUEBAS | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inversa, NIÑOS | 3.600 | 1.843 |
| Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inversa, NIÑAS | 4.315 | 2.135 |
| Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inversa, SEGUNDO GRADO | 4.000 | 2.015 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, NIÑOS | 2.000 | 0.925 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, NIÑAS | 2.473 | 0.841 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, SEGUNDO GRADO | 2.264 | 0.898 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

*Cuadro 28.*
Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inversa y Amplitud de la Prueba.
Tercer Grado.

| PRUEBAS | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inversa, NIÑOS | 5.176 | 2.877 |
| Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inversa, NIÑAS | 4.000 | 1.000 |
| Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inversa, TERCER GRADO | 4.714 | 2.370 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, NIÑOS | 2.764 | 1.091 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, NIÑAS | 2.272 | 0.467 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, TERCER GRADO | 2.571 | 0.920 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

Los estudiantes de cuarto grado obtuvieron una media $\bar{x}$=6.105 y S=1.782 en la PSDI y para la amplitud de la prueba $\bar{x}$= 2.947 y S=0.566. (Ver Cuadro 29)

No existe diferencia estadísticamente significativa (p=0.980) en la Prueba Serial de Dígitos Inversa (Cuadro 29) entre los niños con $\bar{x}$=6.047 y S=1.802 y las niñas con $\bar{x}$=6.176 y S=1.810. En la amplitud de esta prueba tampoco se encontró diferencia estadísticamente significativa (p=0.439) los niños tienen $\bar{x}$=2.857, S=0.573 y las niñas $\bar{x}$=3.058 y S=0.566.

*Cuadro 29*
Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inversa y Amplitud de la Prueba.
Cuarto Grado.

| PRUEBAS | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inversa, NIÑOS | 6.047 | 1.802 |
| Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inversa, NIÑAS | 6.176 | 1.810 |
| Prueba de Recuerdo Serial de Dígitos Inversa, CUARTO GRADO | 6.105 | 1.782 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, NIÑOS | 2.857 | .573 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, NIÑAS | 3.058 | .555 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, CUARTO GRADO | 2.947 | .566 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas**.**

No se encontró diferencia estadísticamente significativa (p=0.248) en los resultados de la Prueba Serial de Dígitos Inversa de los estudiantes de segundo y tercer grado. No obstante, si se encuentra diferencia significativa (p=0.014) a un 95% en los resultados presentados por los alumnos de tercero y cuarto grados. No obstante, no se encontró evidencia de que exista diferencia estadísticamente significativa de los resultados en la amplitud de la PSDI (p=0.251) entre los niños de segundo y tercer grado ni entre los niños de tercero y cuarto grados (p=0.08).

### *5.2.3. Prueba Amplitud de Contar y Amplitud de la Prueba (Ejecutivo Central).*

La media y desviación estándar de la Prueba de Amplitud de Contar (PAC) para segundo grado se muestra en el Cuadro 30, $\bar{X}$=5.823 y S=3.468. La amplitud de la prueba tiene $\bar{X}$=2.823 y S=1.086.

No existe diferencia estadísticamente significativa (p=0.722) en la PAC entre los niños con $\bar{X}$=6.066 y S=3.011 y las niñas con $\bar{X}$=5.631 y S=3.861. En la amplitud de esta prueba tampoco se encontró diferencia estadísticamente significativa (p=0.189); los niños tienen $\bar{X}$=3.066, S=0.798 y las niñas $\bar{X}$=2.823 y S=1.086.

*Cuadro 30.*
Prueba Amplitud de Contar y la Amplitud de la Prueba.
Segundo Grado.

| PRUEBAS | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| Amplitud de Contar, NIÑOS | 6.066 | 3.011 |
| Amplitud de Contar, NIÑAS | 5.631 | 3.861 |
| Amplitud de Contar, SEGUNDO GRADO | 5.823 | 3.468 |
| AMPLITUD LA PRUEBA, NIÑOS | 3.066 | 0.798 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, NIÑAS | 2.631 | 1.256 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, SEGUNDO GRADO | 2.823 | 1.086 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

Del Cuadro 31 se tiene que, para tercer grado, $\bar{X}$=7.464 y S=3.469 (PAC3) la amplitud de la prueba tiene $\bar{X}$=3.428 y S=1.103.

No existe diferencia estadísticamente significativa (p=0.991) en la PAC entre los niños con $\bar{X}$=7.470 y S=4.229 y las niñas con $\bar{X}$=7.454 y S=3.469. En la amplitud de esta prueba tampoco se encontró diferencia estadísticamente significativa (p=0.433) los niños tienen $\bar{x}$=3.636, S=.504 y las niñas $\bar{x}$=3.428 y S=1.103.

*Cuadro 31*
Prueba Amplitud de Contar y la Amplitud de la Prueba.
Tercer Grado.

| PRUEBAS | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| Amplitud de Contar, NIÑOS | 7.470 | 4.229 |
| Amplitud de Contar, NIÑAS | 7.454 | 1.967 |
| Amplitud de Contar, TERCER GRADO | 7.464 | 3.469 |
| AMPLITUD LA PRUEBA, NIÑOS | 3.294 | 1.358 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, NIÑAS | 3.636 | .5045 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, TERCER GRADO | 3.428 | 1.103 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

Para cuarto grado, el Cuadro 32 muestra una media y desviación estándar (PAC4) $\bar{x}$=8.868, S=3.814. Mientras tanto, la amplitud de la prueba tiene media y desviación estándar $\bar{x}$=3.947 y S=1.229.

No existe diferencia estadísticamente significativa (p=0.578) en la PAC entre los niños con $\bar{x}$=8.523 y S=4.081 y las niñas con $\bar{x}$=9.294 y S=3.531. En la amplitud de esta prueba tampoco se encontró diferencia estadísticamente significativa (p=0.382) los niños tienen $\bar{x}$=3.761, S=1.261 y las niñas $\bar{x}$=4.176 y S=1.185.

*Cuadro 32*
Prueba Amplitud de Contar y la Amplitud de la Prueba.
Cuarto Grado.

| PRUEBAS | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| Amplitud de Contar, NIÑOS | 8.523 | 4.081 |
| Amplitud de Contar, NIÑAS | 9.294 | 3.531 |
| Amplitud de Contar, CUARTO GRADO | 8.868 | 3.814 |
| AMPLITUD LA PRUEBA, NIÑOS | 3.761 | 1.261 |
| AMPLITUD DE LA PRUEBA, NIÑAS | 4.176 | 1.185 |
| AMPLITUD DE LA PREUBA, CUARTO GRADO | 3.947 | 1.229 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

La media y la desviación estándar para segundo grado en la Prueba de Correspondencia Uno a Uno es $\bar{X}$=17.882 y S=5.612. Para tercer grado $\bar{X}$=19.642 y S=3.974, mientras para cuarto grado $\bar{X}$=21.342 y S=0.993.

No se aporta evidencia a favor de la existencia de una diferencia estadísticamente significativa entre los estudiantes de segundo y tercer grado (p=0.085) ni entre los estudiantes de tercero y cuarto grado (p=0.152) en la prueba de Amplitud de Contar. De igual forma, en la amplitud de esta prueba no se encuentra evidencia de diferencia estadísticamente significativa entre los estudiantes de segundo y tercer grado (p=0.057) ni entre los estudiantes de tercero y cuarto grados (p=0.120).

### *5.2.4. Prueba de Comparación de Cantidades (Correspondencia Uno a Uno).*

No existe diferencia estadísticamente significativa (p=0.184) entre el grupo evaluado de niños $\bar{X}$=19.333 y S=4.336 y el de niñas $\bar{X}$=16.736 y S=6.323, de segundo grado. Asimismo, no hay diferencia estadísticamente significativa (p= 0.442) entre los niños $\bar{X}$=20.117, S=4.013 y las niñas $\bar{X}$=18.909, S=3.986 de tercer grado. Finalmente, no existe diferencia estadísticamente significativa (p= 0.086) entre los niños $\bar{X}$=21.571, S=0.597 y las niñas $\bar{X}$=21.058, S=1.297 de cuarto grado. (Ver Cuadro 33).

*Cuadro 33.*
Prueba de Comparación de Cantidades (Correspondencia Uno a Uno).
Segundo, Tercero y Cuarto Grados.

| PRUEBAS | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| NIÑOS, SEGUNDO GRADO | 19.3333 | 4.336 |
| NIÑAS, SEGUNDO GRADO | 16.7368 | 6.323 |
| SEGUNDO GRADO | 17.8824 | 5.612 |
| NIÑOS, TERCER GRADO; | 20.117 | 4.013 |
| NIÑAS DE TERCER GRADO | 18.909 | 3.986 |
| TERCER GRADO | 19.642 | 3.974 |
| NIÑOS, CUARTO GRADO | 21.571 | 0.597 |
| NIÑAS, CUARTO GRADO | 21.058 | 1.297 |
| CUARTO GRADO | 21.342 | 0.993 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

En la prueba de comparación de cantidades, entre segundo y tercer grado no hay diferencias estadísticamente significativas (p=0.280). De igual forma, no existe diferencia estadísticamente significativa entre tercero y cuarto grados (p=0.105) en la prueba de comparación de cantidades.

*Cuadro 34.*
Correlaciones entre la Correspondencia Uno a Uno Vs. la Habilidad Numérica y el Rendimiento en el Cálculo Aritmético Elemental.

| Correlaciones | Correspondencia Uno a Uno Segundo Grado | Correspondencia Uno a Uno Tercer Grado | Correspondencia Uno a Uno Cuarto Grado |
|---|---|---|---|
| Habilidad Numérica | 0.199 | 0.144 | 0.106 |
| Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental | 0.095 | 0.252 | 0.112 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

Se puede apreciar que la prueba de comparación de cantidades (correspondencia uno a uno) no correlaciona significativamente con la habilidad numérica ni con el rendimiento en el cálculo aritmético elemental en ninguno de los grados estudiados. (Ver Cuadro 34).

Los participantes de segundo y tercer grado tienen una correlación mayor entre la prueba de comparación de cantidades (correspondencia uno a uno) y la habilidad numérica cuando obtienen nota “Baja” en esta última. En cuarto grado esa relación desaparece. (Ver Cuadro 35).

*Cuadro 35.*
Correlaciones entre la Correspondencia Uno a Uno Vs. La Habilidad Numérica con Nota Alta y Nota Baja.

| | Segundo Grado | Tercer Grado | Cuarto Grado |
|---|---|---|---|
| | Correspondencia 1 a 1 | Correspondencia 1 a 1 | Correspondencia 1 a 1 |
| Habilidad Numérica (Nota Baja) | 0.592 | 0.738 | 0.002 |
| | | | |
| Habilidad Numérica (Nota Alta) | -0.431 | 0.165 | 0.165 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

Es notorio que tanto en segundo, como en tercero y cuarto grados los participantes que tienen nota baja en la prueba de rendimiento en cálculo aritmético elemental tienen una correlación mayor (aunque no significativa) entre esta variable y la prueba de comparación de cantidades (correspondencia uno a uno). (Ver Cuadro 36).

*Cuadro 36*
Correlaciones entre la Correspondencia Uno a Uno Vs el Rendimiento en el Cálculo Aritmético Elemental con Nota Alta y Nota Baja.

| | Segundo Grado | Tercer Grado | Cuarto Grado |
|---|---|---|---|
| Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental (Nota Baja) | 0.328 | 0.250 | 0.341 |
| Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental (Nota Alta) | 0.173 | 0.173 | 0.281 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

En el Cuadro 37 se aprecia que la prueba de comparación de cantidades (correspondencia uno a uno) no correlaciona significativamente con ninguno de los compartimientos de la memoria de trabajo ni con la memoria de trabajo misma.

*Cuadro 37.*
Correlaciones entre la Correspondencia Uno a Uno Vs Compartimientos de la Memoria de Trabajo.

| Correlaciones Entre la Prueba de Comparaciones (Correspondencia Uno a Uno) y los Compartimientos de la Memoria de Trabajo en Segundo, Tercero y Cuarto Grado. | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Agenda Viso espacial | Bucle Fonológico | Ejecutivo Central | Memoria de Trabajo |
| SEGUNDO GRADO. | 0.065 | -0.079 | 0.092 | 0.044 |
| TERCER GRADO. | -0.018 | -0.279 | 0.006 | -0.113 |
| CUARTO GRADO. | 0.120 | 0.246 | 0.306 | 0.355 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

Del Cuadro 38 se evidencia que la prueba de comparación de cantidades (prueba de correspondencia uno a uno) no correlaciona significativamente con la habilidad para resolver sumas en ninguno de los grados de dificultad reportados por Groen y Parkman. (Adam y Hitch, 1997).

*Cuadro 38.*
Correlaciones Entre Correspondencia Uno a Uno Vs. Tiempos de Respuesta.

| Correlaciones Entre la Prueba de Comparaciones (Correspondencia Uno a Uno) y los Tiempos de Respuesta en Resolución de Sumas en Segundo, Tercero y Cuarto Grado. | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Tiempo Total de Respuesta | Tiempo de Respuesta, Nivel de Dificultad Tres | Tiempo de Respuesta, Nivel de Dificultad Dos. | Tiempo de Respuesta, Nivel de Dificultad Dos |
| SEGUNDO GRADO. | -0.077 | -0.026 | -0.028 | 0.108 |
| TERCER GRADO. | 0.445 | 0.344 | 0.414 | 0.176 |
| CUARTO GRADO. | 0.136 | 0.186 | 0.208 | 0.098 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

### *5.2.5. Prueba de Tiempos de Reacción en Resolución de Sumas.*

Los participantes de segundo grado pueden resolver $\bar{X}$=0.134 sumas de primer nivel de dificultad por segundo, con S= 0.087, $\bar{X}$=0.026 sumas por segundo en el segundo nivel de dificultad con S=0.026, y $\bar{X}$=0.013 sumas por segundo en el tercer nivel de dificultad, con S=0.016. (Ver Cuadro 39).

*Cuadro 39.*
Tiempos de Reacción En Resolución De Sumas en Segundo Grado.

| | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| NIVEL 1 DE DIFICULTAD | 0.134 | 0.087 |
| NIVEL 2 DE DIFICULTAD | 0.026 | 0.026 |
| NIVEL 3 DE DIFICULTAD | 0.013 | 0.016 |
| TIEMPO TOTAL DE REACCIÓN | 0.027 | 0.031 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

Los participantes de tercer grado pueden resolver $\bar{X}$=0.228 sumas de primer nivel de dificultad por segundo, con S= 0.103, $\bar{X}$=0.055 sumas por segundo en el segundo nivel de dificultad con S=0.045, y $\bar{X}$=0.031 sumas por segundo en el tercer nivel de dificultad, con S=0.024. (Ver Cuadro 40).

Los participantes de cuarto grado pueden resolver $\bar{X}$=0.318 sumas de primer nivel de dificultad por segundo, con S= 0.086, $\bar{X}$=0.101 sumas por segundo en el segundo nivel de dificultad con S=0.040, y $\bar{X}$=0.053 sumas por segundo en el tercer nivel de dificultad, con S=0.024. (Ver Cuadro 41).

*Cuadro 40.*
Tiempos de Reacción en Resolución de de Sumas en Tercer Grado.

| PRUEBAS | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| NIVEL 1 DE DIFICULTAD. | 0.228 | 0.103 |
| NIVEL 2 DE DIFICULTAD | 0.055 | 0.045 |
| NIVEL 3 DE DIFICULTAD | 0.031 | 0.024 |
| TIEMPO TOTAL DE REACCIÓN | 0.056 | 0.047 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

*Cuadro 41.*
Tiempos de Reacción en Resolución de Sumas en Cuarto Grado.

| PRUEBAS | Media | Desviación Estándar |
|---|---|---|
| NIVEL 1 DE DIFICULTAD | 0.318 | 0.086 |
| NIVEL 2 DE DIFICULTAD | 0.101 | 0.040 |
| NIVEL 3 DE DIFICULTAD | 0.053 | 0.024 |
| TIEMPO TOTAL DE REACCIÓN | 0.102 | 0.024 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

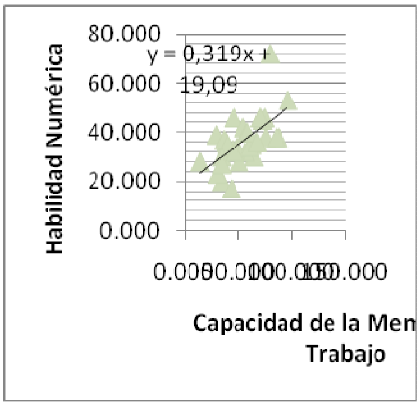
## *5.3. Resultados Por Objetivos Específicos.*

### *5.3.1. Relación entre la Habilidad Numérica y el Rendimiento en el Cálculo Aritmético Elemental (resolución de sumas) y la Capacidad de la Memoria de Trabajo en Niños de Segundo, Tercero y Cuarto Grados.*

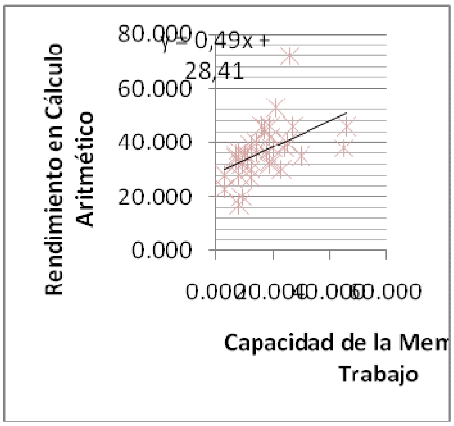
En la Figura 2 se puede apreciar la relación entre la capacidad de la memoria de trabajo y la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental de cada uno de los y las estudiantes de segundo tercer y cuarto grado del Centro de Educación Básico Experimental Bilingüe Guía Técnica No. 3.

*Figura 2.*
Relaciones entre la Habilidad Numérica y el Rendimiento en el Cálculo Aritmético Elemental.

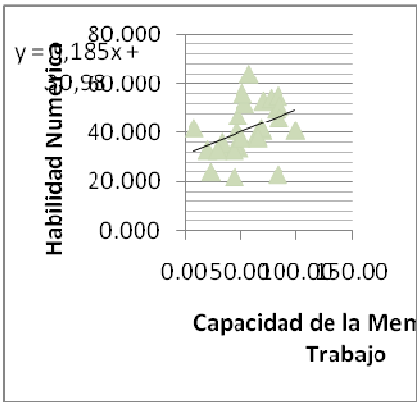
Pimer Grado



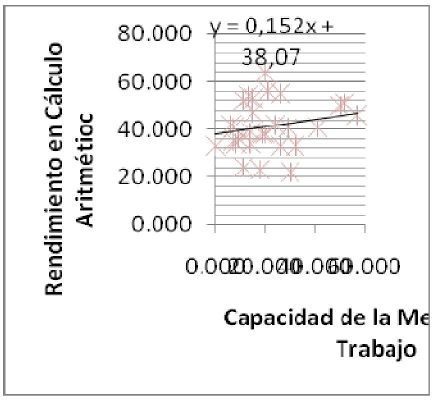

Primer Grado

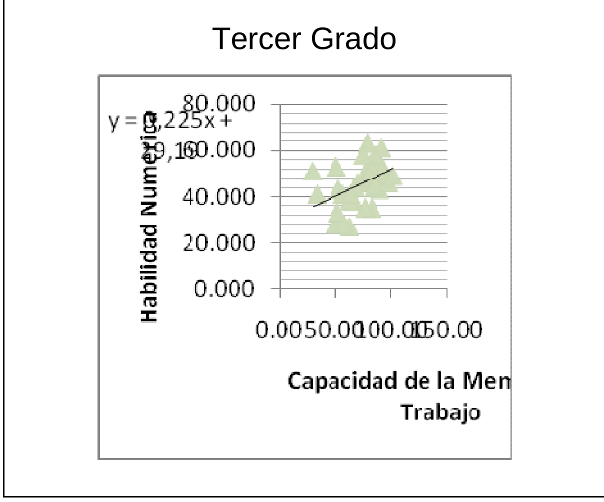


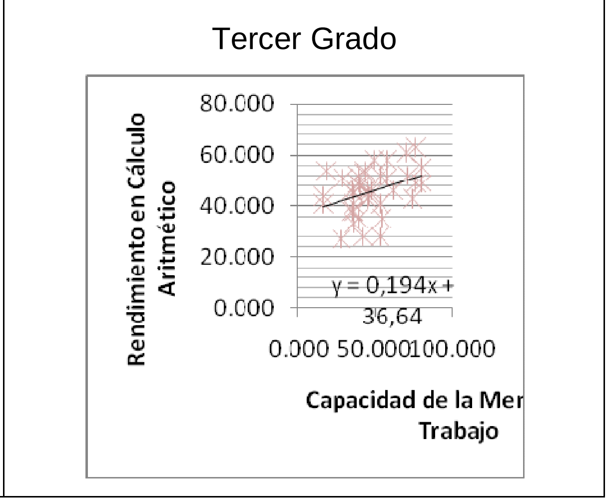

Segundo Grado




Segundo Grado



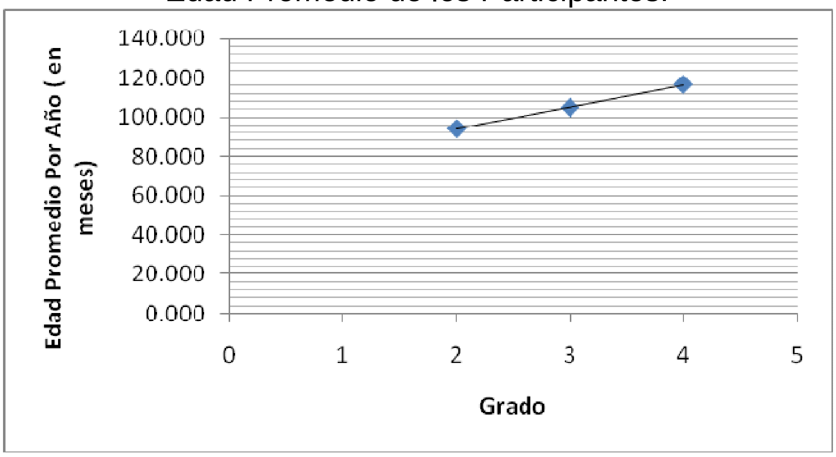



Fuente: Elaboración propia a partir de los resultados de las pruebas.

En la Figura 3 tenemos la edad promedio de los y las participantes por grado medida en meses; mientras en la Figura 4 podemos apreciar que tanto las variables habilidad numérica y rendimiento en cálculo aritmético elemental aumentan conforme los estudiantes cambian de grado. No obstante, la capacidad de la memoria de trabajo, aunque aumenta lo hace mucho más levemente que las otras variables objeto de estudio.

*Figura 3.*
Edad Promedio de los Participantes.




Fuente: Elaboración propia a partir de los resultados de las pruebas.

Entre segundo y tercer grado las variables habilidad numérica y rendimiento en cálculo aritmético elemental tienen un crecimiento leve que aumenta entre tercero y cuarto grado; mientras tanto la capacidad de la memoria de trabajo tiene un crecimiento casi continuo desde segundo hasta cuarto grado.

No se encontró, en las pruebas de rendimiento en cálculo A y B de los estudiantes de segundo y tercer grado, diferencia estadísticamente significativa ($p= 0.176$ y $p= 0.508$) respectivamente.

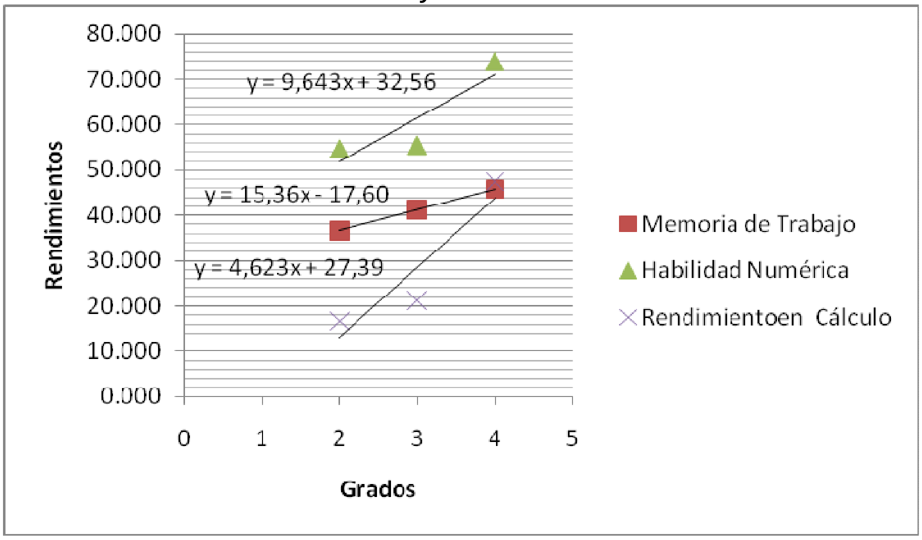
Mientras tanto, en la prueba de rendimiento en cálculo A y B los valores estadísticos calculados ($p<0.001$ en ambos casos) indican que si se encontró diferencia estadísticamente significativa entre tercero y cuarto grados.

Los resultados muestran que en la prueba de numeración A no se encontró diferencia estadísticamente significativa ($p=0.613$) entre los estudiantes de segundo y tercer grado. Igual resultado ($p=0.704$) se tiene para la prueba de numeración B.

Entre tercero y cuarto grado si existe diferencia estadísticamente significativa en la prueba de numeración A ($p= 0.01$) y en la prueba de numeración B ($p= 0.002$).

Los resultados obtenidos en el Cuadro 42 donde se observan las correlaciones entre la habilidad numérica, rendimiento en cálculo y la memoria de trabajo para segundo grado son elevados y decaen en tercero y cuarto grado representan evidencia para el Hallazgo 1 que se desarrolla en el siguiente capítulo.

*Figura 4.*
Relaciones Entre Edad, Memoria de Trabajo,
Habilidad Numérica y Rendimiento en Cálculo.




Fuente: Elaboración propia a partir de los resultados de las pruebas.

El decaimiento aludido puede tener su explicación en el sentido que los estudiantes conforme pasa el tiempo de formación en la escuela requieren menos de la memoria de trabajo por cuanto han adquirido nuevas estrategias para resolver problemas probablemente vinculado a que han aumentado el caudal de conocimientos que han sido trasladados a la memoria de largo plazo, lo que les permite resolver los problemas planteados y explica los resultados que se observan en la Figura 4.

*Cuadro 42.*
Correlaciones Entre la Memoria de Trabajo Vs. la Habilidad Numérica
y el Rendimiento en el Cálculo Aritmético Elemental.

| | Memoria de Trabajo Segundo Grado | Memoria de Trabajo Tercer Grado | Memoria de Trabajo Cuarto Grado |
|---|---|---|---|
| Habilidad Numérica | 0.535 | 0.422 | 0.273 |
| Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental | 0.443 | 0.303 | 0.367 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

En segundo grado se tienen correlaciones significativas entre la memoria de trabajo (suma de las capacidades del bucle fonológico, agenda viso espacial y ejecutivo central) y la habilidad numérica (r=0.535) y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental (r=0.463).

En tercer grado se encontró evidencia de una correlación estadísticamente más importantes entre la memoria de trabajo y la habilidad numérica (r=0.422) con respecto a la correlación existente entre el rendimiento en el cálculo aritmético elemental y la memoria de trabajo (r=0.303).

En cuarto grado la correlación entre la memoria de trabajo y la habilidad numérica decae (r=0.273), de igual forma la del rendimiento en el cálculo aritmético elemental con la memoria de trabajo (r=0.367). No obstante, en cuarto grado la correlación es mayor, ello probablemente porque la mayoría de los estudiantes de cuarto grado resolvieron la mayor parte de las pruebas de numeración y se entretuvieron más en la prueba de rendimiento en cálculo aritmético elemental.

Por otro lado (Ver Cuadros 43 y 44), los resultados obtenidos al comparar estudiantes del mismo grado entre aquellos que responden mejor a las pruebas (Nota Alta) y aquellos que lo hacen peor (Nota Baja) en lo que respecta a habilidad numérica y rendimiento en cálculo aritmético elemental.

Se observa, que las relaciones entre la habilidad numérica y la memoria de trabajo en segundo grado para los participantes que obtuvieron Nota Alta (r=0.558) es superior a la correlación entre esas mismas variables con los participantes con Nota Baja (r=0.498). El mismo resultado se obtiene cuando se correlacionan el rendimiento en el cálculo aritmético elemental y la memoria de trabajo para los participantes de segundo grado con Nota Alta (r=0.154) y los de Nota Baja (r=-0.06).

Resultados similares se obtienen al verificar que las correlaciones entre la memoria de trabajo y la habilidad numérica en tercer grado entre los participantes con Nota Alta es mayor (r=0.268) que la obtenida para los participantes con Nota Baja (r=0.184). De igual forma la correlación entre la memoria de trabajo y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental es superior en los participantes con nota "Alta" (r=0.329) con respecto a la obtenida por los participantes que obtuvieron Nota Baja (r=0.276).

Las relaciones anteriores se invierten cuando se verifican las mismas correlaciones entre los participantes de cuarto grado, ello probablemente debido a que los estudiantes con nota baja todavía no realizan la transición completa hacia el empleo de nuevas estrategias de resolución de problemas y todavía se apegan a la memoria de trabajo.

*Cuadro 43*
Correlaciones Entre la Memoria de Trabajo y la Habilidad Numérica Nota Alta y Nota Baja.

| | Memoria de Trabajo Segundo Grado | Memoria de Trabajo Tercer Grado | Memoria de Trabajo Cuarto Grado |
|---|---|---|---|
| Habilidad Numérica (Nota Alta) | 0.558 | 0.268 | -0.456 |
| Habilidad Numérica (Nota Baja) | 0.498 | 0.184 | 0.067 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

Del Cuadro 43 apreciamos que existe una correlación importante entre la habilidad numérica (Nota Alta y Nota Baja) y la memoria de trabajo en estudiantes de segundo grado. Esto significa que los estudiantes que obtuvieron un puntaje elevado en las pruebas de numeración obtuvieron también un puntaje elevado en las pruebas de evaluación de la capacidad de la memoria de trabajo. Asimismo, implica que los estudiantes que obtuvieron un puntaje pobre en las pruebas de numeración también lo obtuvieron en las pruebas que midieron la capacidad de la memoria de trabajo.

Asimismo, del Cuadro 44 se obtiene, para cuarto grado, que existe una correlación bastante importante entre las variables rendimiento en cálculo aritmético elemental y la memoria de trabajo para estudiantes que obtuvieron Nota Baja (r=0.509), lo que quiere decir que los estudiantes que obtuvieron bajo puntaje en las pruebas que midieron la habilidad en cálculo aritmético elemental también tuvieron un bajo rendimiento en las pruebas que miden la capacidad de la memoria de trabajo. No obstante, esa correlación no se conserva en estudiantes de Nota Alta (r=0.059).

Estos resultados sugieren que las relaciones importantes entre la habilidad en matemáticas en general y la memoria de trabajo es más significativa cuando no se han desarrollado estrategias maduras de resolución de problemas. Empero, corresponde indagar si la aparición de esas estrategias maduras se desarrollan en función de un crecimiento de la capacidad de la memoria de trabajo o es un desarrollo totalmente independiente a éste.

*Cuadro 44.*
Correlaciones Entre Memoria de Trabajo y el
Rendimiento en el Cálculo Aritmético Elemental Nota Alta y Nota Baja.

| | Memoria de Trabajo Segundo Grado | Memoria de Trabajo Tercer Grado | Memoria de Trabajo Cuarto Grado |
|---|---|---|---|
| Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental (Nota Alta) | 0.154 | 0.329 | 0.059 |
| Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental (Nota Baja) | -0.060 | 0.276 | 0.509 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

Los resultados de esta investigación aportan evidencia a favor de que no hay diferencia en las relaciones entre memoria de trabajo y aritmética elemental entre género en segundo, tercero ni cuarto grados. Ello es congruente con los resultados de Wynn (1990) en bebés pre verbales de ambos géneros e implica que el desarrollo de la noción de número se lleva a cabo conforme a predisposiciones específicas de nuestra especie vinculadas a los principios innatamente especificados de Gelman y Gallistel (1978).

Por otro lado, se encuentra diferencia estadísticamente significativa en las variables habilidad numérica y rendimiento en cálculo aritmético elemental tanto entre segundo y tercer grado como entre tercero y cuarto grado.

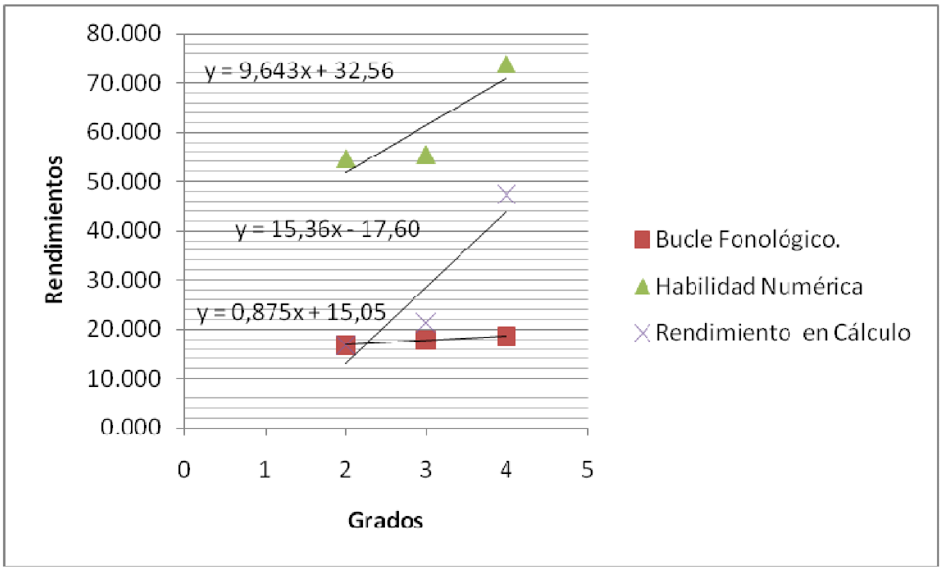
Finalmente, aunque no se encuentra evidencia que la capacidad de la memoria de trabajo se incremente en estos años de escolaridad si se aporta evidencia a favor de la existencia de una relación entre la memoria de trabajo y la habilidad numérica en estudiantes de segundo grado. Este hallazgo será explicado en el siguiente capítulo.

### *5.3.2. Relación Entre el Bucle Fonológico, el Ejecutivo Central y la Agenda Viso espacial y la Habilidad Numérica y el Rendimiento en el Cálculo Aritmético Elemental en Niños de Segundo, Tercero y Cuarto Grados.*

En las Figuras 5, 6 y 7 se pueden apreciar leves incrementos en las capacidades del bucle fonológico, agenda viso espacial y ejecutivo central entre segundo, tercero y cuarto grados.

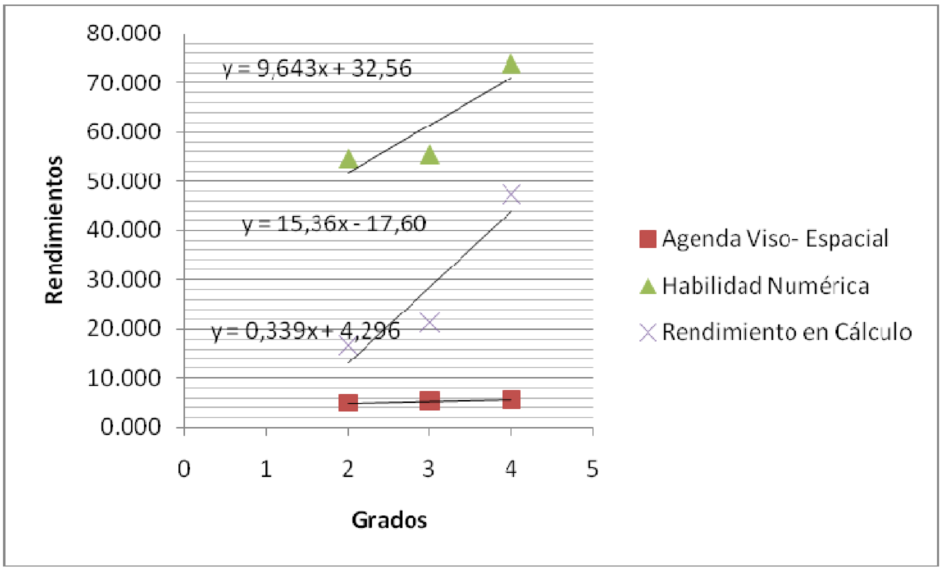
Asimismo, en la Figura 5 es posible observar que la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental tienen un incremento evidente entre tercero y cuarto grados, superior al que se aprecia entre segundo y tercer grado.

*Figura 5.*
Relaciones Entre  Bucle Fonológico,
Habilidad Numérica y Rendimiento en Cálculo.



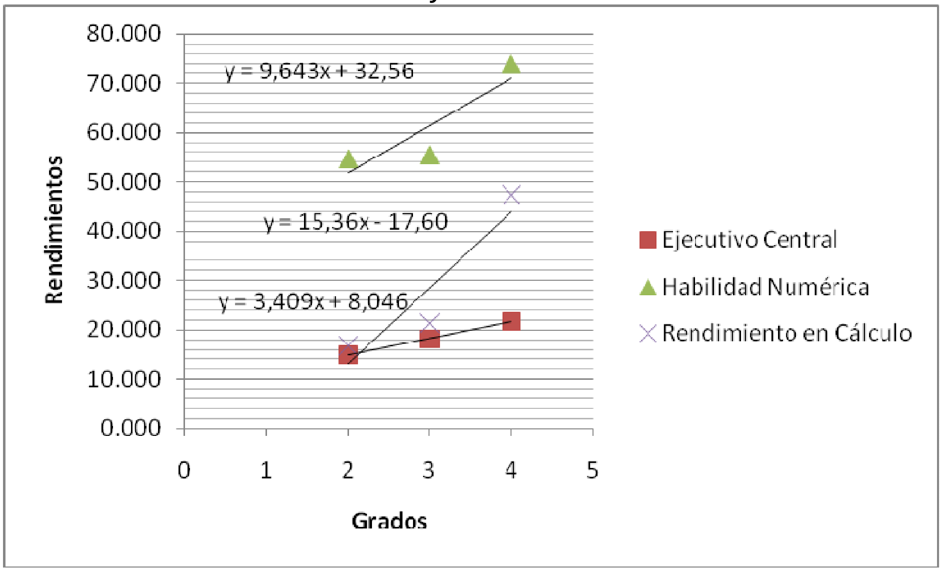

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

*Figura  6.*
Relaciones Entre  Agenda Viso Espacial,
Habilidad Numérica y Rendimiento en Cálculo.




Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

*Figura 7.*
Relaciones Entre Edad, Ejecutivo Central,
Habilidad Numérica y Rendimiento en Cálculo.



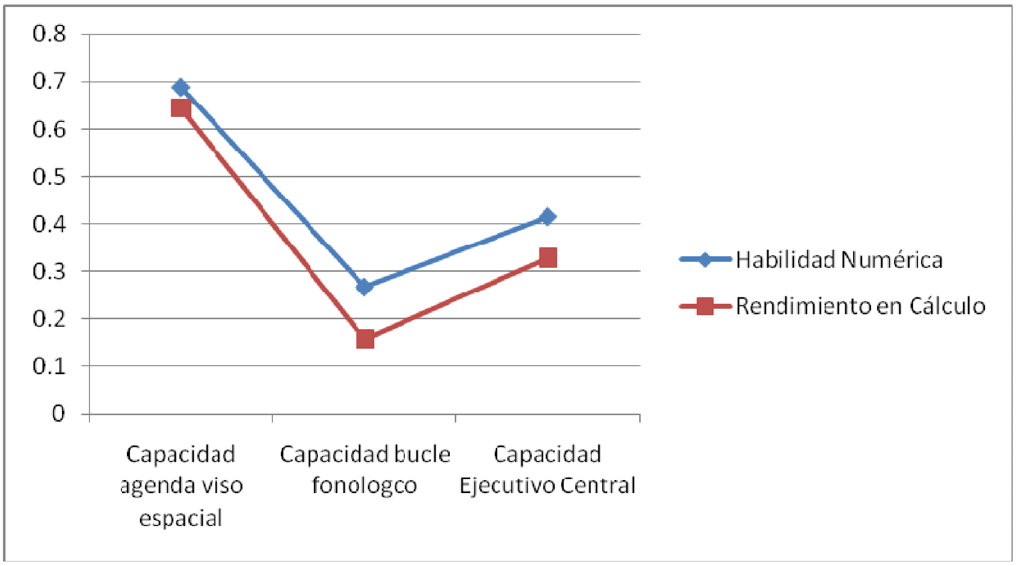

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

De las Figuras No. 5, 6, 7, se observa un escaso desarrollo en la capacidad de los tres compartimientos de la memoria de trabajo, ello a pesar del evidente incremento en la edad al pasar de un grado a otro.

### *5.3.2.1. Análisis de Correlaciones de Segundo Grado.*

En la Figura 8 se puede apreciar que las correlaciones entre la capacidad de la agenda viso espacial con la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental es superior a las que se observan entre el ejecutivo central y el bucle fonológico con las mismas variables.

*Figura 8.*
Correlaciones Entre los Compartimientos de la Memoria de Trabajo y la Habilidad Numérica y el Rendimiento en Cálculo. Segundo Grado




Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

Aunque las investigaciones sobre el tema no han arrojado resultados definitivos sobre el rol que juega la memoria de trabajo y sus subsistemas en la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental, los resultados de este estudio apoyan la postura de una relación significativa entre el compartimiento viso espacial de la memoria de trabajo y la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental en estudiantes de segundo y tercer grado.

Entonces, a diferencia de la conclusión de Alsina y Sáiz Roca (2003) y Alsina (2007) los resultados arriba explicitados aportan muy poca evidencia a favor de una relación entre el bucle fonológico y las habilidades numéricas y de rendimiento en cálculo aritmético elemental.

Del Cuadro 45 se colige que la habilidad numérica y la capacidad de la agenda viso espacial de la memoria de trabajo tienen la correlación más estrecha (r=0.668). El ejecutivo central tiene una relación más baja de r=0.415, mientras el bucle fonológico tiene r=0.267 con esta misma variable.

De igual forma, el rendimiento en cálculo aritmético elemental se correlaciona significativamente con la agenda viso espacial (r=0.644); el ejecutivo central con r=0.328 mientras el bucle fonológico tiene una r=0.158 con esta misma variable.

Además, existe una significativa relación entre la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental (r=0.589). Esta relación aporta evidencia a favor que en niños de segundo grado de escolaridad el dominio de la noción de número se encuentra vinculado al desempeño en tareas de cálculo aritmético elemental.

Asimismo, los resultados reflejados en el Cuadro 45 abonan a la idea que en los participantes de segundo grado tanto para la habilidad numérica como para el rendimiento en el cálculo aritmético elemental en orden de significancia tenemos la agenda viso espacial, el ejecutivo central y por último el bucle fonológico.

Los resultados de Alsina (2007) contrastan con los obtenidos por los estudiantes del CEBFM en este estudio, donde en segundo grado la habilidad numérica y la capacidad de la agenda viso espacial de la memoria de trabajo tienen la correlación más estrecha (r=0.668). El ejecutivo central tiene una relación más baja de r=0.415, mientras el bucle fonológico tiene r=0.267 con esta misma variable. De igual forma, en segundo grado el rendimiento en cálculo aritmético elemental se correlaciona significativamente con la agenda viso espacial, r=0.644, con el ejecutivo central, es una relación más baja r=0.328, y el bucle fonológico tiene una r=0.158 con esta misma variable. Este resultado será abordado en el siguiente capítulo en la sección Hallazgo 2.

*Cuadro 45.*
Correlaciones de Segundo Grado.

| | Edad de los y las participantes de segundo grado | Habilidad numérica de los y las participantes de segundo grado. | Rendimiento en cálculo aritmético elemental de los y las participantes de segundo grado | A Capacidad de la agenda viso espacial de los y las participantes de segundo grado | Capacidad del bucle fonológico de los y las estudiantes de segundo grado | Capacidad del ejecutivo central de los y las estudiantes de segundo grado) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Edad de los y las participantes de segundo grado | 1.000 | -0.086 | 0.286 | 0.208 | -0.111 | -0.010 |
| Habilidad numérica de los y las participantes de segundo grado | | 1.000 | 0.589 | 0.688 | 0.267 | 0.415 |
| Rendimiento en cálculo aritmético elemental de los y las participantes de segundo grado | | | 1.000 | 0.644 | 0.158 | 0.328 |
| Capacidad de la agenda viso espacial de los y las participantes de segundo grado | | | | 1.000 | 0.277 | 0.324 |
| Capacidad del bucle fonológico de los y las estudiantes de segundo grado | | | | | 1.000 | 0.198 |
| Capacidad del ejecutivo central de los y las estudiantes de segundo grado) | | | | | | 1.000 |

Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos de las pruebas.

De esta forma se aporta evidencia a favor que los niños comprendidos entre 83 y 123 meses de edad que estudian en segundo grado y tienen mejores resultados en aritmética, tienen más desarrollada la memoria de las imágenes visuales (viso espacial) que la memoria de imágenes auditivas (fonológica).

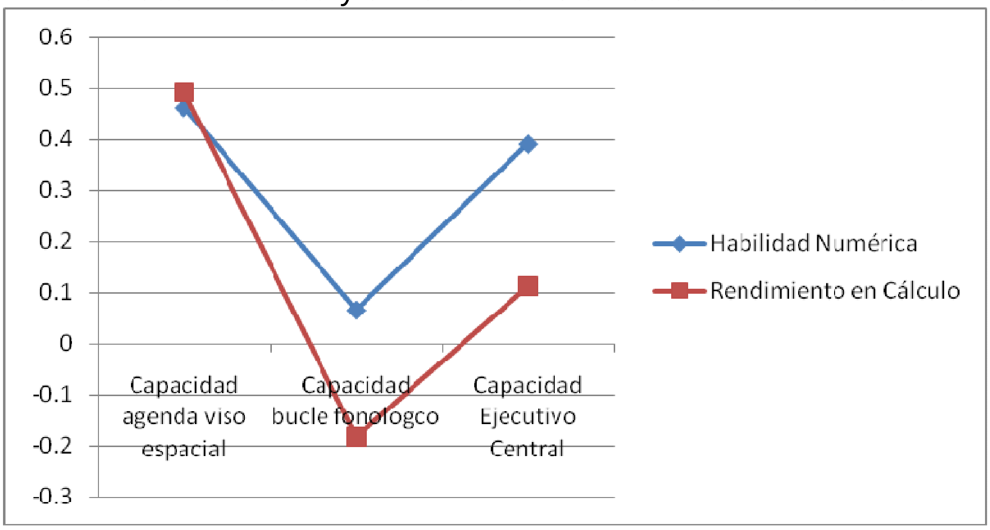
### *5.3.2.2. Análisis de Correlaciones de Tercer Grado.*

En la Figura 9 se puede apreciar que en tercer grado, las correlaciones entre la capacidad de la agenda viso espacial con la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental es superior a la del ejecutivo central y el bucle fonológico con las mismas variables.

En tercer grado (ver Cuadro 46), se observa, además, que los participantes del CEBFM tienen un Coeficiente de Pearson r=0.463 entre la habilidad numérica y la agenda viso espacial superior al que se obtuvo con las capacidades del ejecutivo central y el bucle fonológico (r=0.392 y r=0.067) respectivamente.

Asimismo, en tercer grado el rendimiento en cálculo aritmético elemental y la agenda viso espacial tienen un coeficiente de 0.492 que también resulta superior a las correlaciones obtenidas por el ejecutivo central y el bucle fonológico con esta misma variable (r=0.392 y r=0.067 respectivamente).

*Figura 9*
Correlaciones Entre los Compartimientos de la Memoria de Trabajo y la Habilidad Numérica y el Rendimiento en Cálculo. Tercer Grado




Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

De forma similar a como sucede en segundo grado, en tercer grado existe una estrecha relación entre la habilidad numérica y el cálculo aritmético elemental (r=0.616), por lo que de nuevo se aporta evidencia que el desempeño en habilidades numéricas se relaciona al desempeño en el cálculo aritmético elemental.

*Cuadro 46.*
Correlaciones de Tercer Grado.

| | Edad de los y las participantes de tercer grado | Habilidad numérica de los y las participantes de tercer grado | Rendimiento en cálculo aritmético elemental de los y las participantes de tercer grado | Capacidad de la agenda viso espacial de los y las participantes de tercer grado | Capacidad del bucle fonológico de los y las estudiantes de tercer grado | Capacidad del ejecutivo central de los y las estudiantes de tercer grado |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Edad de los y las participantes de tercer grado | 1.000 | 0.065 | 0.191 | 0.042 | -0.361 | 0.041 |
| Habilidad numérica de los y las participantes de tercer grado | | 1.000 | 0.616 | 0.463 | 0.067 | 0.392 |
| Rendimiento en cálculo aritmético elemental de los y las participantes de tercer grado | | | 1.000 | 0.492 | -0.182 | 0.113 |
| Capacidad de la agenda viso espacial de los y las participantes de tercer grado | | | | 1.000 | 0.127 | 0.470 |
| Capacidad del bucle fonológico de los y las estudiantes de tercer grado | | | | | 1.000 | 0.418 |
| Capacidad del ejecutivo central de los y las estudiantes de tercer grado | | | | | | 1.000 |

Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos de las pruebas.

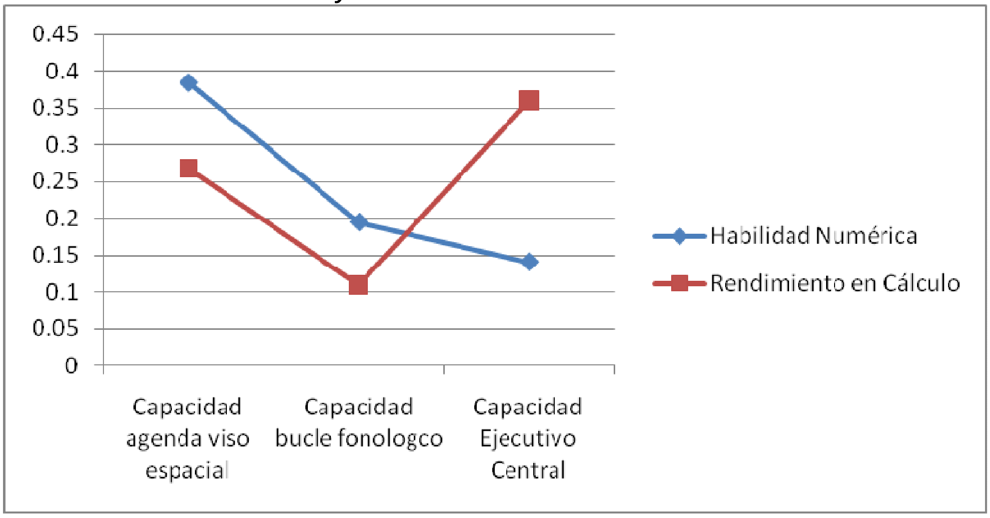
Finalmente, los resultados aportan evidencia que, al igual que en segundo grado, las imágenes visuales están más relacionados con el aprendizaje de las habilidades numéricas y el cálculo aritmético elemental que las imágenes auditivas.

### *5.3.2.3. Análisis de Correlaciones de Cuarto Grado.*

En la Figura 10 se puede apreciar que, en cuarto grado, las correlaciones entre la capacidad de la agenda viso espacial y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental es superior a la del ejecutivo central y el bucle fonológico con la misma variable. No obstante, a diferencia de segundo y tercer grados, en cuarto grado la correlación entre la capacidad del ejecutivo central y la habilidad numérica disminuye significativamente, mientras la capacidad de este compartimiento con el rendimiento en calculo aritmético elemental es superior al comparársele con los otros dos compartimientos.

En cuarto grado, además, la agenda viso espacial correlaciona con la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental con coeficientes r=0.385 y r=0.268, mientras el ejecutivo central correlaciona con estas mismas variables con r=0.141 y r=0.360 respectivamente. El bucle fonológico tiene correlaciones r=0.195 y r=0.110 con la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental.

*Figura 10.*
Correlaciones Entre los Compartimientos de la Memoria de Trabajo y la Habilidad Numérica y el Rendimiento en Cálculo. Cuarto Grado.




Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

Asimismo, en cuarto grado (ver el Cuadro 47) la correlación más relevante (r=0.467) es la que existe entre la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental es decir que en ambas pruebas se tienen buenos resultados.
La agenda aviso espacial correlaciona con la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental con coeficientes r=0.385 y r=0.268, mientras el ejecutivo central correlaciona con estas mismas variables con r=0.141 y r=0.360 respectivamente. El bucle fonológico tiene correlaciones r=0.195 y r=0.110 con la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental.

*Cuadro 47.*
Correlaciones de Cuarto Grado.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Edad de los y las participantes de cuarto grado | Habilidad numérica de los y las participantes de cuarto grado | Rendimiento en cálculo aritmético elemental de los y las participantes de cuarto grado | Capacidad de la agenda viso espacial de los y las participantes de cuarto grado | Capacidad del bucle fonológico de los y las estudiantes de cuarto grado | Capacidad del ejecutivo central de los y las estudiantes de cuarto grado |
| Edad de los y las participantes de cuarto grado | 1.000 | -0.133 | 0.247 | -0.222 | 0.029 | -0.049 |
| Habilidad numérica de los y las participantes de cuarto grado | | 1.000 | 0.467 | 0.385 | 0.195 | 0.141 |
| Rendimiento en cálculo aritmético elemental de los y las participantes de cuarto grado | | | 1.000 | 0.268 | 0.110 | 0.360 |
| Capacidad de la agenda viso espacial de los y las participantes de cuarto grado | | | | 1.000 | 0.078 | 0.160 |
| Capacidad del bucle fonológico de los y las estudiantes de cuarto grado | | | | | 1.000 | 0.273 |
| Capacidad del ejecutivo central de los y las estudiantes de cuarto grado | | | | | | 1.000 |

Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos de las pruebas.

Se puede observar que en cuarto grado no se cumple la relación que apareció en segundo y tercer grado que vinculaba a la memoria viso espacial y la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental con más intensidad que el ejecutivo central y el bucle fonológico.

Las relaciones entre el rendimiento en el cálculo aritmético elemental y la habilidad numérica versus los tres compartimientos estudiados de la memoria de trabajo van disminuyendo de segundo a tercero a cuarto. En cuarto grado prácticamente desaparece esa relación.

La edad no se correlaciona significativamente con ninguna de las variables dentro de los rangos que se establecen para cada grado. Asimismo no se aprecia un incremento consistente de ninguno de los compartimientos de la memoria de trabajo entre segundo, tercero y cuarto grados con respecto a la edad.

Se establece, entonces, la hipótesis que los compartimientos de la memoria de trabajo no tienen un desarrollo significativo en estos años por lo que la madures física no va acompañada de un desarrollo de estas habilidades cognitivas en edades tempranas.

### *5.3.4. Análisis de Relaciones Intra-Grados.*

En esta sección se analizan las relaciones en cada grado (segundo, tercero y cuarto grados) entre los estudiantes que obtuvieron Nota Alta y Nota Baja en las pruebas que midieron las variables de estudio Habilidad Numérica y Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental.

### *5.3.4.1. Segundo Grado*.

En el Cuadro 48 podemos apreciar que los estudiantes de segundo grado que obtuvieron Nota Baja (en la escala escogida) tienen correlaciones entre la habilidad numérica y la capacidad de la agenda viso espacial de r=0.348, con el bucle fonológico de r=-0.194 y con el ejecutivo central r=0.297. Mientras tanto, los estudiantes con Nota Alta tienen correlaciones entre la habilidad numérica y la agenda viso espacial de r=0.496, con el bucle fonológico r=0.374 y con el ejecutivo central r=0.297 respectivamente.

Se observa que las correlaciones entre la habilidad numérica y la capacidad de los tres compartimientos de la memoria de trabajo estudiados es mayor en los estudiantes con Alta Nota en habilidad numérica que en los estudiantes con Baja Nota en esta prueba.

*Cuadro 48.*
Comparaciones Entre los Estudiantes con Nota Alta y Nota Baja.
Pruebas de Habilidad Numérica.
Segundo Grado.

| **Baja** | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | NUMER2 | AVE2 | BF2 | EC2 |
| NUMER2 | 1.000 | 0.348 | -0.184 | 0.297 |
| **Alta** | | | | |
| NUMER2 | 1.000 | **0.496** | 0.374 | 0.395 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos de las pruebas.

En el Cuadro 49 se aprecia que la relación entre las variables rendimiento en cálculo aritmético elemental y agenda viso espacial de los estudiantes con Nota Baja es de r=0.495, con el bucle fonológico de r= 0.103 y con el ejecutivo central de r=0.048. Mientras esas mismas correlaciones en los estudiantes con Nota Alta son r=-0.101, r=-0.029 y r=-0.047 respectivamente.

*Cuadro 49.*
Comparaciones Entre los Estudiantes con Nota Alta y Nota Baja
Pruebas de Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental.
Segundo Grado.

| **Nota Baja** | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | CALCU2 | AVE2 | BF2 | EC2 |
| CALCU2 | 1.000 | **0.495** | 0.103 | 0.048 |
| **Nota Alta** | | | | |
| CALCU2 | 1.000 | -0.101 | -0.029 | -0.047 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos de las pruebas.

En segundo grado las correlaciones entre la habilidad numérica y la capacidad de los tres compartimientos de la memoria de trabajo estudiados es mayor en los estudiantes con Nota Alta en habilidad numérica que en los estudiantes con Nota Baja en esta prueba. Lo mismo sucede cuando se analizan los resultados obtenidos en este curso para el rendimiento en cálculo aritmético elemental.

### *5.3.4.2. Tercer Grado.*

En el Cuadro 50 se considera que, para los estudiantes de tercer grado que obtuvieron Nota Baja en la variable habilidad numérica, la correlación entre la habilidad numérica y la agenda viso espacial, el bucle fonológico y el ejecutivo central son r=0.360, r=-0.552 y r=0.261 respectivamente. Mientras tanto para los estudiantes con Nota Alta en habilidad numérica, las mismas correlaciones son r=0.161, r=-0.624 y r=-0.364.

*Cuadro 50.*
Comparaciones Entre los Estudiantes con Nota Alta y Nota Baja
Pruebas de Habilidad Numérica.
Tercer Grado.

| **Nota Baja** | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | NUMER3 | AVE3 | BF3 | EC3 |
| NUMER3 | 1.000 | 0.360 | -0.552 | 0.261 |
| **Nota Alta** | | | | |
| NUMER3 | 1.000 | 0.161 | -0.624 | -0.364 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos de las pruebas.

Llaman la atención las correlaciones altas pero inversamente proporcionales entre los resultados de esta variable y los del Bucle fonólogo, tanto para los de Nota Alta como para los de Nota Baja. Ello implica que se aporta evidencia que los buenos resultados en las pruebas de habilidades numéricas van acompañados de malos resultados en las pruebas que miden la capacidad del bucle fonológico.

En el Cuadro 51 para estudiantes de tercer grado con Nota Baja en rendimiento en cálculo aritmético elemental tenemos correlaciones r=0.219, r=-0.263 y r=0.665 entre el rendimiento en el cálculo aritmético elemental y la agenda viso espacial, el bucle fonológico y el ejecutivo central, mientras para los estudiantes con Nota Alta tenemos para las mismas variables r=0.671, r=-0.221 y r=0.272 respectivamente.

Especialmente significativa resulta la correlación entre el rendimiento en cálculo y la agenda viso espacial en estudiantes con Nota Alta de r=0.671 que quiere decir que los estudiantes que obtuvieron más aciertos en la prueba de rendimiento en cálculo aritmético elemental obtuvieron asimismo más aciertos en la prueba que midió la capacidad de la agenda viso espacial.

*Cuadro 51.*
Comparaciones Entre los Estudiantes con Nota Alta y Nota Baja
Pruebas de Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental
Tercer Grado.

| **Nota Baja** | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | CALCU3 | AVE3 | BF3 | EC3 |
| CALCU3 | 1.000 | 0.219 | -0.263 | 0.665 |
| **Nota Alta** | | | | |
| CALCU3 | 1.000 | 0.671 | -0.221 | 0.272 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos de las pruebas.

### *5.3.4.3. Cuarto Grado*.

En el Cuadro 52 se aprecia que la única correlación estadísticamente significativa que se mantiene se presenta entre la habilidad numérica y la capacidad del ejecutivo central con r=0.575.

*Cuadro 52.*
Comparaciones Entre los Estudiantes con Nota Alta y Nota Baja
Pruebas de Habilidad Numérica
Cuarto Grado

| **Nota Baja** | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | NUMER4 | AVE4 | BF4 | EC4 |
| NUMER4 | 1.000 | 0.045 | -0.450 | -0.386 |
| **Nota Alta** | | | | |
| NUMER4 | 1.000 | 0.005 | -0.180 | 0.575 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos de las pruebas.

Finalmente, en el Cuadro 53 se observa que las correlaciones estadísticamente significativas que se mantienen se presenta entre el rendimiento en el cálculo aritmético elemental y la capacidad de la agenda viso espacial con r=0.409 y con el ejecutivo central de r=0.580. Las dos correlaciones en estudiantes con Nota Alta.

*Cuadro 53.*
Comparaciones Entre los Estudiantes con Nota Alta y Nota Baja
Pruebas de Rendimiento en Cálculo Aritmético Elemental.
Cuarto Grado.

| **Nota Baja** | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | CALCU4 | AVE4 | BF4 | EC4 |
| CALCU4 | 1.000 | -0.605 | 0.028 | 0.301 |
| **Nota Alta** | | | | |
| CALCU4 | 1.000 | 0.409 | -0.065 | 0.580 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos de las pruebas.

Para cuarto grado se aprecia una correlación estadísticamente significativa entre la habilidad numérica y la capacidad del ejecutivo central con r=0.575. Mientras que, la correlación estadísticamente significativa entre el rendimiento en el cálculo aritmético elemental y la capacidad de la agenda viso espacial es de r=0.409 y con el ejecutivo central de r=0.580. Las tres correlaciones en estudiantes con Nota Alta.

De nuevo tenemos que los estudiantes con Nota Alta tienen una mejor correlación con los resultados en la capacidad de la agenda viso espacial y del ejecutivo central y casi ninguna con el bucle fonológico.

En particular, se aporta evidencia a favor que entre segundo, tercero y cuarto grado no hay desarrollo significativo de la capacidad de la memoria de trabajo en el compartimiento de la agenda viso espacial, bucle fonológico ni en el ejecutivo central, en los participantes de los tres grados de este estudio.

Los resultados de este estudio coinciden con los de Alsina (2007) en que el ejecutivo central juega un rol muy cercano en la actividad cognitiva vinculada a la del cálculo aritmético. Ahora bien, mientras Alsina (2007) establece esta relación para participantes de segundo grado, en el presente estudio se aporta evidencia de que esa misma conclusión es válida para grados superiores (tercero y cuarto grados).

En resumen, se aporta evidencia que los estudiantes de primeros años de escolaridad con mejor rendimiento en aritmética elemental tienen más desarrollada la memoria de trabajo. No obstante, no es una relación causal, para llegar hasta una conclusión en este orden de ideas se requieren estudios posteriores.

Los resultados de este estudio, entonces, apoyan la postura de la existencia de una relación importante entre el compartimiento viso espacial de la memoria de trabajo y la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental en estudiantes de primeros grados de escolaridad (segundo grado), especialmente en los estudiantes con mejor rendimiento en estos contenidos. Los resultados encontrados para los compartimientos ejecutivo central y bucle fonológico de la memoria de trabajo son muy inferiores, por lo que no se aporta evidencia que existe una relación entre la capacidad de estos compartimientos y la memoria de trabajo.

### *5.4.3. Relación entre el Principio de Correspondencia Uno a Uno, la Habilidad Numérica, el Rendimiento en el Cálculo Aritmético Elemental, la Memoria de Trabajo y los Tiempos de Respuesta en Problemas de Cálculo.*

En esta sección se estudian las relaciones entre el Principio de Correspondencia Uno a Uno y las variables objeto de estudio en esta investigación.

#### *5.4.3.1. Relación entre Correspondencia Uno a Uno Vs. Habilidad Numérica y Rendimiento en el Cálculo Aritmético Elemental.*

La correspondencia uno a uno entre dos conjuntos que son capaces de alcanzar estudiantes de segundo, tercero y cuarto grados puede apreciarse en el Cuadro 54. Entre uno y otro grado se observa una diferencia de alrededor de dos unidades.

*Cuadro 54.*
Correspondencia Uno a Uno (PC11) en Segundo Tercer y Cuarto Grados.

| | Correspondencia Uno a Uno |
|---|---|
| Segundo Grado | 17,882 |
| Tercer Grado | 19,643 |
| Cuarto Grado | 21,324 |

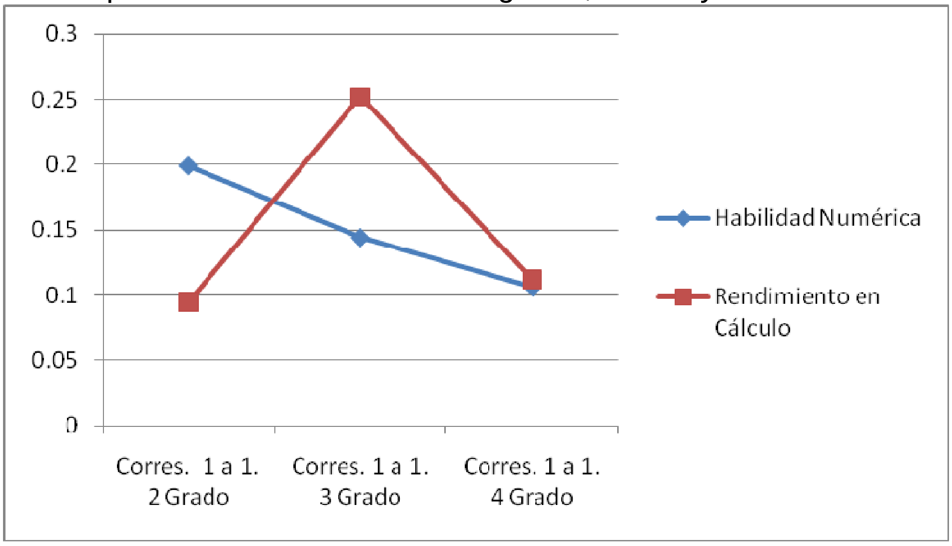
Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos de las pruebas.

Asimismo, la lectura de la Figura 11 establece que en segundo grado la correlación entre la habilidad numérica y la correspondencia uno a uno es superior a la que se encontró entre esta variable y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental. Esta situación se debe, probablemente, a que los estudiantes de segundo grado tienen muchas debilidades en cálculo aritmético elemental, mientras que su habilidad numérica y la correspondencia uno a uno se ha desarrollado un poco más.

De esta manera, se aprecia que en segundo grado la correlación (r=0.199) entre la habilidad numérica y la correspondencia uno a uno es mayor con respecto a tercer grado (r=0.144) y cuarto grado (r=0.106).

La situación descrita más arriba se invierte en tercer grado donde el rendimiento en cálculo aritmético elemental tiene mejor relación que la habilidad numérica con la correspondencia uno a uno. Ello debido a que mejoran un poco los resultados de las pruebas que miden el rendimiento en el cálculo aritmético elemental y la correspondencia uno a uno, mientras que mejoran en mayor medida los resultados en las pruebas que miden la habilidad numérica.

*Figura 11.*
Correlaciones Entre la Habilidad Numérica, Rendimiento en Cálculo y la Correspondencia Uno a Uno en Segundo, Tercer y Cuarto Grados.




Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos de las pruebas.

Así, la correlación (Ver Cuadro 55) entre rendimiento en cálculo aritmético elemental y la correspondencia uno a uno en tercer grado (r=0.252) es superior a la que se presenta entre estas mismas variables en cuarto grado (r=0.112) y en segundo grado (r=0.095).

*Cuadro 55.*
Correlaciones Entre la Habilidad Numérica, Rendimiento en Cálculo y la Correspondencia Uno a Uno en Segundo, Tercer y Cuarto Grados.

| Correlaciones | Correspondencia Uno a Uno. Segundo Grado | Correspondencia Uno a Uno. Tercer Grado | Correspondencia Uno a Uno. Cuarto Grado |
|---|---|---|---|
| Habilidad Numérica | 0,199 | 0,144 | 0,106 |
| Rendimiento en Cálculo | 0,095 | 0,252 | 0,112 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos de las pruebas.

No obstante, los resultados de las pruebas que miden la variable correspondencia uno a uno no aportan evidencia de la existencia de correlaciones estadísticamente significativas con ninguna de las otras variables en estudio, ni se encontró diferencia estadísticamente significativa entre grados.

Este resultado es inesperado y no responde a los lineamientos teóricos sobre los cuales se sustenta la investigación que establecen que el conteo incluye procesos que requieren de la memoria de trabajo como la ejecución de la partición y la etiquetación (procesos que se realizan mentalmente) reportados entre otros por Marcos (1992:15).

Un aspecto que pudo haber incidido en los resultados arriba establecidos se encuentra en el hecho que los participantes de los tres grados utilizan indistintamente las estrategias de percepción inmediata y conteo en las prueba de comparación de cantidades, generalmente acertados hasta la cantidad de elementos incorporados dentro de la prueba (diferenciar entre 16 y 17 puntos). Este aspecto se profundiza en el próximo capítulo en la sección Hallazgo 3.

Se sugiere que investigaciones posteriores se concentren en elaborar reactivos de comparación de cantidades para niños de estas edades empezando con una cantidad superior de elementos en los conjuntos de comparación, a fin de establecer si al aumentar la cantidad de puntos se verifica la existencia de diferenciación entre los grados en estudio, en lo que se refiere a habilidad de diferenciación de cantidades entre conjuntos.

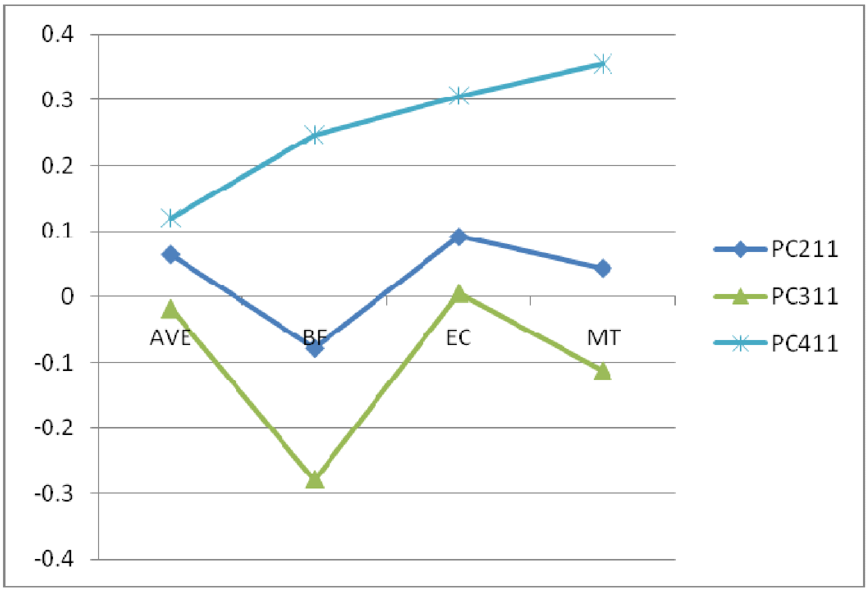
#### *5.4.3.2. Relación Entre la Correspondencia Uno a Uno y la Memoria de Trabajo.*

En cuarto grado se tienen las correlaciones más elevadas, con respecto a segundo y tercer grado, entre el principio de correspondencia uno a uno y las capacidades de la agenda viso espacial, bucle fonológico, ejecutivo central y memoria de trabajo. En este mismo grado, esas correlaciones entre estas variables se incrementan y se tiene que la mayor correlación se presenta entre el principio de correspondencia uno a uno y la memoria de trabajo. (Ver Figura 12).

Segundo y tercer grado tienen comportamientos similares entre estas mismas variables, es decir que la correlación entre las variables que miden la capacidad de la agenda viso espacial y la correspondencia uno a uno es superior a la correlación que existe entre las variables que miden la capacidad del bucle fonológico y la correspondencia uno a uno.

A pesar de lo arriba explicitado, los resultados encontrados no aportan evidencia a favor de la existencia de relaciones estadísticas superiores a 0.4 entre el principio de correspondencia uno a uno la capacidad de la memoria de trabajo o alguno de los compartimientos de la memoria de trabajo.

*Figura 12.*
Correlaciones Entre Principio de Correspondencia Uno a Uno y la Agenda Viso Espacial, el Bucle Fonológico, el Ejecutivo Central y la Memoria de Trabajo.




Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos de las pruebas.

*Cuadro 56.*
Correlaciones Entre la Correspondencia Uno a Uno y los Tiempos de Respuesta en Resolución de Sumas en Segundo, Tercero y Cuarto Grado.

| | Agenda Viso espacial | Bucle Fonológico | Ejecutivo Central | Memoria de Trabajo |
|---|---|---|---|---|
| Tiempos de Respuesta Segundo Grado | 0,065 | -0,079 | 0,092 | 0,044 |
| Tiempos de Respuesta Tercer Grado | -0,018 | -0,279 | 0,006 | -0,113 |
| Tiempos de Respuesta Cuarto Grado | 0,12 | 0,246 | 0,306 | 0,355 |

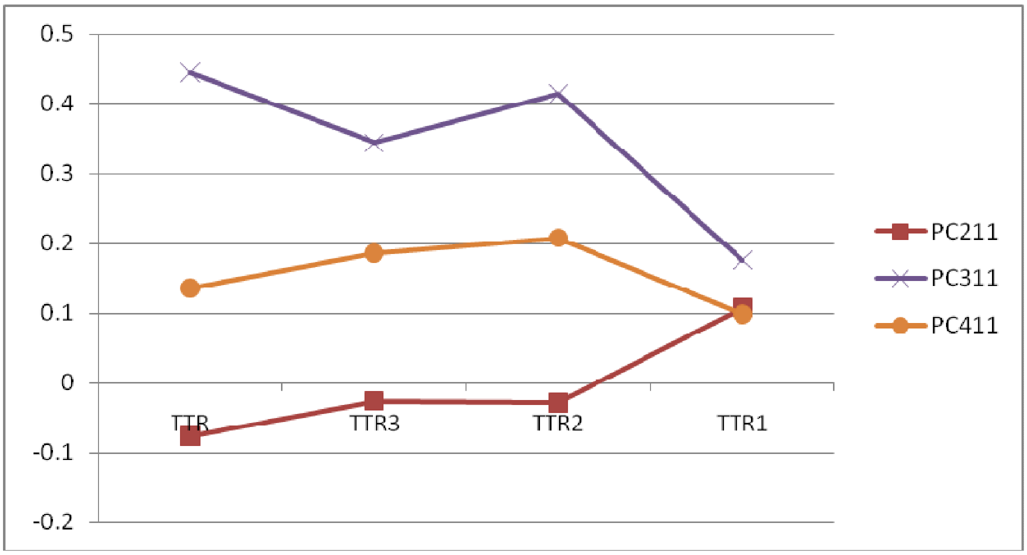
Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos de las pruebas.

Estos resultados son inesperados, por cuanto el proceso de comparación de cantidades en las edades comprendidas en esta investigación y que cursan segundo, tercero y cuarto grados se espera se realizara por mediación del conteo de cada uno de los dos conjuntos y el conteo está relacionado, con la memoria de trabajo. Pareciera que los estudiantes optaron por resolver los problemas de comparación de cantidades empleando indistintamente las estrategias de conteo y percepción inmediata.

### *5.4.3.3. Relación Entre la Correspondencia Uno a Uno y los Tiempos de Reacción en Resolución de Sumas.*

De la Figura 13 se observa que la correlación entre el principio de correspondencia uno a uno y la resolución de sumas se presenta mejor en tercer grado. En segundo grado las correlación entre estas variables es la más pequeña.

*Figura 13.*
Correlaciones Entre Principio de Correspondencia Uno a Uno y Tiempo de Reacción en Resolución de Sumas Con Niveles de Dificultad Uno, Dos y Tres.
Segundo, Tercero y Cuarto Grado.




Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos de las pruebas.

*Cuadro 57.*
Correlaciones Entre la Correspondencia Uno a Uno y los Tiempos de Reacción en Resolución de Sumas Con Niveles de Dificultad Uno, Dos y Tres.
Segundo, Tercero y Cuarto Grado.

| | Tiempo de Reacción, Segundo Grado | Tiempo de Reacción Nivel 3 | Tiempo de Reacción Nivel 2 | Tiempo de Reacción Nivel 1 |
|---|---|---|---|---|
| Correspondencia Uno a Uno, Segundo Grado | -0,077 | -0,026 | -0,028 | 0,108 |
| | Tiempo de Reacción, Tercer Grado | | | |
| Correspondencia Uno a Uno, Tercer Grado | 0,445 | 0,344 | 0,414 | 0,176 |
| | Tiempo de Reacción, Cuarto Grado | | | |
| Correspondencia Uno a Uno, Cuarto Grado | 0,136 | 0,186 | 0,208 | 0,098 |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos de las pruebas.

### *5.4.10. Cota Superior en el Principio de Correspondencia Uno a Uno en Niños de Segundo, Tercero y Cuarto Grados.*

La prueba de correspondencia uno a uno no correlaciona significativamente con la habilidad numérica ni con el rendimiento en el cálculo aritmético elemental en ninguno de los grados estudiados.

Este resultado se puede explicar a partir del hecho que los participantes están empleando indistintamente el conteo sub vocal, el conteo con los dedos (que requieren de la memoria de trabajo), la subitación, la percepción inmediata (que son estrategias que no requieren de la memoria de trabajo) como estrategias de comparación de cantidades y la recuperación desde la memoria de largo plazo, por medio de la identificación de agrupaciones (subgrupos) dentro del conjunto de puntos del reactivo empleado.

Se pueden esgrimir los mismos argumentos para explicar la escasa diferencia que se encontró en la cota superior en las pruebas que miden la variable de correspondencia uno a uno entre segundo, tercer y cuarto grado.

Del Cuadro 58 podemos apreciar que la mayor parte de los participantes en esta prueba se encuentran en el rango de 20, 21,22 aciertos; 70% para segundo grado, 82% tercer grado y 97% en cuarto grado.

Las estrategias empleadas por los participantes para dar una respuesta a los reactivos de esta prueba fueron la percepción inmediata y el conteo (con señalamiento empleando los dedos, con los labios o conteo sub vocal es decir mental). No obstante, los participantes no fueron consistentes en el empleo de una u otra estrategia. Es decir, que la transición de una estrategia a otra se realizó de manera indistinta en el rango de elementos de los conjuntos comparados en los reactivos que se les presentaron a los participantes.

*Cuadro 58.*
Comparación de Cantidades Según Distribución de Aciertos Entre Segundo, Tercero y Cuarto Grados.

| **Prueba de Comparación de Cantidades de los Participantes de Segundo Grado** | | **Prueba de Comparación de Cantidades de los Participantes de Tercer Grado** | | **Prueba de Comparación de Cantidades de los Estudiantes de Cuarto Grado.** | |
|---|---|---|---|---|---|
| PC211 | | PC311 | | PC411 | |
| Aciertos | Frecuencia | Aciertos | Frecuencia | Aciertos | Frecuencia |
| 3 | 1 | 5 | 1 | 17 | 1 |
| 4 | 1 | 11 | 2 | 20 | 4 |
| 6 | 1 | 19 | 2 | 21 | 12 |
| 7 | 1 | 20 | 6 | 22 | 21 |
| 9 | 1 | 21 | 9 | Total | 38 |
| 12 | 1 | 22 | 8 | | |
| 13 | 1 | Total | 28 | | |
| 17 | 1 | | | | |
| 18 | 2 | | | | |
| 20 | 8 | | | | |
| 21 | 11 | | | | |
| 22 | 5 | | | | |
| Total | 34 | | | | |

Fuente: Elaboración propia a partir de la base de datos resultado de las pruebas.

Sin embargo, en estudiantes de cuarto grado se aprecio que no emplearon el conteo al comparar cantidades entre 5 y 9 elementos. Este aspecto se discutirá más a profundidad en la sección hallazgo 4 del siguiente capítulo.

Existe una diferencia entre los tres grados estudiados en el momento en que empiezan a emplear el conteo con los dedos para identificar la diferencia al comparar cantidades de objetos de dos conjuntos.

Así, en segundo grado los participantes utilizaron esta estrategia de comparación de cantidades por primera vez, en promedio en el quinto reactivo, en tercer grado en el

séptimo reactivo y en cuarto grado en el octavo reactivo, que corresponden a diferencias entre 4-3; 5-4 y 5-4 elementos de cada conjunto.
Este resultado, brinda una orientación para estudios posteriores a fin de identificar el nivel de desarrollo ontogenético que se requiere para utilizar una u otra estrategia de conteo.

Los participantes de segundo grado, en promedio, utilizaron la estrategia de conteo por primera vez ante el reactivo número 5 (5.3 promedio) donde se comparan tres elementos con cuatro. Los participantes de tercer grado lo hicieron ante el reactivo número 7 (7.8 promedio) donde se comparan cuatro elementos con cinco. Mientras tanto, los participantes de cuarto grado utilizaron por primera vez el conteo con los dedos ante el reactivo 8 (8.3 promedio) que compara cuatro elementos con cinco.

El 17% de los participantes de segundo grado optaron por empezar a utilizar el conteo sin los dedos, el resto de ellos empezaron a contar empleando la estrategia de conteo con señalamiento del dedo índice. El 70% de los participantes de tercer grado empezaron a utilizar la estrategia de conteo sin emplear los dedos. Finalmente, el 85% de los participantes de cuarto grado empezaron a utilizar la estrategia de conteo sin emplear los dedos. Además, dos de los estudiantes de cuarto grado se valieron solamente de la percepción para comparar cantidades y no se equivocaron en ningún caso.

Se estudió la posibilidad de que existiera diferencia entre los participantes que obtuvieron más de 20 aciertos en las pruebas de correspondencia uno a uno y los que obtuvieron menos aciertos cuando se les comparaba con la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental. No obstante, no se detectaron diferencias estadísticamente significativas entre los participantes de segundo grado que obtuvieron entre 20, 21, 22 aciertos y los que obtuvieron menos aciertos, en ninguna de las pruebas de cálculo aritmético elemental A y B ($p=0.50$ y $p=0.20$) ni en las pruebas de habilidad numérica ($p=0.67$ y $p=0.81$).

# CAPITULO V

## *6. Discusión.*

En este capítulo se presentan los hallazgos de la investigación sustentados en el significado de los datos a la luz de la teoría y sus implicaciones prácticas. En ese sentido se establece, por un lado, que existe una relación entre la memoria de trabajo y las habilidades numéricas y que el compartimiento viso espacial es el compartimiento de la memoria de trabajo que más se vincula con las habilidades numéricas y el cálculo aritmético elemental; y por otro lado, que estudiantes de primeros años de escolaridad emplean la estrategia de subitación y percepción inmediata combinada con el uso del conteo en la resolución de problemas de comparación de conjuntos de cantidades superiores a 9, mientras que la comparación de cantidades entre 5 y 9 elementos se ejecuta sistemáticamente por percepción inmediata, obviándose el conteo.

Ahora bien, rresultó inesperado que no se encontraron relaciones entre los tiempos de reacción en resolución de sumas y los compartimientos de la memoria de trabajo en segundo y cuarto grados, por cuanto ya para finales de los 90, Geary y colaboradores concluyeron que los niños y niñas con menos recursos de memoria de trabajo cometen más errores en tareas de aritmética y el tiempo de reacción es superior.

Este resultado podría explicarse para estudiantes de segundo grado si asumimos que algunos de los participantes de estos grados tienen dificultades en la resolución de sumas en sus diferentes niveles de dificultad, por falta, probablemente, de dominio del algoritmo de la suma; mientras que otros emplearon la estrategia referida en Geary y Hoard (2005:257) de sumar todo (a partir de uno), probablemente empleando el conteo sub-vocal, lo que resulta congruente con Geary (2006a) quien afirma que los estudiantes con menos recursos de la memoria de trabajo tienen mayor tiempo de reacción en la resolución de problemas de matemáticas.

Por su parte, los estudiantes de cuarto grado probablemente utilizaron muy frecuentemente la estrategia de buscar en la memoria de largo plazo el resultado más cercano para después acomodarlo a la suma requerida, es decir la estrategia de descomposición referida por Torbeyns *et al*. (2004:179). Thorndike (Baroody y Johnson, 2006) establecen que la automatización (que se requiere para emplear la estrategia de descomposición) permite una recuperación más rápida y la habilidad de recuperar cálculos de la memoria de largo plazo correlaciona con la habilidad matemática en general.

Mientras tanto, los estudiantes de tercer grado se encuentran en la etapa de transición entre el conteo con empleo de la memoria de trabajo en la resolución de problemas y el uso de estrategias más maduras de resolución de problemas es decir que todavía emplean la memoria de trabajo en la resolución de este tipo de problemas, lo que resulta congruente con los resultados esbozados en este trabajo.

Más puntualmente, Villagrán (2006:12) señala que los niños que presentan dificultades en matemáticas se distinguen de los niños que no presentan esas dificultades por que recurren con menos frecuencia que los otros a la recuperación de la memoria de los hechos numéricos, lo que Geary *et al*. (2000: 239) llama recuperación directa, es decir, los niños rescatan resultados aritméticos de la memoria de largo plazo por medio de la estrategia de la descomposición que implica la reconstrucción de la respuesta basada en la recuperación de una suma parcial.

Barrouleti y Lépin (2005:188) apuntan que la recuperación directa de la memoria de largo plazo es una estrategia más rápida que cualquier otra, incluyendo la recuperación parcial.

Los modelos estadísticos representan los acercamientos potenciales a la resolución de problemas como el conteo y la recuperación memorística. Si los niños cuentan ambos sumandos a partir de uno, entonces el tiempo de respuesta de las sumas se incrementa, lo que sugiere que los adultos recuperan, en la resolución de operaciones aritméticas, algunas respuestas de la memoria de largo plazo.

A este respecto Torbeyns *et al*. (2004: 178) escriben que al inicio del proceso de aprendizaje, el aprendiz emplea la estrategia referida de contar todo a partir de uno, misma que resulta inefectiva y lenta, conduciendo a muchos errores. Incluso cuando el aprendiz ya ha adquirido otras estrategias (sumar a partir del sumando más grande o la recuperación de un hecho de la memoria de largo plazo) usualmente no las emplean de manera sistemática.

En ese sentido, Geary y Hoard (2005:257) reportan que durante el aprendizaje temprano de la resolución de adiciones simples los niños y niñas típicamente cuentan ambos términos, algunas veces con ayuda de los dedos y otras sin esa ayuda (de forma subvocal). El conteo verbal es una técnica más madura de conteo, que no incluye el uso de los dedos y que requiere del uso de la memoria de trabajo por parte de los niños y niñas. (Marmasse *et al.*, 2004:4).

Los resultados, entonces, no aportan evidencia de la existencia de una relación entre los tiempos de reacción en resolución de sumas y ninguno de los compartimientos en la memoria de trabajo. Ello debido al empleo combinado de estrategias que requieren del empleo de la memoria de trabajo con estrategias más maduras de resolución de problemas que incluyen rescatar resultados de la memoria de largo plazo.

Geary *et al*. (2004) escriben que a lo largo de los grados escolares la transición de los problemas simples a los complejos se realiza empleando una mixtura cada vez más compleja de estrategias que parten del conteo con los dedos. En esta investigación se detecta el empleo de las estrategias de conteo y subitación referidas por Geary y Hoard (2005) y Villagran (2006) en la resolución de tareas de comparación de cantidades. No obstante, algunos de los participantes respondieron empleando la estrategia de la percepción inmediata. Esta estrategia se detectó al identificarse tiempos de reacción demasiado pequeños para el conteo de los elementos de los reactivos que se les mostraban a los participantes.

En conclusión, los estudiantes con más habilidad numérica y mejor rendimiento en cálculo aritmético elemental emplean estrategias de resolución de problemas más avanzadas y tienen mejor memoria de trabajo.

## *6.1. Hallazgo 1. Existe una Relación Entre Memoria de Trabajo y Habilidades Numéricas.*

Los resultados de este trabajo apuntan a que existe una relación entre la memoria de trabajo y las habilidades numéricas en niños de segundo y tercer grado. Este resultado puede trasladarse incluso, de acuerdo a las investigaciones de Wynn (1998), a bebés pre verbales.

La relación referida se presenta en estudiantes de segundo y tercer grado que todavía no han desarrollado estrategias maduras de conteo y por tanto deben acudir a la memoria de trabajo como herramienta principal en la resolución de problemas elementales de aritmética.

En esa dirección, Miranda *et al.* (2006) reportan que los niños con deficiencia en habilidades numéricas presentan déficit de memoria de trabajo. Mientras tanto, Durand *et al.* (2005) y Adam y Hitch, (1997) han sugerido que la memoria de trabajo es importante, entre otros, para sostener y manipular información durante el funcionamiento de la aritmética mental en niños. En el caso de los (as) niños (as) que participan en esta investigación significa, por un lado, que los y las participantes tienen una relación importante entre la habilidad numérica y la memoria de trabajo en segundo y tercer grado y por otro, que en estos grados los estudiantes más diestros en habilidad numérica tienen más desarrollada la memoria de trabajo.

La deficiencia en la memoria de trabajo según Etchepareborda y Abad-Mas (2005) influye en un sinnúmero de procesos de aprendizaje formal y provoca falta de análisis sobre las actividades necesarias para la consecución de un fin y dificultades para la ejecución de un plan, no logrando la monitorización ni la posible modificación de la tarea según lo planificado, sea ésta una tarea de habilidad numérica, rendimiento en el cálculo aritmético elemental u otra.

Por su parte, Villagrán (2006:13) afirma que está establecido que la constitución de representaciones de los hechos numéricos en la memoria se encuentra ligada a los procedimientos de conteo. Esta afirmación esta refrendada por los resultados de este trabajo y de Alsina (2001) al confirmarse que los y las estudiantes de segundo grado con más habilidad numérica tienen más capacidad de la memoria de trabajo.

No obstante, Durand *et al.* (2005: 116) señalan que existen estudios consistentes con la idea de que el déficit de la memoria (de trabajo o de largo plazo) asociado a dificultades aritméticas puede ser secundario y más bien esta deficiencia puede estar relacionada a problemas en el conteo y no ser producto de alguna debilidad generalizada en el mecanismo fonológico de almacenaje.

En ese sentido, Geary y Hoard (2002:109) reconocen que los estudios sobre la deficiencia en la memoria de trabajo de niños con deficiencias en conteo y lectura o solo deficiencias en conteo, se encuentran en las etapas preliminares. Empero, también Geary *et al*. (2004) detectan en su investigación que los niños con deficiencia en habilidades numéricas mostraron déficit en la memoria de trabajo, aunque no hacen alusión a ningún compartimiento de la memoria de trabajo en específico.

Recordemos que Neira (2001) establece que todas las funciones cognitivas vinculadas a los números se agrupan en dos grandes sistemas: un sistema de procesamiento numérico (habilidad numérica) y un sistema de cálculo (cálculo aritmético elemental). La tesis de Neira (2001) es uno de los fundamentos teóricos de este trabajo, aunque el rendimiento en el cálculo aritmético elemental se restringe a evaluar el rendimiento en resolución de sumas y se establece una relación importante con la memoria de trabajo en segundo grado. Así, se encuentra una relación de los y las participantes de segundo grado entre la memoria de trabajo y la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético. Estas relaciones disminuyen en tercer grado y prácticamente desaparecen en cuarto grado.

Sin embargo, la relación de estos sistemas con los compartimientos de la memoria de trabajo podría resultar ser más fino. Por ejemplo, Lee y Kang (2002: B67) relacionan al bucle fonológico con la multiplicación y a la agenda viso espacial con la sustracción y tanto la resta como la multiplicación se consideran parte del cálculo aritmético elemental.

Debemos recordar que, para Piaget (1985), la memoria de trabajo no juega ningún rol relevante en el proceso de adquisición de la noción de número. No obstante, las posturas teóricas relacionadas a la adquisición de la noción de número de Piaget se ven debilitadas por los resultados de los experimentos, denominados mágicos, realizados por Wynn (1998), mismos que apuntan en la dirección de la tesis innatista en la adquisición de la noción de número. Empero, la propuesta de Piaget sigue permeando los *curricula* de matemáticas en educación básica, incluyendo el Currículo Nacional Básico. (Secretaría de Educación, 2003).

Una posible explicación de las afirmaciones de Piaget referidas al exiguo rol de la memoria en la habilidad numérica (al menos en las edades que comprende este estudio) se puede esbozar, desde la perspectiva de los resultados de este trabajo, por cuanto no se detecta un desarrollo significativo de la memoria de trabajo en los primeros años de escolaridad. No obstante, se detecta un desarrollo significativo en la habilidad numérica y en el cálculo aritmético elemental, sobre todo entre los participantes de tercer y cuarto grado.

Lo anterior implica la necesidad de incorporar en el currículo hondureño experiencias de ejercitación de las memorias de trabajo y de largo plazo (conteo, memorización de tablas de sumas y de multiplicación) a fin de facilitar la transición hacia la adopción de estrategias más desarrolladas de resolución de problemas.

### *6.2. Hallazgo 2. El Compartimiento Viso espacial de la Memoria de Trabajo es el Compartimiento más Relacionado con las Habilidades Numéricas y el Cálculo Aritmético Elemental.*

Existen algunas divergencias en los resultados de diferentes investigaciones cuando se indaga acerca de cuál de los compartimientos de la memoria de trabajo se encuentra más vinculado a las habilidades numéricas.

En este trabajo se establece que es el compartimiento viso espacial de la memoria de trabajo el más relacionado con las habilidades numéricas e incluso con el rendimiento en el cálculo aritmético elemental, en estudiantes de primeros años de escolaridad, por lo que posiblemente la incorporación el desarrollo de los otros compartimientos de la memoria de trabajo en la resolución de problemas, producto de la evolución ontogenética, es la premisa para el almacenamiento de algunos resultados en la memoria de largo plazo lo que a su vez permitiría la aparición de estrategias más maduras de resolución de problemas de habilidad numérica y cálculo aritmético elemental. Es decir, posiblemente la evolución ontogenetica se caracteriza a lo largo de estos años de escolaridad no en el desarrollo de la capacidad de la memoria de trabajo sino por un mejor acoplamiento de los compartimientos de la memoria de trabajo en la resolución de problemas de aritmética elemental y cálculo aritmético elemental.

Asimismo, los resultados del presente trabajo aportan evidencia de una mejor relación entre la habilidad numérica y el cálculo aritmético elemental con el compartimiento viso espacial de la memoria de trabajo (en los tres grados estudiados), que no reporta en los resultados de Alsina (2007).

Estos resultados son congruentes con los de Darlington *et al.* (1998), mismos que aportan evidencia a favor que el compartimiento viso espacial posee un desarrollo mayor por ser el de más antigua aparición con respecto a los compartimientos fonológico y ejecutivo central en su vinculación con las habilidades numéricas.

En contraste, Alsina (2001) apunta a una relación más significativa entre el compartimiento fonológico de la memoria de trabajo con respecto a los compartimientos viso espacial y ejecutivo central en estudiantes de segundo grado. De ser así, habría que preguntarse sí el compartimiento fonológico se desarrolla junto con el compartimiento viso espacial a lo largo de la evolución ontogenética (de bebé pre verbal a niño (a) en edad escolar) o conforme se crece y se incorpora al ciclo escolar este compartimiento de la memoria de trabajo se va haciendo más importante, con respecto al compartimiento viso espacial para la adquisición de estrategias más maduras de resolución de problemas de habilidad numérica.

En este estudio no se encontró evidencia de diferencia estadísticamente significativa entre los estudiantes de segundo y tercer grado ni entre tercero y cuarto grados en la capacidad del bucle fonológico, del ejecutivo central y de la agenda viso espacial. Lo anterior apunta a un escaso desarrollo de la capacidad de los compartimentos de la memoria de trabajo (y también de la memoria de trabajo) a lo largo de los primeros años de escolaridad.

Es oportuno reiterar que para Piaget, la memoria de trabajo no juega ningún rol en la adquisición de la noción de número, por lo que para él la práctica del conteo carece de sentido y es una actividad verbal no relacionada con el número hasta tanto no se hubiere adquirido el Principio de Conservación de la Cantidad Discreta. (Caballero, 2005:27). En esa misma dirección, Kamii y DeVries (1995:15) apuntan que para Piaget "... enseñar palabras no es lo mismo que desarrollar la capacidad de razonamiento del niño."

Si los resultados de Alsina (2007) se confirman con otras investigaciones implicaría que los compartimientos bucle fonológico (sobre todo) y ejecutivo central de la memoria de trabajo se desarrollan en los primeros años de evolución ontogenética y antes del primer grado de escolaridad.

Por otro lado, si otras investigaciones reafirman los obtenidos en este estudio (que no evidencian desarrollos en los compartimientos bucle fonológico y ejecutivo central de la memoria de trabajo) entonces se apoyará la idea que es la memoria de largo plazo la que tiene su desarrollo más importante entre tercero y cuarto grado que es cuando se detecta el empleo de estrategias maduras de cálculo aritmético elemental (apoyadas precisamente en la recuperación de datos de la memoria de largo plazo).

A este respecto, Barnoullet y Lépine (2005:187) afirman que entre tercero y cuarto grado los estudiantes van transitando de la estrategia del cómputo siguiendo el algoritmo de la suma a la recuperación de la memoria de largo plazo. Asimismo, Barnoullet y Lépine (2005:186) establecen que en cuarto grado los estudiantes consistentemente emplean la estrategia de recuperar de la memoria de largo plazo los datos requeridos en la resolución de problemas de suma. Ello probablemente como consecuencia del proceso de enseñanza aprendizaje y del progresivo fortalecimiento en la memoria de largo plazo de las asociaciones entre preguntas y respuestas.

Empero, los resultados de este trabajo no concuerdan con los de Gutiérrez *et al*. (2002) quienes sostienen la hipótesis que la memoria de trabajo se desarrolla con la edad sustentado en el estudio longitudinal llevado a cabo por Siegel (1994) con una amplia muestra –desde los 6 años hasta la edad adulta. Es posible que la diferencia en los resultados se deba a que en el caso de esta investigación el rango de edades que se compara es relativamente pequeño.

En el estudio de Alsina (2007:318) se analiza la relación entre los compartimientos de la memoria de trabajo bucle fonológico y agenda viso-espacial y el rendimiento en cálculo con una muestra de 94 niños españoles de 7-8 años. Sus resultados muestran una correlación importante entre las medidas de contenido verbal y numérico y el rendimiento en cálculo. Se concluye, en ese trabajo que, en escolares españoles, existe una relación importante entre el bucle fonológico y el rendimiento en tareas de cálculo; en cambio, el rol de la agenda viso espacial es nulo. Sin embargo, para Borroullet y Lépine (2005:184) la relación del bucle fonológico con el cálculo permanece no claro.

Según Alsina (2003:242), algunos autores que han analizado sujetos adultos exponen que si bien parece evidente que la memoria de trabajo interviene en funciones fonológicas como contar o calcular, su rol en las funciones visuales y espaciales es menos claro.

El estudio de Alsina (2007:319) trata de corroborar que la habilidad del ejecutivo central de la memoria de trabajo tiene una notable influencia en la ejecución de tareas de cálculo y concluye (Alsina, 2007:329) que existe una correlación estadísticamente significativa entre las pruebas del ejecutivo central y las tareas aritméticas. Esto confirma, según Alsina (2007), un vínculo muy importante entre el ejecutivo central y la actividad cognitiva que conlleva el cálculo aritmético.

En esa misma dirección Geary y Hoard (2002:109) señalan que los resultados hasta ahora sugieren que las deficiencias primarias de los niños con deficiencias de conteo involucran solamente el compartimiento ejecutivo central de la memoria de trabajo.

Los resultados de este trabajo no respaldan las afirmaciones de Geary y Hoard (2002:109) ni de Alsina (2007). Por el contrario, es la agenda viso espacial (conteo con los dedos, señalamiento de los elementos del conjunto) la determinante en el conteo, por cuanto al iniciar el proceso de adquisición del conteo no se han desarrollado estrategias maduras para ello que, como se deduce a partir de los resultados de esta investigación, empiezan a aparecer entre tercero y cuarto grados.

No obstante, los resultados de este estudio coinciden con Alsina (2007) en que el ejecutivo central juega un rol muy cercano en la actividad cognitiva vinculada al rendimiento en el cálculo aritmético elemental. Ahora bien, mientras Alsina (2007) establece esta relación para participantes de segundo grado, en el presente estudio se avanza y se aporta evidencia que esa misma conclusión es válida también para tercer grado. No así en cuarto grado, donde aparentemente se han desarrollado las estrategias maduras de resolución de problemas.

Ahora bien, Alsina (2001) emplea, para evaluar el bucle fonológico, pruebas que no solo incluyen elementos numéricos sino también lingüísticos (recuerdo serial de palabras, recuerdo serial de palabras que riman) y esa es una de las argumentaciones que se han encontrado para justificar la variación en los resultados.

Esta última explicación tiene como corolario que la habilidad numérica y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental no solo dependen del módulo “numérico” del bucle fonológico sino también del módulo “lingüista”. De confirmarse esta aseveración con estudios posteriores sería un argumento en contra de la postura que sostiene la especificidad de dominios de la mente humana (modularidad) por cuanto de acuerdo con Karmillof Smith (1994) los dominios de la mente incluyen un módulo numérico y uno lingüista, entre otros, totalmente independientes entre sí.

Empero, Lee y Kang (2002:B63) van más lejos en la modularidad del dominio matemático y apuntan que las funciones aritméticas están relacionadas con la memoria de trabajo en subsistemas específicos. Así, la multiplicación se encuentra más cerca del bucle fonológico y la sustracción del módulo viso espacial. Esta conclusión no es compatible con la noción de que la aritmética se hace en una representación amodal (no modular) de números. En este sentido Vamvakoussi y Vosniadou (2004:455) señalan que el desarrollo de los dominios específicos de los sistemas de conocimiento tiene una base neurológica que se ha desarrollado por mediación de la evolución filogenética.

Por otro lado, en segundo grado se observa que las correlaciones entre la habilidad numérica y la capacidad de los tres compartimientos de la memoria de trabajo estudiados es mayor en los estudiantes con mejor rendimiento en habilidad numérica que en los estudiantes con menos rendimiento en esta prueba. Lo mismo sucede cuando se analizan los resultados obtenidos en este curso para el rendimiento en cálculo aritmético elemental.

Esto implica que los estudiantes de segundo grado con mejor rendimiento en habilidad numérica tienen una relación más estrecha con una alta capacidad de la memoria de trabajo en los tres compartimientos estudiados, resultado que coincide con los de Alsina (2003). La correlación estadísticamente significativa que se presenta entre el rendimiento en cálculo aritmético elemental y la agenda viso espacial en estudiantes de menor rendimiento implica que estos estudiantes tienen baja capacidad de la agenda viso espacial.

No se encuentra evidencia de que exista una correlación significativa entre los participantes (ni entre los estudiantes con Nota Alta ni entre los estudiantes con Nota Baja) entre ambas variables (memoria de trabajo en general y cálculo aritmético elemental) en tercer grado, pero los resultados abonan a la respuesta de la pregunta de por qué estudiantes con inteligencia normal tienen problemas en matemáticas. En este caso se asume que una posible respuesta se encuentra en un desarrollo limitado de la capacidad de la agenda viso espacial.

Las discrepancias encontradas entre los resultados de este trabajo, el de Alsina (2001) y otros confirman, tal y como lo establece Alsina (2003) que aún no existe consenso sobre el papel que desempeñan los subsistemas subsidiarios de la memoria de trabajo en el cálculo.

Algunas de las razones de esa falta de consenso podrían atribuirse a las diferencias en la evolución ontogenética de los participantes producto de los diferentes rangos de edades empleados por los investigadores y/o al tipo de tarea diseñada en las pruebas aplicadas, que pudieron incluir tareas de tipo lingüístico y numérico en algunos casos y solo numérico en otros.

### *6.3. Hallazgo 3. Empleo de Estrategias de Subitación y Percepción Inmediata por parte de Estudiantes de Primeros Años de Escolaridad.*

Los resultados del presente estudio muestran una tendencia de los estudiantes de primeros años de escolaridad a emplear la estrategia de la subitación y percepción inmediata (para más de cinco elementos) cuando se trata de comparación de cantidades, por lo que, podría tratarse de este tipo de estrategias la empleada por los bebés pre verbales cuando distinguen entre uno y dos objetos.

Si este último aspecto llega a confirmarse con otras investigaciones entonces, la secuencia evolutiva de conteo reportada por Caballero (2005:27), que consiste inicialmente en el recuento de números pequeños, posteriormente la subitación de números pequeños y finalmente el recuento de números grandes tendría que cambiar e iniciar con la subitación.

Asimismo, los resultados de las tareas propuestas por Wynn (1998) en bebés pre verbales (violación de la expectativa) requieren de la formación de una imagen visual y de la memoria viso espacial de la memoria de trabajo, funciones cognitivas que, por tanto, ya deben existir en el cerebro de los infantes pre verbales.

Lo anterior implica que las primeras estrategias (y por ende las estrategias más inmaduras) que responden a la habilidad numérica y cálculo aritmético elemental están relacionadas al compartimiento de la memoria viso espacial de la memoria de trabajo y es a lo largo de la evolución ontogenética del individuo que se van adquiriendo otras estrategias (más maduras) de resolución de problemas de cálculo aritmético elemental, mismas que requieren del desarrollo de los otros compartimientos de la memoria de trabajo y de la memoria de largo plazo.

Estas estrategias primigenias empleadas por los bebés pre verbales deben estar guiadas por los principios innatamente especificados de Gelman y Gallistel (1978). A pesar de lo anterior, sigue siendo una incógnita cuál es la estrategia empleada por los bebés pre verbales para identificar las variaciones en la cantidad de un conjunto.

Esto es relevante si recordamos que la estrategia menos madura reportada por Barnoullet y Lépin (2005) es la de contar con los dedos a partir del número uno, situación que obviamente no pueden realizar los bebés pre verbales.

Por otro lado, los resultados de los experimentos mágicos aportan evidencia a favor que el compartimiento viso espacial de la memoria de trabajo es suficiente para realizar las tareas de partición y etiquetación reportadas por Lagos (1992), requeridos por el Principio de Correspondencia Uno a Uno, cuando la cantidad de objetos del conjunto es pequeña (menor a tres elementos), aunque no ha sido posible determinar si cumplen con los principios de Orden Estable y de Cardinalidad, por lo que todavía es objeto de discusión si el comportamiento de los bebés pre verbales en los experimentos de Wynn (1998) es verdaderamente numérico.

Bowman *et al*. (2000: 1) al respecto señalan que los bebés pre verbales tienen capacidades muy elementales y solo establecen comparaciones de cantidades y diferenciaciones cuando se agrega o se quita un elemento de un conjunto de hasta tres elementos.

Evidentemente, los bebés pre verbales no tienen adquiridos las habilidades lógicas de seriación y clasificación que según Piaget (1985) se requieren para la adquisición de la noción de número y mucho menos el Principio de Conservación de la Cantidad.

Esta situación implica que estas habilidades se adquieren posteriormente, probablemente por mediación del adiestramiento y la ejecución reiterada del conteo que representa un vínculo con la memoria de trabajo y estimula el paso a la memoria de largo plazo, proceso indispensable en la adquisición de estrategias maduras de resolución de problemas de cálculo aritmético elemental.

No obstante, esta última afirmación tiene como corolario que la lógica (tal y como la entiende Piaget) se desarrolla, en parte, a partir de la repetición o recuento por mediación de la memoria de trabajo a fin de que se pueda emplear la estrategia (más madura) de la recuperación de datos totales de la memoria de largo plazo. Este orden de desarrollo de la habilidad cognitiva en el *homo sapiens sapiens* es inverso a la propuesta por Piaget.

### *6.4. Hallazgo 4. La comparación de cantidades para conjuntos de entre 5 y 9 elementos se realiza por percepción inmediata y no por conteo.*

Los resultados de las pruebas apuntan a que los participantes de cuarto grado emplearon la estrategia de percepción inmediata y no el conteo, para comparar conjuntos de entre 5 y 9 elementos por lo que en el Figura 1 propuesta por Gelman y Gallistel (1978) podría existir una tercera clasificación entre el *subitizing* y el conteo (con dedos y sub vocal, a partir de uno o a partir del número mayor) y que corresponde al desarrollo cultural, probablemente vinculada al proceso educativo formal.

A este respecto, Bermejo (1990:71) recoge las estrategias empleadas por los (as) niños (as) en tareas de correspondencia tales como el señalamiento de los objetos, la manipulación de los objetos (trasladarlos para reagruparlos) y la percepción (se basan exclusivamente en la mirada).

Aunque Bermejo (1990:72) señala que parece ser que cinco es el rango de cantidades susceptibles de ser percibidas de modo inmediato en estudiantes de preescolar; en este trabajo se detectaron varios estudiantes de educación primaria que empleaban esta estrategia para comparar conjuntos de más de cinco elementos sin equivocarse.

En esta dirección, los resultados de este estudio apuntan a que existe una diferencia entre los tres grados estudiados en el momento en que empiezan a emplear el conteo con los dedos para identificar la diferencia al comparar cantidades de objetos de dos conjuntos.

Barroullet y Lépine (2005) apuntan que existe una relación directa entre la capacidad de la memoria de trabajo de los niños y el empleo de estrategias maduras (en particular la recuperación de la memoria de largo plazo) en la resolución de problemas de cálculo aritmético elemental (sumas) y ello debe influir en las estrategias empleadas en la comparación de cantidades entre dos conjuntos.

Lo anterior implica que no solo se deben estudiar los momentos, dentro del sistema escolar, en que se adquieren las diferentes estrategias de resolución de problemas ( a partir de los resultados del presente estudio resulta especialmente significativo en la transición de tercero a cuarto grado) sino que también el momento en que esas estrategias se empiezan a utilizar sistemáticamente durante el desarrollo ontogenético, a fin de detectar cuáles estrategias no alcanzan a desarrollarse en los niños que tienen dificultades en habilidades numéricas y/o rendimiento en el cálculo aritmético elemental.

También es importante identificar las estrategias que prevalecen y las que van cayendo en desuso. Así, la estrategia de contar a partir de uno se pierde, no obstante la estrategia del empleo de los dedos, el *subitizing* o la percepción inmediata se mantienen a lo largo de la vida estudiantil, de acuerdo a los resultados de este estudio y probablemente hasta la vida adulta.

Asimismo, con la evolución ontognética (en el marco de escolaridad, sobre todo entre tercero y cuarto grado) se van adquiriendo estrategias maduras de resolución de problemas pero no se ha identificado el orden de adquisición de las mismas. Así, por ejemplo, no se sabe si la recuperación completa de la memoria de largo plazo, antecede a la estrategia de recuperación de suma parcial por medio de la descomposición de la suma, estrategias a las que se refieren Torbeyns *et al.* (2004:179).

Esto es relevante, por cuanto se debe recordar, que todavía es objeto de debate la estrategia empleada por los bebés pre verbales para identificar la diferencia de cantidades entre dos conjuntos. De confirmarse una respuesta positiva a este punto deberemos concluir que no son las estrategias más antiguas las que se abandonan primero.

Es decir, aparentemente los bebés pre verbales emplean la percepción inmediata como estrategia y no el conteo a partir del número más pequeño, pero esta última estrategia pervive el desarrollo dentro del aula de clase, mientras que la estrategia de contar a partir de uno se pierde totalmente en cuarto grado.

Entonces, de acuerdo a los resultados de este estudio, los participantes de segundo grado emplean, en su mayoría, las estrategias de conteo con los dedos y subvocal; y algunos de ellos todavía emplean la estrategia de contar a partir de uno. Es entre tercero y cuarto grado que los participantes parecen adquirir las estrategias de recuperación inmediata de la memoria de largo plazo a partir de respuestas de problemas resueltos anteriormente y de resultados parciales en problemas también resueltos anteriormente que se adaptan a fin de encontrar la respuesta del problema nuevo (estrategia de descomposición).

Por su parte, en el estudio de Torbeyns *et al.* (2004:185) los estudiantes de segundo y tercer grado (clasificados en estudiantes con “fuertes” y “débiles” habilidades en resolución de problemas de aritmética elemental) emplearon las estrategias, al menos una vez, de recuperación inmediata de una respuesta de un problema resuelto anteriormente, recuperación de una respuesta que es adaptada al problema resuelto anteriormente y de conteo.

Las diferencias encontradas entre ambos grupos fueron de frecuencia en el empleo de estrategias, de adaptabilidad de la estrategia empleada de acuerdo al problema planteado y de eficiencia en la respuesta. Los participantes con más habilidades emplearon más frecuentemente la estrategia de recuperación que las estrategias de conteo.

Estos últimos resultados dan la pauta de que la habilidad en el cálculo aritmético elemental se va desarrollando a partir de las estrategias de conteo hasta llegar a las estrategias de recuperación de datos de la memoria de largo plazo.

## *7. Conclusiones*

1. Se aporta evidencia a favor que en niños y niñas de primeros años de escolaridad, que no han desarrollado habilidades maduras de resolución de problemas, existe una relación entre la memoria de trabajo y la habilidad numérica y entre la memoria de trabajo y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental.

La relación entre estas variables disminuye de segundo a tercer grado y desaparece en cuarto grado, dejando entrever la posibilidad del empleo de estrategias maduras de resolución, que no dependen tanto de la memoria de trabajo.

Asimismo, los estudiantes que tienen mejor rendimiento en habilidad numérica y en el cálculo aritmético elemental obtuvieron valores correlaciónales superiores con respecto a la memoria de trabajo que los participantes que tienen más bajo rendimiento, tanto en segundo como en tercer grado, mientras en cuarto grado esa relación no se cumple, lo que da a entender que los estudiantes más habilidosos desarrollan más rápido estrategias maduras de resolución de problemas.

2. En segundo grado la evidencia señala que los y las participantes con mejores resultados tienen mayor correlación entre la habilidad numérica y la memoria de trabajo con respecto a los estudiantes que obtuvieron resultados más exiguos. En lo que respecta al rendimiento en el cálculo aritmético elemental los resultados se presentan a la inversa. Los estudiantes con mejor rendimiento tienen menor correlación que los estudiantes que tienen rendimiento más bajo. En tercero y cuarto grado los resultados obtenidos no permiten emitir juicio en esa dirección.

3. El ejecutivo central correlaciona significativamente con la habilidad numérica en segundo grado aunque no así con el rendimiento en el cálculo aritmético elemental.

No obstante, ni en tercer grado ni en cuarto grado se aprecia esa relación ni para la habilidad numérica ni para el rendimiento en el cálculo aritmético elemental.

Asimismo, la evidencia no confirma la idea de que el bucle fonológico se relaciona significativamente con la habilidad numérica ni con el rendimiento en el cálculo aritmético elemental en ninguno de los tres grados estudiados.

4. La agenda viso espacial se relaciona con la habilidad numérica y el rendimiento el cálculo aritmético elemental en segundo grado. En tercer grado esa relación se mantiene, aunque los resultados no aportan evidencia en esa dirección referido a los participantes de cuarto grado.

En segundo grado la correlación entre la habilidad numérica y la capacidad de la agenda viso espacial es mayor en los estudiantes con mejor rendimiento. En lo que respecta a la relación entre el rendimiento en cálculo aritmético elemental y la agenda viso espacial la correlación mayor se encontró en los estudiantes con rendimiento más bajo.

En tercer grado la correlación entre la habilidad numérica y la capacidad de la agenda viso espacial es mayor entre los estudiantes con mejor rendimiento, mientras que la correlación entre el cálculo aritmético elemental y la capacidad de la agenda viso espacial es mayor dentro de los estudiantes con rendimiento exiguo.

En cuarto grado la correlación mayor entre la agenda viso espacial y la habilidad numérica se da entre los participantes que obtuvieron rendimiento bajo, mientras que en lo que respeta a la relación entre agenda viso espacial y rendimiento en cálculo aritmético elemental la mayor correlación se presenta dentro de los estudiantes con mejor rendimiento.

5. El compartimiento viso espacial de la memoria de trabajo se encuentra más relacionado al rendimiento en cálculo aritmético elemental y habilidad numérica con

respecto a los compartimientos ejecutivo central y bucle fonológico, en los tres grados estudiados.

6. No se encontró evidencia a favor de una relación significativa entre la habilidad en hacer corresponder conjuntos uno a uno y la habilidad numérica en ninguno de los grados estudiados.

La habilidad numérica tiene una mayor correlación en segundo y tercer grado, con la habilidad para hacer corresponder conjuntos uno a uno en el grupo de los participantes con rendimiento más bajo. Los resultados no muestran esta misma relación para los participantes de cuarto grado.

7. La evidencia no apoya la existencia de una relación estadísticamente significativa entre la habilidad en hacer corresponder conjuntos uno a uno y el rendimiento en el cálculo aritmético elemental en ninguno de los grados estudiados.

8. Los resultados no aportan información a favor que la habilidad para hacer corresponder conjuntos esté relacionado con alguno de los compartimientos de la memoria de trabajo en ninguno de los tres grados estudiados. Es decir, el principio de correspondencia uno a uno no correlaciona significativamente con ninguno de los compartimientos de la memoria de trabajo en referencia a los resultados obtenidos por los participantes de segundo, tercero y cuarto grados.

9. Los resultados no aportan evidencia a favor de una relación estadísticamente significativa entre la habilidad en hacer corresponder conjuntos uno a uno y el tiempo de respuesta en resolución de sumas en ninguno de los niveles de dificultad reportados por Groen y Parkman.

10. Bajo las condiciones en que se aplicó la prueba con medidas de los reactivos empleados de 11x11 centímetros a una distancia de medio metro, tenemos que para

segundo grado el límite superior en la correspondencia uno a uno es de 17.8 objetos para segundo grado, 19.6 objetos para tercer grado y 21.6 para cuarto grado.

# *BIBLIOGRAFÍA.*


Adam, J. y Hitch, G. (1997). Working memory and children's mental addition. Working memory and arithmetic. Journal of experimental child psychology, 67, pp. 21-38.

Alarcón, V. (2005). Antropología de los Números:Un enfoque filosófico. Disponible en http://www.euclides.org/menu/articles/article3003.htm. [Visita junio 1, 2007].

Albert, J. A. (1996). La convergencia de series en el nivel superior. Una aproximación sistemática. Tesis doctoral. México: Cinvestav. IPN.

Alonso, L. (2005). El proceso de simbolización de la matemática en la infancia. Equis Angulo. Revista Iberoamericana de Educación Matemática. No.2, Vol 1. Disponible en http://dialnet.unirioja.es/servlet/listaautores?tipo_busqueda=REVISTA&clave_busqueda=6958.
[Visita marzo 15, 2006].

Alsina, A. (2007). ¿Por qué algunos niños tienen dificultades para calcular? Una aproximación desde el estudio de la memoria humana. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Vol 10 No. 003. pp. 315-333. Disinibale en http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=33500302.
[Visita marzo 15, 2006].

Alsina, A. y Sáiz, D. (2003). Un análisis comparativo del bucle fonológico versus la agenda viso espacial en el cálculo en niños de 7-8 años. Psicothema, 15,002 pp. 241-246, Universidad de Oviedo Oviedo España.

Alsina, P. (2001). La intervención de la memoria de trabajo en el aprendizaje del cálculo aritmético. Tesis Doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona. http://www.tesisenred.net/TDX-0613101-113720-.

Anderson, J. (2000). Aprendizaje y memoria*. 2*da ed. México: McGraw Hill.

Alvarado, M. (2005). Investigación educativa en la UPNFM 200-2005. En Alas Solis, Mario; Hernández Rodríguez, Russbel; Moncada Godoy, Germán (ed.), Reforma curricular y desempeño de los estudiantes en el proceso de resolución de problemas no rutinarios, pp. 17-28. Tegucigalpa, Honduras: Ideas Litográficas.

Baddeley, A. (2002). Is Working Memory Still Working? European Psychologist, Vol. 7, No. 2, June 2002, pp. 85–97. DOI: 10.1027//1016-9040.7.2.85. Disponible en: http://psych.wisc.edu/ugstudies/Psych733/Baddeley.pdf. [Visita febrero 10, 2006].

Ballestra, M., Martínez, J. y Argibay, P. (2006). Matemáticas y cerebro. Rev. Hosp. Ital. B.Aires Vol. 26 Nº 2, pp. 79-84. Disponible en http://www.hospitalitaliano.org.ar/docencia/nexo/attachs/3465.pdf .[Visita Diciembre 13, 2007].

Barroullet, P. y Lepine, R. (2005). Working memory and children's use of retrieval to solve addition problems. Journal Experimental Child Psychology 91, pp. 183-204.

Bartha, H., La Mont, K., Liptona, J., Dehaene, S., Kanwisher, N. y Spelke, E. (2006). Non-symbolic arithmetic in adults and young children Cognition 98, pp 199–222.

Bermejo, V. (1990). El niño y la aritmética. Instrucción y construcción de las primeras nociones aritméticas. España: Paidos

Bermejo, V., Morales, S. y García, J. (2004). Supporting children's development of cardinality understanding. Learning and Instruction 14, pp. 381-398.

Bermejo V. y Castillo Moreno, L (2006). Acalculia: clasificación, etiología y tratamiento clínico. Revista de Neurologia. 43, 4, pp 223-227.

Bermejo, V. (2004). ¿Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor?. Madrid, España: CCS.

Blote, A., Lieffering, L. y Ouwehand, K. (2006). The development of many-to-one counting in 4-year-old children. Cognitive Development 21, pp. 332–348.

Baroody, A. y Johnson, A. (2006). Primer Congreso Internacional de Lógica Matemática en Educación Infantil. Disponibale en http://www.waece.org/cdlogicomatematicas/ponencias/amandajohson_ponencias_es.htm [Visita Junio 01, 2009].

Bowman, B., Donovan, S. y Burns, S. (2000). Numeric thinking., en Eager to Learn: Educating Our Preschoolers, Washington, National Academy Press, 2000, pp. 200-204. Traduccion de la SEP con fines no lucrativos. Disponible en http://normalista.ilce.edu.mx/normalista/r_n_plan_prog/preescolar/4_semestre preescolar/program/lec2_pen_mat.pdf. [Visita, Enero 01, 2009].

Boysen S. y Hallbert K. (2000). Primate numerical competence: contributions toward understanding nonhuman cognition. Cognitive Science 24, 3, pp. 423-443.

Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. Journal of Child Psychology and Psychiatry 46,1, pp. 3–18.

Caballero, S. (2005). Un estudio transversal y longitudinal sobre los conocimientos informales de las operaciones aritméticas básicas en niños de educación infantil. Tesis Doctoral. Universidad Complutense de Madrid, España.

Casey, H., Clark, R., Moore, P., Antani, S, Colcher, A. y Grossman, M. (2004). Verbal mediation knowledge: Evidence from semantic dementia and corticobasal degeneration. Brain and Cognition 56, pp. 107-115.

Cole, M. (1999). Psicología cultural. España: Paidos.

Chagoyán, R. (2005). La escuela a examen. Consideraciones generales acerca de la enseñanza de las matemáticas. Observatorio ciudadano de la educación. Colaboraciones Libres. (V), No. 4. México,
Disponible en: http://www.observatorio.org/colaboraciones/vazquez4.html.
[Visita Julio 20, 2006].

Chamorro, M. (2003). Didactica de las matemáticas. España: Prentice Hall.

Darlington, M, Barcelo F. Fernández Frias, C. y Rubia, F. (1998). Neurofisiología de la memoria viso espacial. Psicothema 11,1, pp. 163-174.

Dehaene, S, Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R y Tsivkin S. (1999). Sources of mathematical thinking: Behavioral and brain-imaging evidence. Science 284, 54,16, pp. 970-974.

Dehaene, S., Ghislaine, D. y Laurent ,G. (1998). Abstract representations of numbers in the animal and human brain. NO in insect brains TINS 21,8, pp. 355.

Dehaene, S, E. Spelke, P. Pinel y R. Stanescu, S. (1999). Sources of Mathematical Thinking: Behavioral and Brain-Imaging Evidence. S. Science 284, 541 (6), pp. 970-974.

De León, H. y Fuenlabrada, I. (1996). Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto. Revista Mexicana de Investigación Educativa 1, 2, pp. 268-282.

Delvenne, J. (2005). The capacity of visual short-term memory within and between hemifields. Cognition 96, pp. B79–B88.

Díaz, R. (2006). Innatismo y cultura en el aprendizaje de la noción de número. Cognición 5, pp 37-50. Disponible en http://www.cognicion.net/cognicion/files/ruydiazinnantismo_cultura.pdf. [Visita Septiembre 15, 2006].

Dobato, J. (1997). Acalculia, tipos y significancia clínica en curso de la neurología. Disponible en https://masters.oaid.uab.es/nnc/html/entidades/web/home/home.html. [Visita Octubre 10, 2006].

Durand, M., Hulme, CH.; Larkin, R. (2004). The cognitive foundations of reading and arithmetic skills in -7 to 10- years olds. Journal Experimental Child Psychology. 91, pp. 113-136.

Elosua, P., López, J. y Egaña, J. (2000). Fuentes potenciales de sesgo en una prueba de aptitud numérica. Psicothema 12, 3, pp. 376-382.

Etchepareborda M.C., Abad-Mas, L. (2005). Memoria de trabajo en los procesos básicos del aprendizaje. Rev.. Neurologia; 40 (Supl. 1) pp. S79-S86.

Feigenson, L., Dehaene, S. y Spelke, E. (2004). Language and conceptual development series core systems of number. Trends in Cognitive Sciences 8, 7. pp. 307-314.

Fink, B., Brookes, H., Neave, N., Manning, J. .y Geary, D. (2006). Second to fourth digit ratio and numerical competence in children. *Brain and Cognition, 61*, pp. 211-218. Disponible en http://www.missouri.edu/~psycorie/articles_math.htm. [Visita Septiembre 15, 2006].

Gallistel C. y Gelman R. (2005). Mathematical Cognition. In K Holyoak y R. Morrison (Eds) The Cambridge handbook of thinking and reasoning. Cambridge University Press. pp. 559-588.

Gallistel C. y Gelman, R. ( 2000). Non-verbal numerical cognition: from reals to integers. Trends in Cogniitive Science 4,2, pp. 59-65.

Gallistel C., Gelman R., Cordes, S. (2000). The Cultural and Evolutionary History of the Real Numbers Culture and evolution, pp. 1-27.

García, C. (1997). Matemáticas en Secundaria La Didáctica de las Matemáticas: una visión general. Red Telemática Educativa Europea. .Disponible en http://nti.educa.rcanaria.es/rtee/didmat.htm. [Visita agosto 31 de 2005].

Gathercole, S. y Pickering, S. (2000). Working memory deficits in children with low achievements in the national curriculum at seven years of age. British Journal of Educational Psychology 70, pp. 177-194.

Gathercole, S. E., & Alloway, T. P. (2006). Short-term and working memory impairments in neurodevelopmental disorders: Diagnosis and remedial support. Journal of Child Psychology y Psychiatry 47, pp. 4-15.

Geary, D. (2006a). Development of mathematical understanding. In D. Kuhl y R. S. Siegler (Vol. Eds.), Cognition, perception, and language, Vol 2 (pp. 777-810). W. Damon (Gen. Ed.), Handbook of child psychology (6th Ed.). New York: John Wiley & Sons. Disponible en http://www.missouri.edu/~psycorie/articles_math.htm. [Visita Septiembre 20, 2006].

Geary, D. (2006b). Dyscalculia at an Early Age: Characteristics and potential Influence on socio-emotional development. In R.E. Tremblay & R.D. Peters (Eds.), Encyclopaedia on Early Childhood Development [online]. Montreal, Quebec: Center of Excellence for Early Childhood Development; 1-4. Disponible en http://www.missouri.edu/~psycorie/articles_math.htm. [Visita Septiembre 20, 2006].

Geary, D.(2006c). Sex differences in social behavior and cognition: Utility of sexual selection for hypothesis generation. Hormones and Behavior 49 (2006) 273 – 275. Disponible en http://web.missouri.edu/~psycorie/files/Geary%20%5B2006,%20Hormones%20&%20Beh%5D.pdf , [Visita Septiembre 20, 2006].

Geary, D. (2006d). Gender differences in mathematics: an Integrative psychological approach Edited por Ann M. Gallagher and James C. Kaufman. British Journal of Educational Studies, *54* ,2, pp. 245-246.

Geary, D., y Hoard, M. (2005). Learning disabilities in arithmetic and mathematics: Theoretical and empirical perspectives. In J. I. D. Campbell (Ed.), Handbook of mathematical cognition, pp. 253-267.

Geary, D. C. (2005). Role of theory in study of learning difficulties in mathematics. Journal of Learning Disabilities 38, pp. 305-307.

Geary, D.C. Hoard, M., Byrd-Craven J., y DeSoto, M. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. J. Experimental Child Psychology 88, pp. 121–151.

Geary, D. C., y Hoard, M. K. (2002). Learning disabilities in basic mathematics: Deficits in memory and cognition. In J. M. Royer (Ed.), Mathematical Cognition, pp. 93-115.

Geary, D. , Saults, S., Liu, F., y Hoard, M. (2000a). Sex differences in spatial cognition, computational fluency, and arithmetical reasoning. Journal of Experimental Child Psychology, *77*, pp. 337-353.

Geary, D., Hamson, C. y Hoard, M. (2000). Numerical and Arithmetical Cognition: A Longitudinal Study of Process and Concept Deficits in Children with Learning Disability Journal of Experimental Child Psychology 77, 236–263. Disponible en http://www.idealibrary.com. [Visita agosto 31 de 2005].

Gelman, R. y Butterworth, B. (2005). Language and Conceptual Development series Number and language: how are they related? Trends in Cognitive Sciences 9 1, pp. 6-10.

Gelman, R., Gallistel, C. (2004). Language and the Origin of Numerical Concepts. Science **.** 306, pp. 441-443.

Gerdes, P. (2001). Exploring the game of "julirde": A mathetmatical-educational game played by fulbe children in Cameroon. Teaching Children Mathematics 7,6, pp. 321-327.

Gómez , C. (1989). La adquisición del lenguaje matemático: un difícil equilibrio entre el rigor y el significado. Comunicación , Lenguaje y Educación. 3-4, pp. 5-15.

Gordon P. (2004). Numerical Cognition Without Words: Evidence from Amazonia. Science 15, pp. 496-499.

Gutiérrez, F., García Madruga, J., Elosúa, R., Luque, J. y Gárate, M. (2002). Memoria operativa y comprensión lectora: Algunas cuestiones básicas. Acción Psicologica. PP. 45-68. Disponible en http://www.uned.es/psicologia/accion_psicol/periodico/n1_vol1/5.pdf. [Visita, Septiembre 20, 2007].

Hannula, M., Räsänen, P. y Lehtinen, E. (2005). Development of counting skills: Role of spontaneous focusing on numerosity and subitizingbased enumeration article in press for mathematical thinking and learning. Disponible en http://www.sacklerinstitute.org/cornell/people/Minna/articles/Hannula_Rasanen_Lehtinen_MTL_inpress.pdf#search=%22.%20Development%20of%20Counting%20Skills%201%22. [Visita septiembre 20, 2006].

Harnet, P. y Gelman, R. (1998). Early understanding of number. Learning and Instruction. 8, 4, pp. 341-374.

Hitch, G. y McAuley, E. (1991). Working Memory in Children with specific arithmetical Learning disability. Britsh Journal of Psychology, 82, pp. 375-386.

Houde, O. y Mazoyer, T. (2003). Neural foundations of logical and mathematical cognition. Nature Reviews/Neuroscience 4, pp. 507-514.

Jordan, N., Hanich, L. y Kaplan, D. (2003). Arithmetic fact mastery in young children: A longitudinal investigation. Journal of Experimental Child Psychology 85, pp. 103–119.

Kanderl, A., Bevan, A. y Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: a study of 8–9-year-old students. Cognition 93, pp. 99–125.

Karmiloff-Smith, A. (1994). Más allá de la modularidad. Madrid, España: Alianza Editorial.

Lagos, M. (1992). Análisis estructural de la adquisición y desarrollo de la habilidad de contar. Tesis Doctoral. Universidad Complutense de Madrid: España.

Lee, K y Kang, S. (2002). Arithmetic operation and working memory: differential suppression in dual task. Cognition 83, pp. B63-B68.

Lemaire, P., Abdi, H. y Fayol, M. (1996). The role of working memory resources in simple cognitive arithmetic. European Journal of Cognitive Psychology, 8, 1, pp. 73-103.

Logie, H. y Baddeley, D. (1987). Cognitive processes in counting. Journal of Experimental Psychology: Learning Memory y Cognition, 13, pp. 310-326.

Lubin, A., Pineau, A., Hodent, C. y Houde, O. (2006). Language-specific effects on number computation in toddlers: A European cross-linguistic cartography. Cognitive Development 21, pp. 11–16.

Macizo, P. y Herrera, A. (2005). El efecto del código numérico en la tarea de comparación de números de dos cifras. Disponible en http://www.uv.es/revispsi/preprints/macizo.pdf. [Visita diciembre 20, 2007].

Maier, R. (2001). Comportamiento animal. Un enfoque evolutivo y ecológico. México: McGrawHill.

McLean, J. y Hitch, G. (1999). Working memory impairments in children with specific arithmetic learning difficulties. Journal Exp. Child Psychology, 74, 3, pp. 240-260.

McGonigle, B. (1985). Can apes learn to count? Nature, 315 (6014), pp. 7-16.

Marmasse, N., Bletsas, A. y Marti, S. (2000). Numerical Mechanisms and Children's Concept of Numbers The Media Laboratory Massachusetts Institute of Technology 20 Ames Street, Cambridge, MA USA 02139 Version 6, May 11th, 2000. Disponible en http://web.media.mit.edu/~stefanm/society/som_final_natalia_aggelos_stefan.pdf . [Visita mayo 15, 2007].

Mestre, J. y Palmero, F. (2004). Procesos psicológicos básicos : una guía académica para los estudios en psicopedagogía, psicología y pedagogía. Dispaonible en http://www.slideshare.net/Psicologia_PUCMM/cap-4-aprendizaje-procesos-psicologicos-basicos-presentation. [Visita mayo 15, 2007].

Miller, G.A. (1956). The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information. Psychological Review, 63, pp. 81-97. Disponible en http://www.musanim.com/miller1956. [Visita mayo 15, 2007].

Min Le- Kyoung y Young Kang-So. (2002). Arithmetic operation and working memory: differential suppression in dual task. Cognition (83). pp. B63-B68.

Miranda-Casas, A., Melià de Alba, R., Marco-Taberner, M., Roselló Mulas, F. (2006). Dificultades en el aprendizaje de matemáticas en niños con trastorno por déficit de atención e hiperactividad. REV. NEUROLOGIA; 42 (Supl. 2) pp. S163-S170.

Miranda, J. (2003). Producción de estrategias de conteo en la solución de problemas de tipo aditivo (y sustractivo), mediante manipulación sin numerales, en alumnos de preescolar. Xixim. Revista Electrónica de Didáctica de la Matemática 3,3, pp. 105-116.

Moncreo, C. (1998). Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Barcelona, España: Grao.

Neira, S. (2001). Acalculia y discalculia. Archivos cuniculares. Educación Especial. Disponible en http://www.nuevaalejandria.com/archivos-curriculares/educespecial/nota-009.htm. [Visita 15 de marzo 2006].

Oliden, P., López, A. y Egaña, J. (2000). Fuentes potenciales de sesgo en una prueba de aptitud numérica. Psicothema 12,3, pp. 376-382.

Ortega, J. (2005). Nuevas Tecnologías y aprendizaje Matemático en Niños con Síndrome de Down. Ganador del II Premio en Investigación no Médica en Síndrome de Down. . Obra Social de Caja Madrid, España. Disponible en http://www.sindromedown.net/documentos/2005/diciembre/nuevastecnologiasd.pdf. [Visita agosto 3, 2006].

Park, J. y Nunes, T. (2001). The development of the concept of multiplication. Cognitive Development 16, pp. 763–773.

Piaget, J. (2005). La equilibración de las estructuras cognitivas. Problema central del desarrollo. 7 ma ed en español. México: Siglo XXI.

Piaget, J. (2004). Biologia y conocimiento. 14 ed. México: Siglo XXI.

Piaget, J. y Szeminska, A. (1996). Génesis del número en el niño. 8ed. Argentina: Guadalupe.

Piaget , J. (1985). Psicología de la inteligencia. Inteligencia y adaptación biológica. Disponible en http://www.librosgratisweb.com/html/piaget-jean/inteligencia-y-adaptacion-biologica/index.htm. [Visita enero 21 2007].

Piatelli, M. (1983). Teorias del lenguaje. Teorias del Aprendizaje. El debate entre Jean Piaget y Noam Chomsky. Barcelona, España: Crítica, 208. El debate tras la comunicación de Fodor. Disponible en http://www.ieev.uma.es/psicoev/Profesores/JLLuque/PDCL/B1.%20La%20PD%20en%20el%20marco%20de%20la%20Ciencia%20Cognitiva/LR.%20T1.%20Mas%20sobre%20La%20paradoja%20del%20aprendizaje.doc. [Visita Enero 21 2007].

Pica, P., Lemer, C., Izard, V., Dehaene, S. (2004). Exact and Approximate Arithmetic in an Amazonian Indigene Group. Science 306, pp. 499-503.

Rodríguez , A. (2001). Un carrousel de seis digitos. Disponible en http://www.mat.uson.mx/semana/MemoriasXIV/RodriguezGarcia.pdf. [Visita Septiembre 20, 2006].

Ruiz, D. y Garcia, M. (2003). El lenguaje como mediador en el aprendizaje de la aritmética en la primera etapa de educación básica. Mérida, Venezuela. Educere, 7, 23, pp. 321-327.

Secretaria De Educación, Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Unidad Externa De La Calidad De La Educación. (2003). Informe nacional de rendimiento académico 2002, Tercero Y Sexto Grados. Honduras: Graficentro Editores.

Secretaria de Educación. (2003). Currículo Nacional Básico. Honduras.

Secretaría de Educación. (2005). Estándares nacionales, español y matemáticas. Honduras.

Solsona, J. (2006 ). Aprendizaje de la lectura en 1º de primaria International Symposium on Early Mathematics. Cadiz (Spain), May 2006. proceedings book *disponible en* http://www2.uca.es/dept/psicologia/libro%20cd%20rom%20symposium%202.pdf#search=%22Newcombe%2C%20conocimiento%20matematico%22. [Visita Octubre 1, 2006].

Spelke, E. (2000). Conocimiento nuclear. American Psychologist 55, 11, pp. 1233-1243. Traducción de Pablo Hernan Cueto disponible en www.silablado.com.ar. [Visita Febrero 1, 2008].

Teija, H. (2006). Early numeracy and teaching-learning processes. A comparative case study of maths lessons for six-year-old children in three european samples. International Symposium on Early Mathematics. Cadiz (Spain), Disponible en http://www2.uca.es/dept/psicologia/libro%20cd%20rom%20symposium%202.pdf#search=%22Newcombe%2C%20conocimiento%20matematico%22. [Visita Octubre 1, 2006].

Torbeyns, J., Verschafiel, L. y Ghesquiere, P. (2004). Strategic aspects of simple additiion and subtraction: the influence of mathematical ability. Learning and Instruction 14, pp. 177-195.

Vamvakoussi, X. y Vosniadou, S. (2004).Understanding the structure of the seto f racional numbers: a conceptual chance approach. Learning and Instruction 14, pp. 453-467.

Villagrán, M. (2006). Prevenir las dificultades de aprendizaje de las matemáticas International Symposium on Early Mathematics. Cadiz (Spain),Disponible en http://www2.uca.es/dept/psicologia/libro%20cd%20rom%20symposium%202.pdf#search=%22Newcombe%2C%20conocimiento%20matematico%2210. [Visita Octubre 1, 2006].

Wynn, K. (1998). Phsychological Foundation of number: numerical competence in human infants. Trends in Cognitive Science 2,8, pp. B35-B42.

Wynn, K, Bloom P., Wen-Chi Chiang. (2002). Enumeration of collective entities by 5-month-old infants. Cognition 83, pp. B55–B62.

Xu, F. (2003). Numerosity discrimination in infants: Evidence for two systems of representations. Cognition 89, pp. B15-B25.

Yagoubi, R., Lemaire, P y Besson, M. (2003). Different brain mechanisms mediate two strategies in arithmetic: evidence from event-related brain potentials. Neuropsychologia 41, pp. 855–862.

Yagoubi, R., Lemaire, P. y Besson, M. (2005). Effects of aging on arithmetic problem-solving: An event-related brain potential study. Journal of Cognitive Neuroscience 17,1, pp. 37–50.

# ANEXOS

# PRUEBAS APLICADAS